

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA**



**Rafael Duarte Rocha**

**METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO PARA SISTEMAS  
DE COMANDOS DE VOO EM AERONAVES DE ASAS  
ROTATIVAS**

Trabalho de Graduação  
2025

**Curso de Engenharia Aeronáutica**

**Rafael Duarte Rocha**

**METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO PARA SISTEMAS  
DE COMANDOS DE VOO EM AERONAVES DE ASAS  
ROTATIVAS**

Orientador

Prof. Dr. Ney Rafael Secco (ITA)

Coorientador

Maj Eng Luis Gustavo Moro (IPEV)

**ENGENHARIA AERONÁUTICA**

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS  
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**Divisão de Informação e Documentação**

Rocha, Rafael Duarte  
Metodologia de otimização para sistemas de comandos de voo em aeronaves de asas rotativas /  
Rafael Duarte Rocha.  
São José dos Campos, 2025.  
73f.

Trabalho de Graduação – Curso de Engenharia Aeronáutica– Instituto Tecnológico de  
Aeronáutica, 2025. Orientador: Prof. Dr. Ney Rafael Secco. Coorientador: Maj Eng Luis  
Gustavo Moro.

1. Otimização. 2. Controle de voo. 3. Dinâmica de helicópteros. 4. Norma ADS-33E-PRF. I.  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Título.

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

ROCHA, Rafael Duarte. **Metodologia de otimização para sistemas de comandos de voo em aeronaves de asas rotativas**. 2025. 73f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Rafael Duarte Rocha

TÍTULO DO TRABALHO: Metodologia de otimização para sistemas de comandos de voo em aeronaves de asas rotativas.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) / 2025

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias deste trabalho de graduação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte deste trabalho de graduação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

---

Rafael Duarte Rocha  
Rua Riskala José Neme, 70  
122.20-570 – São José dos Campos–SP

# **METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO PARA SISTEMAS DE COMANDOS DE VOO EM AERONAVES DE ASAS ROTATIVAS**

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação

---

Rafael Duarte Rocha

Autor

---

Ney Rafael Secco (ITA)

Orientador

---

Luis Gustavo Moro (IPEV)

Coorientador

São José dos Campos, 17 de novembro de 2025.

A Deus, à minha família, aos professores que tanto me ensinaram e aos meus amigos, pelo apoio em minha formação, dedico este trabalho com carinho e gratidão.

# Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus pela oportunidade, saúde, sabedoria e bom ânimo em todos os desafios que compuseram este curso de graduação.

À minha família, em especial à minha esposa, meu pai e meus sogros, que sempre estiveram ao meu lado e muito me apoiaram em todos os momentos desta jornada. O carinho, a paciência e o incentivo de cada um foram fundamentais para que eu pudesse chegar até aqui e concluir mais esta etapa da minha vida.

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Ney Rafael Secco e Major Luis Gustavo Moro que me deram todo o suporte necessário e compartilharam ensinamentos valiosos para a confecção deste trabalho. Suas orientações, disponibilidade e confiança foram essenciais para o desenvolvimento desta pesquisa e para o meu crescimento acadêmico e pessoal.

A todos os professores que muito me ensinaram em toda a minha formação, em especial cito: Rafael Marques Lins, Ronaldo Vieira Cruz, Mauricio Vicente Donadon e Airton Nabarrete, agradeço por todo o conhecimento transmitido e por todo esforço empreendido em ensinar-nos da melhor forma possível.

Agradeço também aos oficiais da Marinha do Brasil CC Cássio Bezerra e CC Hilton por todo o ensinamento transmitido durante os períodos de estágio que pude participar.

Estendo também meus agradecimentos aos amigos João Vieira, Isabel Brasil, Gustavo Santiago, Henrique Silva, Luigi Peceguini, Bruna Silva e Rafaela Myla, por todos os momentos juntos e todo o apoio.

*"If a man is in need of rescue, an airplane can come in and throw flowers on him, and that's just about all. But a direct lift aircraft could come in and save his life."*

— IGOR SIKORSKY

# Resumo

Esse trabalho apresenta o desenvolvimento de uma metodologia de otimização de parâmetros de controle para asas rotativas. Essa metodologia engloba a leitura dos dados da aeronave, determinação da arquitetura de controle utilizada, escolha das variáveis de projeto utilizadas, uma etapa de otimização com algoritmo *Sequential Quadratic Programming* e outra com algoritmo *Particle Swarm Optimization* além de uma comparação entre as aeronaves ótima e original. O objetivo dessa metodologia é escolher os melhores parâmetros de uma malha de controle que satisfaçam os requisitos de qualidade de voo exigidos nas normas de certificação a fim de evitar retrabalho e auxiliar o projetista a construir uma arquitetura de controle ótima. Os resultados mostraram que após a otimização a aeronave ótima teve tanto seus modos dinâmicos estabilizados quanto suas qualidades de voo melhoradas consideravelmente em todas as condições de voo consideradas, mostrando assim a eficácia da metodologia de otimização empregada.



# Abstract

This work presents the development of a methodology for optimizing control parameters for rotary-wing aircraft. This methodology encompasses reading the aircraft data, determining the control architecture used, selecting the design variables, performing an optimization stage using the Sequential Quadratic Programming algorithm and another using the Particle Swarm Optimization algorithm, as well as a comparison between the optimized and the original aircraft. The objective of this methodology is to select the best control loop parameters that meet the flight quality requirements established by certification standards, in order to avoid rework and assist the designer in building an optimal control architecture. The results showed that, after optimization, the optimal aircraft had both its dynamic modes stabilized and its flight qualities significantly improved under all flight conditions considered, thus demonstrating the effectiveness of the optimization methodology employed.

# Lista de Figuras

FIGURA 2.1 – Sistema de coordenadas da aeronave. (PROUTY, 2002) . . . . .	22
FIGURA 2.2 – Graus de liberdade de um rotor totalmente articulado. (Federal Aviation Administration, 2021) . . . . .	23
FIGURA 2.3 – Controles exercidos pelo piloto. (PADFIELD, 2018) . . . . .	25
FIGURA 2.4 – Divergência ou convergência para autovalores reais. (BRAMWELL <i>et al.</i> , 2001) . . . . .	29
FIGURA 2.5 – Oscilações divergentes ou amortecidas. (BRAMWELL <i>et al.</i> , 2001) . .	30
FIGURA 2.6 – Estabilidade espiral. (CRUZ, 2021) . . . . .	32
FIGURA 2.7 – Escala <i>Cooper-Harper</i> . (AVIATION; COMMAND, 2000) . . . . .	35
FIGURA 2.8 – Níveis para as oscilações em pitch e roll. (AVIATION; COMMAND, 2000)	36
FIGURA 2.9 – Níveis discretizados para oscilações em <i>pitch</i> e <i>roll</i> . (TUPINAMBÁ, 2024) . . . . .	37
FIGURA 2.10 – Níveis de qualidade de voo para os modos látero-direcionais. (AVIATION; COMMAND, 2000) . . . . .	38
FIGURA 2.11 – Níveis discretos para os modos látero-direcionais. (TUPINAMBÁ, 2024)	39
FIGURA 2.12 – Comparação entre amostragem randômica ou via LHS. (MARTINS; NING, 2021) . . . . .	40
FIGURA 3.1 – Arquitetura de controle de um regulador com realimentação de estados	43
FIGURA 3.2 – Variação da frequência natural e razão de amortecimento em função da velocidade à frente. (PADFIELD, 2018) . . . . .	45
FIGURA 4.1 – Variação da parte real do autovalor de período curto 1. . . . .	52
FIGURA 4.2 – Variação da parte real do autovalor de período curto 2. . . . .	53
FIGURA 4.3 – Variação da parte real do autovalor de fugaide. . . . .	54

---

FIGURA 4.4 – Variação da parte real do autovalor de espiral. . . . .	55
FIGURA 4.5 – Variação da parte real do autovalor de rolamento. . . . .	56
FIGURA 4.6 – Variação da parte real do autovalor de dutch roll. . . . .	57
FIGURA 4.7 – Variáveis de projeto durante otimização do voo pairado. . . . .	61
FIGURA 4.8 – Restrições durante otimização do voo pairado. . . . .	62
FIGURA 4.9 – Função objetivo para condição de voo pairado. . . . .	63
FIGURA 4.10 – Parte real dos autovalores antes e depois da primeira fase de otimização. . . . .	64
FIGURA 4.11 – Valores das variáveis de projeto para cada geração do algoritmo. . .	66
FIGURA 4.12 – Função objetivo em todos os pontos de cada geração para condição de voo pairado. . . . .	67
FIGURA 4.13 – Qualidades de voo para todas as condições após segunda otimização. .	68
FIGURA 4.14 – Excitação com <i>doublet</i> de comando cíclico longitudinal. . . . .	69
FIGURA 4.15 – Simulação das aeronaves original e ótima. . . . .	70

# Lista de Tabelas

TABELA 4.1 – Tabela de nível de qualidade de voo para o critério de razão de amortecimento (TUPINAMBÁ, 2024). Os valores em negrito representam QDV acima de 1. . . . .	51
TABELA 4.2 – Parâmetros filtrados para otimização . . . . .	51
TABELA 4.3 – Limites <b>inferiores</b> das variáveis de projeto para cada velocidade de voo (kts). . . . .	58
TABELA 4.4 – Limites <b>superiores</b> das variáveis de projeto para cada velocidade de voo (kts). . . . .	59
TABELA 4.5 – Número de pontos que convergiram na primeira fase de otimização. . . . .	60
TABELA 4.6 – Valores das melhores variáveis de projeto para cada velocidade de voo (kts). . . . .	63
TABELA 4.7 – Valores das variáveis de projeto para cada velocidade de voo (kts) após a segunda fase de otimização. . . . .	67

# Lista de Abreviaturas e Siglas

AMCOM	<i>Army Aviation and Missile Command</i>
CG	Centro de Gravidade
CONDUIT	<i>Control Designer's Unified Interface</i>
DVE	<i>Degraded Visual Environment</i>
DR	<i>Dutch Roll</i>
ESP	Espiral
FUG	Fugoide
GVE	<i>Good Visual Environment</i>
ILS	<i>Instrument Landing System</i>
LHS	<i>Latin hypercube sampling</i>
MTE	<i>Mission Task Element</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
QDV	Qualidade de voo
ROL	Rolamento
SAS	<i>Stability Augmentation System</i>
SP	<i>Short-period</i>
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>
UCE	<i>Usable Cue Environment</i>

# Lista de Símbolos

$\delta_A$	Comando de passo cíclico lateral
$\delta_B$	Comando de passo cíclico longitudinal
$\delta_C$	Comando de passo coletivo
$\delta_P$	Comando de pedal
$u$	Velocidade no eixo x do referencial do corpo
$v$	Velocidade no eixo y do referencial do corpo
$w$	Velocidade no eixo z do referencial do corpo
$p$	Velocidade angular em torno do eixo x
$q$	Velocidade angular em torno do eixo y
$r$	Velocidade angular em torno do eixo z
$X$	Força no eixo x do referencial do corpo
$Y$	Força no eixo y do referencial do corpo
$Z$	Força no eixo z do referencial do corpo
$L$	Momento em torno do eixo x do referencial do corpo
$M$	Momento em torno do eixo y do referencial do corpo
$N$	Momento em torno do eixo z do referencial do corpo
$\phi$	Ângulo de rolamento
$\theta$	Ângulo de arfagem
$\psi$	Ângulo de proa
$I_x$	Momento de inércia em torno do eixo x do corpo
$I_y$	Momento de inércia em torno do eixo y do corpo
$I_z$	Momento de inércia em torno do eixo z do corpo
$I_{xz}$	Produto de inércia nos eixos x e z do corpo
$m$	Massa da aeronave
$A$	Matriz de estabilidade
$B$	Matriz de controle
$K$	Matriz de ganhos proporcionais
$\mathbf{x}$	Vetor de estados
$\mathbf{u}$	Vetor de controle
$\mathbf{k}$	vetor com variáveis de projeto

---

$f_{hard}$	Restrição crítica
$f_{soft}$	Restrição desejável
$a_i$	Limite inferior da $i$ -ésima componente do vetor de ganhos
$b_i$	Limite superior da $i$ -ésima componente do vetor de ganhos
$\lambda_i$	$i$ -ésimo autovalor

# Sumário

1	INTRODUÇÃO . . . . .	17
1.1	Objetivo . . . . .	18
1.1.1	Objetivos específicos . . . . .	18
1.2	Divisão do trabalho . . . . .	18
2	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA . . . . .	20
2.1	Graus de liberdade de um helicóptero . . . . .	21
2.1.1	Graus de liberdade de corpo rígido . . . . .	21
2.1.2	Graus de liberdade do rotor principal . . . . .	22
2.2	Comandos de voo de um helicóptero . . . . .	23
2.2.1	Comando de passo coletivo . . . . .	24
2.2.2	Comando de passo cíclico longitudinal . . . . .	24
2.2.3	Comando de passo cíclico lateral . . . . .	24
2.2.4	Comando de pedal . . . . .	25
2.3	Equações do movimento . . . . .	25
2.3.1	Equações do movimento linearizadas . . . . .	27
2.3.2	Solução do sistema linear . . . . .	28
2.3.3	Estabilidade da aeronave . . . . .	30
2.4	Modos dinâmicos da aeronave . . . . .	31
2.4.1	Modos longitudinais . . . . .	31
2.4.2	Modos látero-direcionais . . . . .	32
2.5	Teoria de controle . . . . .	33
2.5.1	Regulador com realimentação de estado . . . . .	33



---

<b>2.6</b>	<b>Requisitos da norma ADS-33E-PRF . . . . .</b>	<b>34</b>
2.6.1	Requisitos para voo pairado ou em baixas velocidades . . . . .	35
2.6.2	Requisitos para voo à frente com altas velocidades . . . . .	37
<b>2.7</b>	<b>Otimização . . . . .</b>	<b>39</b>
2.7.1	Amostragem e seleção de variáveis de projeto . . . . .	39
2.7.2	Métodos de otimização baseados em gradiente . . . . .	40
2.7.3	Métodos de otimização sem derivadas . . . . .	41
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA . . . . .</b>	<b>43</b>
<b>3.1</b>	<b>Determinação da arquitetura de controle . . . . .</b>	<b>43</b>
<b>3.2</b>	<b>Seleção das variáveis de projeto . . . . .</b>	<b>44</b>
<b>3.3</b>	<b>Metodologia de otimização . . . . .</b>	<b>44</b>
3.3.1	Restrições e função objetivo . . . . .	45
3.3.2	Fases da otimização . . . . .	46
<b>3.4</b>	<b>Comparação das aeronaves ótima e original . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>50</b>
<b>4.1</b>	<b>Definição da arquitetura . . . . .</b>	<b>50</b>
<b>4.2</b>	<b>Seleção das variáveis de projeto . . . . .</b>	<b>50</b>
<b>4.3</b>	<b>1ª Fase de otimização . . . . .</b>	<b>59</b>
<b>4.4</b>	<b>2ª Fase de otimização . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>4.5</b>	<b>Comparando aeronave original com otimizada . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>5.1</b>	<b>Sugestões de trabalhos futuros . . . . .</b>	<b>71</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>73</b>

# 1 Introdução

O setor de aviação historicamente possui como princípio fundamental a segurança de voo para garantir a adoção de pessoas ao meio de transporte e manter a boa reputação construída durante anos de boas práticas. Com esse intuito surge a certificação aeronáutica, setor responsável por garantir que os meios aeronáuticos cumpram requisitos mínimos de aeronavegabilidade e sejam seguros para operar na sociedade. Dentre os diversos requisitos de certificação estão os requisitos de qualidade de voo, requisitos esses que avaliam se é segura a pilotagem da aeronave e são intrinsecamente ligados com as características físicas da aeronave e suas leis de controle.

Aeronaves mais modernas em geral possuem sistemas de aumento de estabilidade ou também piloto automático. Para implementar tais sistemas é preciso de conhecimento específico sobre as características de controle e estabilidade da aeronave a fim de entender possíveis melhorias. Além disso, o projeto da malha de controle é específico para cada aeronave e apesar de categorias similares de aeronaves possuírem padrões em seus comportamentos dinâmicos, é pouco provável conseguir reutilizar o o mesmo projeto de lei de controle em duas aeronaves distintas. Isso torna o desenvolvimento de uma malha de controle único e específico de cada aeronave produzida.

O desenvolvimento de cada arquitetura de controle é complexo pois, por vezes, precisa de retrabalho a fim de satisfazer todos os requisitos de qualidade de voo da aeronave. Esse processo é demorado e custoso caso precise de um grande número de ensaios em voo para validá-lo. Projetar uma malha de controle de forma eficiente é um desafio dos fabricantes de aeronaves e pode interferir consideravelmente no custo de produção e na aceitação da aeronave no mercado.

Assim, a fim de evitar retrabalho, é preciso que haja uma metodologia eficiente para obter os melhores parâmetros da lei de controle para uma determinada aeronave de forma sistemática e respeitando os requisitos necessários. Nesse contexto é inserida a otimização, onde busca-se uma solução ótima que satisfaça todos os requisitos necessários sem dimensionamento excessivo de nenhum componente da malha de controle.

## 1.1 Objetivo

O objetivo desse trabalho é desenvolver uma metodologia de otimização para uma arquitetura de controle de aeronaves de asas rotativas que atenda aos requisitos necessários de qualidade de voo descritos na norma ADS-33E-PRF (AVIATION; COMMAND, 2000).

### 1.1.1 Objetivos específicos

1. Definir os requisitos utilizados na otimização.
2. Definir arquitetura de controle a ser otimizada.
3. Identificar parâmetros da malha de controle mais influentes nas qualidades de voo do sistema em questão.
4. Otimizar parâmetros escolhidos previamente.
  - (a) Definir função objetivo de cada otimização.
  - (b) Definir restrições de cada problema.
  - (c) Testar diferentes algoritmos de otimização.
  - (d) Realizar as otimizações.
  - (e) Analisar os resultados obtidos.
5. Realizar simulações para validar a malha de controle resultante.

## 1.2 Divisão do trabalho

O trabalho foi dividido de forma a conter os assuntos principais necessários à compreensão de uma malha de controle de aeronaves de asas rotativas e como realizar sua otimização. O conteúdo de cada seção é mostrado a seguir:

O capítulo 2 consiste em uma revisão teórica dos conceitos utilizados no trabalho. A revisão teórica é composta pelos seguintes assuntos: teoria de helicópteros, teoria de controle, requisitos de qualidade de voo e teoria de otimização.

O capítulo 3 mostra a metodologia empregada para otimizar parâmetros de um controlador, desde critérios para definir os parâmetros a serem otimizados até a execução da otimização. É dividido nos seguintes tópicos: determinação da arquitetura de controle, análise dos parâmetros de projeto, metodologia de otimização e análise dos resultados.

O capítulo 4 segue a metodologia apresentada no capítulo 3. Além disso, a otimização é dividida em duas fases distintas. Cada uma das duas fases tem seus objetivos próprios na otimização. O objetivo da primeira fase é estabilizar os modos dinâmicos da aeronave, já para a segunda fase objetiva-se melhorar seus níveis de qualidade de voo. Além disso, o capítulo 4 também traz uma comparação da aeronave original com a aeronave ótima. Assim, o quarto capítulo fica dividido da seguinte forma: determinação da arquitetura de controle, análise dos parâmetros de projeto, 1<sup>a</sup> fase de otimização, 2<sup>a</sup> fase de otimização e simulação com aeronaves original e ótima.

## 2 Referência Bibliográfica

No livro *Helicopter Flight Dynamics: Including a Treatment of Tiltrotor Aircraft* (PADFIELD, 2018), o autor explora com bastante profundidade os conceitos físicos por trás do voo de uma aeronave de asas rotativas. O livro mostra matematicamente e com dados experimentais como cada componente do helicóptero contribui para o voo da aeronave. Com isso, o autor consegue explorar a origem de cada uma das derivadas de estabilidade e controle do helicóptero. O livro foi usado como consulta sobre a origem dos fenômenos que ocorrem em aeronaves de asas rotativas.

A apostila Fundamentos da Engenharia de Helicópteros e Aeronaves de Asas Rotativas de autoria de Ronaldo Vieira Cruz (CRUZ, 2021) aborda diversos assuntos sobre helicópteros, em especial como é a mecânica do voo e as equações do movimento envolvidas. De posse desse conhecimento foi possível entender como cada realimentação na malha de controle pode influenciar a dinâmica da aeronave e validar mais facilmente os resultados obtidos nesse trabalho.

O trabalho de graduação do autor Paulo Fernando Guimarães Tupinambá (TUPINAMBÁ, 2024) traz um algoritmo de identificação de cada modo dinâmico de uma aeronave de asas rotativas e implementa uma forma de discretizar e calcular alguns requisitos de qualidade de voo da norma ADS-33E-PRF. Tanto a metodologia de identificação dos modos dinâmicos quanto o cálculo dos requisitos são utilizados nesse trabalho fornecendo os dados necessários para aplicar a metodologia de otimização.

A norma ADS-33E-PRF da *Army Aviation and Missile Command* (AMCOM) (AVIATION; COMMAND, 2000) serviu de referência sobre os requisitos considerados para a qualidade de voo da aeronave. Tais requisitos podem ser vistos como restrições ou função objetivo em cada otimização.

O livro *Practical methods for aircraft and rotorcraft flight control design: an optimization-based approach* (TISCHLER, 2017) foi utilizado como referência de boas práticas para o projeto de malhas de controle em aeronaves. O procedimento de otimização descrito no livro serviu de inspiração e referência para a metodologia aplicada nesse trabalho.

## 2.1 Graus de liberdade de um helicóptero

Um helicóptero, assim como qualquer outra aeronave, possui graus de liberdade de corpo rígido que possibilitam o movimento linear e angular nas três direções do espaço. Além das três velocidades lineares e angulares do helicóptero são necessários outros três ângulos definidos como ângulos de Euler para definir a atitude da aeronave em um determinado momento. A diferença do helicóptero para uma aeronave de asa fixa reside principalmente nos graus de liberdade do rotor principal. Nas seções a seguir são mostrados tanto os movimentos possíveis de corpo rígido, quanto do rotor principal e os símbolos das variáveis que são utilizados para tais movimentos.

### 2.1.1 Graus de liberdade de corpo rígido

Como referencial para os movimentos de corpo rígido é utilizado um sistema de coordenadas passando pelo CG da aeronave com o eixo  $x$  apontando para a proa da aeronave, o eixo  $y$  para a direita da aeronave e o eixo  $z$  para baixo a fim de completar um sistema dextrógiro. As velocidades da aeronave nas direções dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  são denotadas pelas variáveis  $u$ ,  $v$  e  $w$ , respectivamente.

Além das velocidades lineares, as velocidades angulares em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  da aeronave são denotadas pelas letras  $p$ ,  $q$  e  $r$ . Os ângulos de Euler que determinam a atitude da aeronave são denotados por  $\theta$ ,  $\phi$  e  $\psi$ . Os eixos de coordenadas, as velocidades lineares e angulares e os ângulos de Euler podem ser observados na Figura 2.1. (PROUTY, 2002)

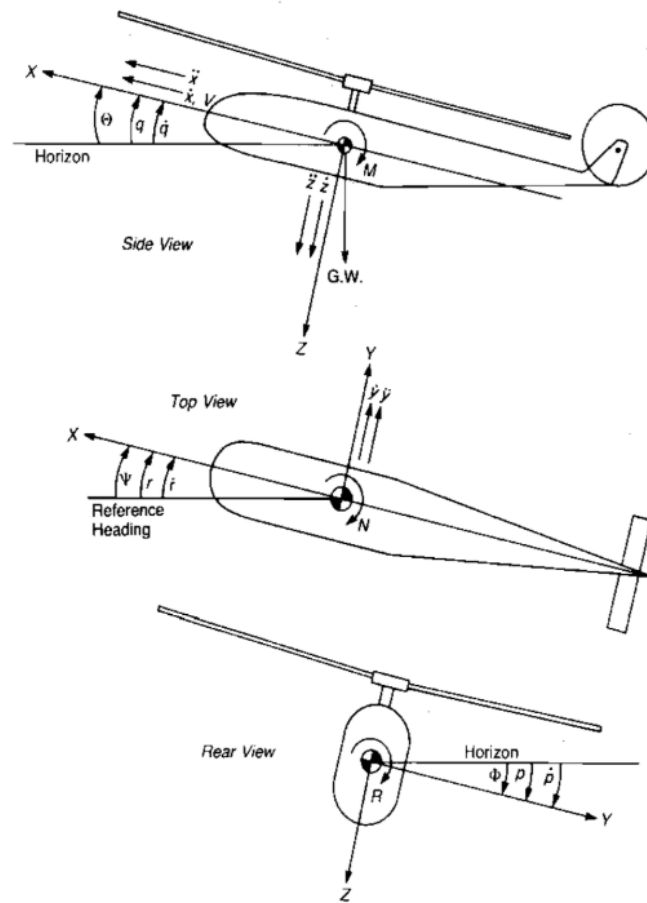


FIGURA 2.1 – Sistema de coordenadas da aeronave. (PROUTY, 2002)

### 2.1.2 Graus de liberdade do rotor principal

Para um rotor os movimentos possíveis são de passo, batimento e avanço-recuo das pás. Além da própria velocidade de rotação do rotor. Esses quatro graus de liberdade são possíveis em um rotor a depender do tipo de rotor.

A articulação de passo é necessária para alterar a atitude de cada pá do helicóptero de forma independente. Essa mudança de passo faz com que seja possível controlar a sustentação gerada por cada pá e isso auxilia tanto na estabilidade quanto no controle da aeronave. (CRUZ, 2021)

A articulação de batimento é a articulação que torna possível o movimento da pá para fora do plano de impulsão. Uma das causas do movimento de batimento é a diferença de sustentação em cada pá. Movimentos de batimento com sentidos opostos defasados de 180 graus na posição azimutal da pá fazem surgir o basculamento do rotor principal onde o plano de rotação e por consequência a tração resultante se inclinam na direção do basculamento. (CRUZ, 2021)

A consequência do movimento de batimento da pá em um referencial girando, portanto

não inercial, é uma aceleração de Coriolis na pá no sentido de aumentar ou diminuir a rotação da pá em questão. Para minizar esforços na raiz da pá devido a essa aceleração, é adicionada a articulação de avanço-recuo que permite que a pá aumente ou diminua ligeiramente a sua rotação em relação a rotação instantânea do rotor. (CRUZ, 2021)

Um rotor com todos os quatro graus de liberdade citados é chamado de rotor totalmente articulado e pode ser observado na Figura 2.2.

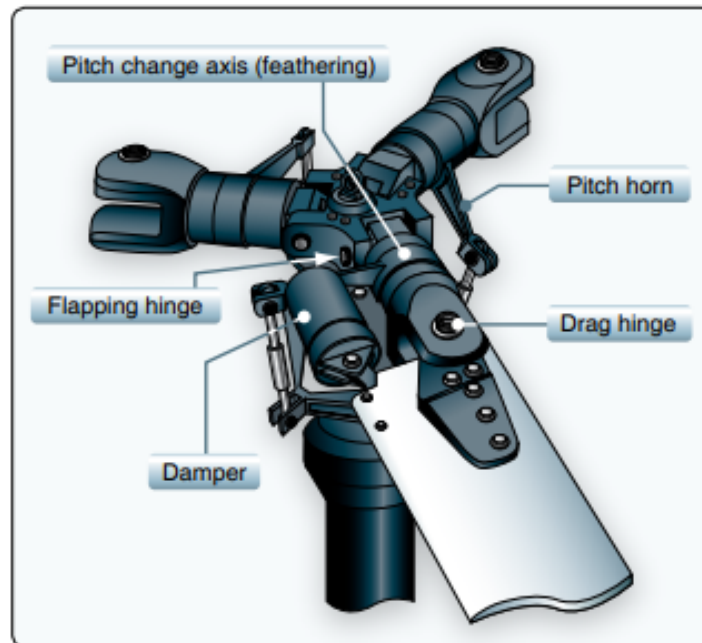


FIGURA 2.2 – Graus de liberdade de um rotor totalmente articulado. (Federal Aviation Administration, 2021)

Esses graus de liberdade são mostrados para entender como é o funcionamento dos comandos do piloto, principalmente na articulação de passo e sua resposta em batimento. O modelo da aeronave considerado nesse trabalho não contempla os graus de liberdade do rotor, somente os graus de liberdade de corpo rígido.

## 2.2 Comandos de voo de um helicóptero

Diferentemente das aeronaves de asa fixa, um helicóptero tem a capacidade de realizar voos em baixas velocidades, incluindo o voo pairado onde a velocidade da aeronave é nula em relação à massa de ar. Portanto, as superfícies aerodinâmicas comumente utilizadas em aeronaves de asa fixa não são eficientes para esse caso de voo onde a pressão dinâmica é insuficiente. Esse fato faz com que helicópteros necessitem de outras formas de controle.

Os comandos de voo de um helicóptero são: passo coletivo, passo cíclico longitudinal, cíclico lateral e pedais. A definição de cada comando e seus efeitos na aeronave são



descritos nas seções seguintes.

### 2.2.1 Comando de passo coletivo

O comando de passo coletivo altera o passo de todas as pás do rotor principal do helicóptero. Essa alteração no passo de todas as pás causa um aumento ou diminuição do módulo do vetor de sustentação pois cada uma das pás passará a gerar mais ou menos sustentação como um todo.

O comando de passo coletivo é normalmente encontrado no cockpit ao lado esquerdo da cadeira do piloto como uma alavanca, ao subir a alavanca o passo coletivo aumenta e vice-versa. Esse é o comando primário para subir ou descer a aeronave (CRUZ, 2021).

O sentido positivo de comando de passo coletivo é por convenção no sentido de aumentar o passo coletivo das pás. Nesse trabalho o comando de passo coletivo será denotado por  $\delta_C$ .

### 2.2.2 Comando de passo cíclico longitudinal

O comando de passo cíclico é um comando tal que as pás do rotor sejam submetidas a um comando de passo como uma senóide em função do ângulo azimutal da pá. Essa variação de ângulo de passo da pá faz com que a pá responda em batimento com atraso próximo de 90 graus, ou exatos 90 graus para helicópteros sem excentricidade no rotor. A resposta em batimento da pá faz com que o plano de rotação se incline na direção desejada de voo (CRUZ, 2021).

No caso de comando de cíclico longitudinal, o objetivo é controlar a aeronave em arfagem. Portanto, para helicópteros ressonantes, o passo nas pás que avançam e recuam são alterados simetricamente visando a inclinação para frente ou para trás do plano de rotação e consequente controle de arfagem da aeronave. O comando de cíclico longitudinal é convencionado positivo quando a alavanca do cíclico é levada à frente pelo piloto, fazendo a aeronave picar. Esse comando é representado pelo símbolo  $\delta_B$  nesse trabalho.

### 2.2.3 Comando de passo cíclico lateral

O comando de passo cíclico lateral atua de forma semelhante ao cíclico longitudinal, a diferença está que o objetivo é de inclinar lateralmente o plano de rotação das pás. Assim, para helicópteros ressonantes, os passos nas pás à frente e à ré são alterados tal que a resposta em batimento das pás incline o plano de rotação lateralmente (CRUZ, 2021). Convenciona-se que levar a alavanca de passo cíclico à direita e consequente rolamento à

direita seja o sentido positivo para a entrada de passo cíclico longitudinal. O símbolo que representa o comando de passo cíclico lateral nesse trabalho é  $\delta_A$ .

### 2.2.4 Comando de pedal

O comando de pedal visa contrabalançar o anti-torque do rotor principal e guinar a aeronave para a direção de voo desejada. Esse comando é realizado alterando-se o passo coletivo das pás do rotor de cauda. Uma alteração de passo coletivo no rotor de cauda altera o módulo da força produzida pelo rotor de cauda de forma análoga ao que ocorre no passo coletivo do rotor principal. Essa alteração de força permite guinar a aeronave para a direção desejada de voo (CRUZ, 2021). A convenção de sinal para o comando de pedal é positiva para aplicação de pedal direito, portanto guinada à direita. Para representar o comando de pedal é utilizado o símbolo  $\delta_P$ .

A Figura 2.3 mostra os quatro controles do piloto descritos. Nela é possível observar as alavancas de passo coletivo e cíclico e os pedais. (PADFIELD, 2018)

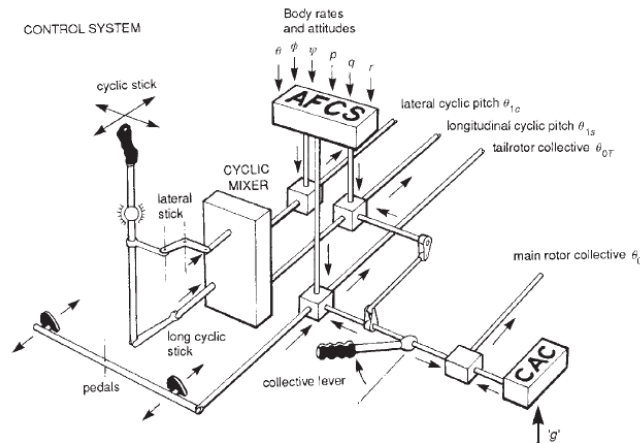


FIGURA 2.3 – Controles exercidos pelo piloto. (PADFIELD, 2018)

## 2.3 Equações do movimento

As equações do movimento de uma aeronave de asas rotativas considerada como um corpo rígido podem ser derivadas com as leis de conservação do momento linear e angular. As equações são tanto lineares quanto angulares são mostradas nas seções seguintes.

### 1. Equações Translacionais (no referencial do corpo)

As equações que relacionam as forças no referencial do corpo são dadas por:

$$m(\dot{u} + qw - rv) = X - mg\sin(\theta) \quad (2.1)$$

$$m(\dot{v} + ru - pw) = Y + mg\cos(\theta)\sin(\phi) \quad (2.2)$$

$$m(\dot{w} + pv - qu) = Z + mg\cos(\theta)\cos(\phi) \quad (2.3)$$

## 2. Equações Rotacionais (Momento Angular)

As equações que relacionam os momentos no referencial do corpo são dadas por:

$$I_x\dot{p} - I_{xz}\dot{r} + qr(I_z - I_y) - I_{xz}pq = L \quad (2.4)$$

$$I_y\dot{q} + pr(I_x - I_z) + I_{xz}(p^2 - r^2) = M \quad (2.5)$$

$$I_z\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + pq(I_y - I_x) + I_{xz}qr = N \quad (2.6)$$

## 3. Relações Cinemáticas (atitude)

As equações que relacionam

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \quad (2.7)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (2.8)$$

$$\dot{\psi} = q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \quad (2.9)$$

## 4. Definições das Variáveis

- $u, v, w$  — velocidades lineares no referencial do corpo.
- $p, q, r$  — velocidades angulares no referencial do corpo.
- $X, Y, Z$  — forças aerodinâmicas + gravitacionais + propulsivas no corpo.
- $L, M, N$  — momentos em relação aos eixos do corpo.
- $\phi, \theta, \psi$  — ângulos de Euler: rotação, arfagem, guinada.
- $I_x, I_y, I_z, I_{xz}$  — momentos de inércia.
- $m$  — massa da aeronave.

### 2.3.1 Equações do movimento linearizadas

As equações do movimento descritas em 2.3 são não lineares, o que pode ser observado pelos termos com funções trigonométricas e variáveis quadráticas. Essas equações podem ser linearizadas em torno de uma condição de equilíbrio utilizando suas séries de Taylor correspondentes e truncando os termos de ordem maior ou igual a 2, assumindo a hipótese de pequenas variações em torno do equilíbrio. Assim, a dinâmica do movimento da aeronave pode ser escrita na forma de um sistema de equações diferenciais lineares de primeira ordem como mostra a equação 2.10 onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de estados do sistema composto pelas variáveis  $u, v, w, p, q, r, \theta$  e  $\phi$ .

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \quad (2.10)$$

Onde  $A$  é uma matriz de dimensão 8x8 dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_w}{m} & \frac{X_q}{m} - w_0 & -g \cos(\theta_0) & \frac{X_v}{m} & \frac{X_p}{m} & 0 & \frac{X_r}{m} + v_0 \\ \frac{Z_u}{m} & \frac{Z_w}{m} & \frac{Z_q}{m} + u_0 & -g \cos(\phi_0) \sin(\theta_0) & \frac{Z_v}{m} & \frac{Z_p}{m} - v_0 & -g \sin(\phi_0) \cos(\theta_0) & \frac{Z_r}{m} \\ \frac{M_u}{I_y} & \frac{M_w}{I_y} & \frac{M_q}{I_y} & 0 & \frac{M_v}{I_y} & \frac{M_p}{I_y} & 0 & \frac{M_r}{I_y} \\ 0 & 0 & \cos(\phi_0) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\phi_0) \\ \frac{Y_u}{m} & \frac{Y_w}{m} & \frac{Y_q}{m} & -g \sin(\phi_0) \sin(\theta_0) & \frac{Y_v}{m} & \frac{Y_p}{m} + w_0 & g \cos(\phi_0) \cos(\theta_0) & \frac{Y_r}{m} - u_0 \\ L'_u & L'_w & L'_q & 0 & L'_v & L'_p & 0 & L'_r \\ 0 & 0 & \sin(\phi_0) \tan(\theta_0) & 0 & 0 & 1 & 0 & \cos(\phi_0) \tan(\theta_0) \\ N'_u & N'_w & N'_q & 0 & N'_v & N'_p & 0 & N'_r \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

A matriz  $B$  tem dimensão 8x4 e é dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{X_{\delta_C}}{m} & \frac{X_{\delta_A}}{m} & \frac{X_{\delta_B}}{m} & \frac{X_{\delta_P}}{m} \\ \frac{Z_{\delta_C}}{m} & \frac{Z_{\delta_A}}{m} & \frac{Z_{\delta_B}}{m} & \frac{Z_{\delta_P}}{m} \\ \frac{M_{\delta_C}}{I_y} & \frac{M_{\delta_A}}{I_y} & \frac{M_{\delta_B}}{I_y} & \frac{M_{\delta_P}}{I_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Y_{\delta_C}}{m} & \frac{Y_{\delta_A}}{m} & \frac{Y_{\delta_B}}{m} & \frac{Y_{\delta_P}}{m} \\ L'_{\delta_C} & L'_{\delta_A} & L'_{\delta_B} & L'_{\delta_P} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ N'_{\delta_C} & N'_{\delta_A} & N'_{\delta_B} & N'_{\delta_P} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Os vetores  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{u}$  são:

$$\mathbf{x} = [\Delta u \ \Delta w \ \Delta q \ \Delta \theta \ \Delta v \ \Delta p \ \Delta \phi \ \Delta r]^T \quad (2.13)$$

$$\mathbf{u} = [\delta_C \ \delta_A \ \delta_B \ \delta_P]^T \quad (2.14)$$

E os símbolos subscritos nos coeficientes das matrizes A e B representam derivadas parciais.

### 2.3.2 Solução do sistema linear

Para resolver o sistema de equações diferenciais lineares mostrado em 2.10 assume-se uma solução da seguinte forma:

$$\mathbf{x} = \mathbf{v}e^{\lambda t} \quad (2.15)$$

Assim, substituindo na equação homogênea obtém-se:

$$\lambda \mathbf{v}e^{\lambda t} = \mathbf{A} \mathbf{v}e^{\lambda t} \quad (2.16)$$

Simplificando

$$\mathbf{v}(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (2.17)$$

Para soluções não triviais, ou seja  $\mathbf{v} \neq 0$ , é preciso que o determinante da matriz  $\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}$  seja nulo. Os valores de  $\lambda$  que satisfazem essa condição são chamados de autovalores. Associado a cada autovalor, existe um autovetor correspondente.

O método de resolução por autovalores é bastante útil pois permite mostrar características da solução do problema como por exemplo parâmetros de amortecimento, frequência de oscilação, os mesmo se a solução é oscilatória ou diverge com o tempo podem ser observados apenas com os valores de  $\lambda$  encontrados.

Resolver equação 2.17 é o mesmo que resolver uma equação polinomial de ordem igual a ordem da matriz A. Uma característica de equações polinomiais é que uma variação infinitesimal em qualquer um dos coeficientes da equação implica em uma variação infinitesimal das raízes da equação, mesmo que sejam raízes complexas, desde que a derivada da função que descreve a equação polinomial seja diferente de zero. Como pode ser observado em (GUILLAUME *et al.*, 1989). Assim, ao variar infinitesimalmente uma quantidade de componentes da matriz A seus autovalores devem ter uma variação infinitesimal. O que auxilia na otimização a ser realizada.

## 1. Autovalores reais

Quando a equação característica possui autovalores reais, a solução da forma  $ve^{\lambda t}$  converge assintoticamente para zero, ou diverge para infinito a partir de uma perturbação, a depender do sinal do autovalor. Para um autovalor real positivo, a solução diverge pois a expressão  $\lambda t$  presente na exponencial é crescente com o tempo, tornando a solução divergente. Já para o caso do autovalor real negativo, a solução possui comportamento assintótico para zero pois o expoente é nesse caso de um número que tende a  $-\infty$ .

O comportamento das duas possibilidades é mostrado na Figura 2.4

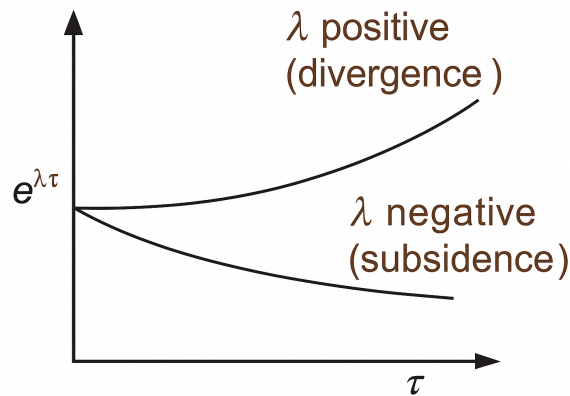
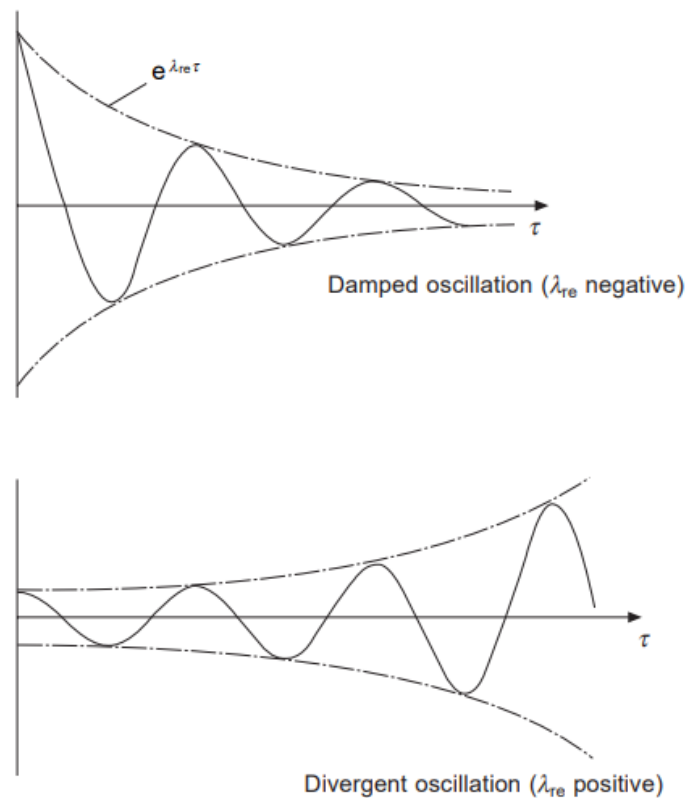


FIGURA 2.4 – Divergência ou convergência para autovalores reais. (BRAMWELL *et al.*, 2001)

## 2. Autovalores complexos conjugados

No caso onde os autovalores são complexo conjugados, a exponencial  $e^{\lambda t}$  será uma função composta por uma envoltória exponencial de um número real multiplicada por uma função trigonométrica o que faz a solução ser oscilatória. Esse comportamento oscilatório pode ser convergente ou divergente a depender do sinal da parte real do autovalor, de modo semelhante ao mostrado para autovalores puramente reais como mostra a Figura 2.5.

FIGURA 2.5 – Oscilações divergentes ou amortecidas. (BRAMWELL *et al.*, 2001)

### 2.3.3 Estabilidade da aeronave

Para analisar a estabilidade da aeronave, é preciso fazer uma distinção entre dois tipos de estabilidade: estabilidade estática e estabilidade dinâmica.

#### 1. Estabilidade estática

A estabilidade estática visa analisar se um sistema perturbado a partir de uma posição de equilíbrio possui ou não tendência de retornar a posição original.

#### 2. Estabilidade dinâmica

A estabilidade dinâmica analisa para um sistema, mesmo com forças restauradoras tendendo a retorná-lo ao equilíbrio, se a amplitude das oscilações aumentam, diminuem ou permanecem constantes com o decorrer do tempo. Devido a necessidade da existência de forças restauradoras só é possível discutir estabilidade dinâmica caso o sistema seja estáticamente estável.

Uma forma de verificar se um dos modos dinâmicos tem oscilações com tendência de

aumento, estagnação ou dissipação é verificar a parte real do autovalor correspondente conforme já mostrado anteriormente.

## 2.4 Modos dinâmicos da aeronave

É possível dividir os modos dinâmicos da aeronave em duas categorias, os modos dinâmicos longitudinais e os látero-direcionais. Uma característica dessa divisão é a possibilidade de tratar os modos como sendo desacoplados, utilizando ao invés da matriz de estabilidade  $A$  com dimensões  $8 \times 8$ , uma matriz com dimensões  $4 \times 4$  para cada categoria citada. Assim, ao invés de oito autovalores acoplados são calculados por duas vezes quatro autovalores desacoplados.

A vantagem de desacoplar as matrizes longitudinais e látero-direcionais está em diminuir o esforço computacional de calcular autovalores e autovetores de matrizes  $8 \times 8$  ao invés de matrizes  $4 \times 4$ . Porém, os modos longitudinais não são exatamente desacoplados dos modos látero-direcionais, o que provoca erros nos cálculos dos autovalores de cada modo. Para uma análise mais rápida é possível utilizar os modos desacoplados, porém nesse trabalho serão utilizados somente os autovalores e autovetores dos modos dinâmicos acoplados. De qualquer forma, para melhor compreensão, os modos dinâmicos serão apresentados usando essa divisão.

### 2.4.1 Modos longitudinais

#### 1. Fugóide

O modo de fugóide é descrito por uma oscilação entre velocidade e altitude da aeronave, com uma constante troca de energia cinética por potencial gravitacional. As variáveis de estado que compõem esse modo são  $u$ ,  $w$ ,  $q$  e  $\theta$ . Com valores mais acentuados em  $u$  e  $\theta$  de forma semelhante a asa fixa. O modo de fugóide é em geral oscilatório, com baixa frequência natural e baixo amortecimento, podendo ser instável para helicópteros em baixas velocidades. (PADFIELD, 2018)

A principal diferença entre a fugóide de aeronaves de asa rotativa e fixa está no fato de o rotor principal do helicóptero ser instável em ângulo de ataque, inserindo energia no sistema e podendo tornar o modo dinâmico instável.

#### 2. Curto período

O curto período é um modo geralmente oscilatório em ângulo de ataque. Como seu próprio nome sugere, é um modo com frequências altas. Além disso, possui normalmente



um amortecimento elevado e não é facilmente percebido pelo piloto por ser um modo com pequenas amplitudes nas variáveis de estado. Devido a seu alto amortecimento o período curto pode não ter caráter oscilatório, o que faz com que o modo de período curto se divida em dois modos: um modo em elevação e outro em arfagem. (TUPINAMBÁ, 2024)

### 2.4.2 Modos látero-direcionais

#### 3. Espiral

O modo de espiral está relacionado com a resposta da aeronave após entrar em uma curva. Ao inclinar a aeronave para o lado desejado de curva, a aeronave pode responder no sentido de aumentar, manter ou diminuir o raio da curva que está sendo realizada. Essas três respostas estão ligados a uma estabilidade positiva, neutra ou negativa do modo de espiral, respectivamente. É possível perceber o que acontece com a aeronave no modo de espiral observando a Figura 2.6. Por não ser um modo oscilatório, espera-se um autovalor real para esse modo.

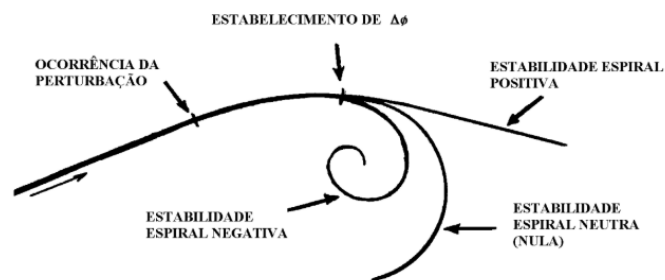


FIGURA 2.6 – Estabilidade espiral. (CRUZ, 2021)

#### 4. Rolamento

Esse modo dinâmico é caracterizado pela resposta a uma perturbação em rotação da aeronave em torno de seu eixo longitudinal e sua tendência de retornar a posição original. Em geral é bem amortecido, principalmente para helicópteros com mais rotor de cauda acima do CG da aeronave. (CRUZ, 2021)

#### 5. Dutch roll

O modo de dutch roll é um movimento oscilatório acoplado entre guinada e rolamento. O período desse modo é por volta de dois a quatro segundos. É um modo que em geral causa incômodo para o piloto e tripulação em casos de baixo amortecimento. Pode ser instável, necessitando de sistemas de aumento de estabilidade, do inglês *Stability Augmentation System* (SAS). Sistemas esses que utilizam de uma malha de controle externa

a fim de alterar parâmetros como frequência natural ou razão de amortecimento do modo dinâmico.

## 2.5 Teoria de controle

A teoria de controle descrita nessa seção mostra formas de utilizar o vetor  $\mathbf{u}$  na equação 2.10 para controlar as variáveis de estado do sistema de tal forma que as variáveis de estado do sistema tenham valores desejados. A variável de controle é um vetor formado pelos comandos de cíclico longitudinal, coletivo, cíclico lateral e pedal da aeronave.

Uma das possibilidades do uso das variáveis de controle é realimentar a variável de estados  $\mathbf{x}$  na própria variável  $\mathbf{u}$  de forma que seja possível alterar a matriz  $A$  de *loop* fechado onde seus autovalores representam os modos dinâmicos do sistema com a malha de controle ativa.

Existem diversas formas de utilizar a variável de controle, entre elas é possível utilizar realimentações proporcionais, integrais, derivativas ou uma combinação dessas. As realimentações podem construir tanto sistemas reguladores quanto rastreadores. A diferença principal está no objetivo de cada malha de controle.

Sistemas reguladores visam alterar a estabilidade do sistema, comumente trazendo o sistema de uma condição instável para uma condição estável, e fazem parte normalmente do *loop* interno da malha de controle. Já sistemas rastreadores funcionam com o objetivo de fazer com que a saída do sistema siga um valor de referência variável no tempo, em geral são posicionados no *loop* externo da malha de controle. (MORALES, 2023)

### 2.5.1 Regulador com realimentação de estado

Para construir um regulador com realimentação de estado a variável de controle deve ser da forma:

$$\mathbf{u} = -K\mathbf{x} \quad (2.18)$$

Onde  $K$  é uma matriz de dimensões  $m \times n$  onde  $n$  é o número de variáveis de estado e  $m$  o número de variáveis de controle.

Ao inserir a variável de controle na equação 2.10 obtém-se:

$$\dot{\mathbf{x}} = (A - BK)\mathbf{x} \quad (2.19)$$

E a matriz  $A$  de *loop* fechado passa a ser da forma  $A - BK$ . Dessa forma é possível alterar os autovalores e autovetores do sistema com essa realimentação de estado.

## 2.6 Requisitos da norma ADS-33E-PRF

A norma ADS-33E-PRF (AVIATION; COMMAND, 2000) é uma norma que contempla as características de qualidades de voo para aeronaves militares de asas rotativas.

Nessa seção serão detalhados os requisitos da norma que são usados na metodologia de otimização desenvolvida. Os requisitos considerados são relacionados aos modos dinâmicos longitudinais e látero-direcionais da aeronave.

A norma mostra três níveis de qualidade de voo para seus requisitos. O nível 1 significa que a aeronave possui boas características dinâmicas e que não há necessidade de aplicar melhorias. O nível 2 é quando a aeronave ainda pode ser pilotada com segurança porém com aumento considerável de carga de trabalho do piloto. Já o nível 3 é quando a carga de trabalho para o piloto se torna inaceitável em condições normais de voo. O nível 3 pode ser aceito em condições por exemplo de emergência ou outras condições operacionais desde que por tempo limitado. (AVIATION; COMMAND, 2000)

Para determinar qual nível atribuir para uma determinada qualidade de voo da aeronave de acordo com a opinião dos pilotos e evitando ambiguidades a norma ADS-33E-PRF utiliza a escala *Cooper-Harper* como forma de medir o nível de cada requisito. A escala *Cooper-Harper* pode ser observada na Figura 2.7.

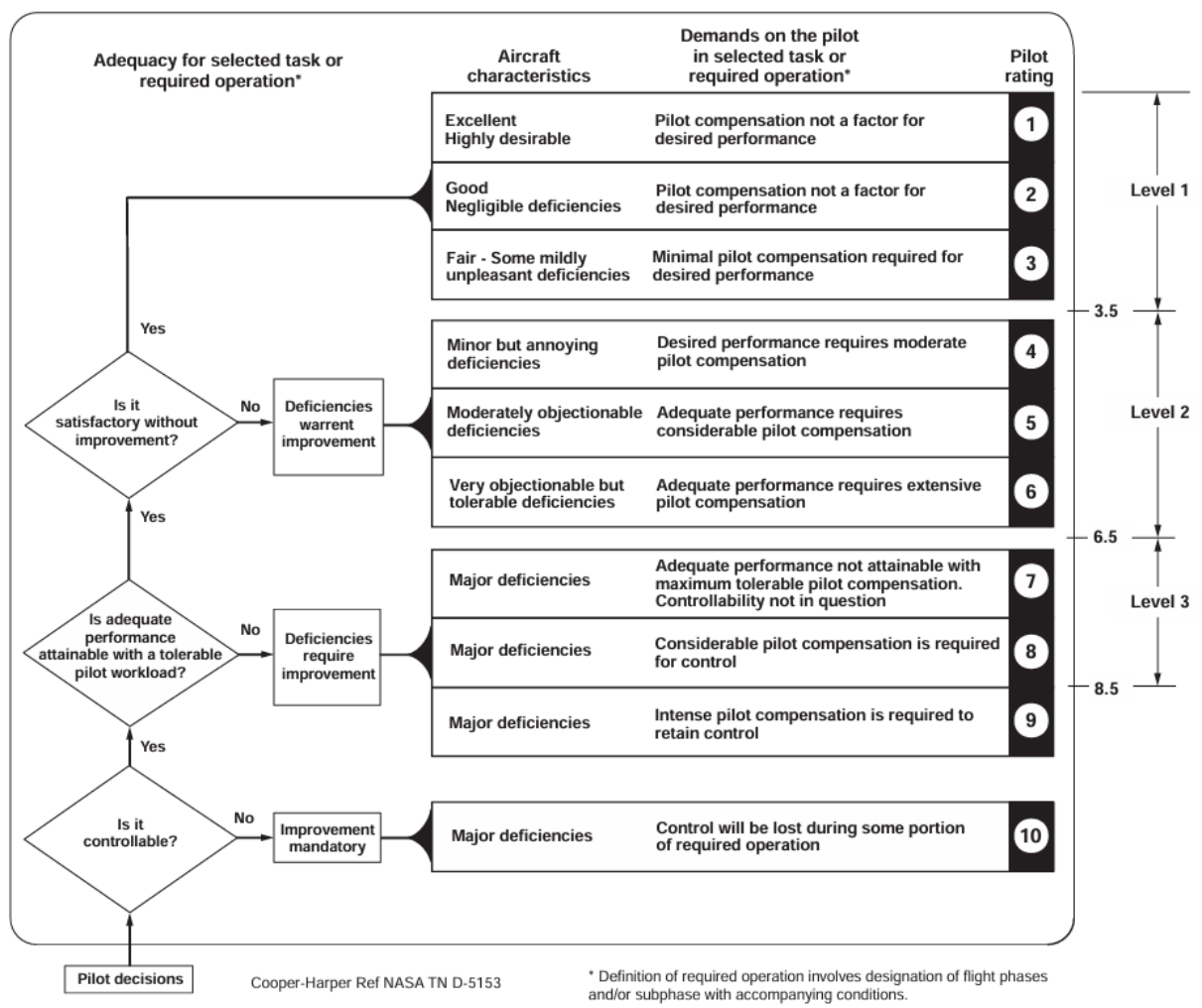


FIGURA 2.7 – Escala *Cooper-Harper*. (AVIATION; COMMAND, 2000)

Cada qualidade de voo possui diferentes requisitos a depender do ambiente em que a aeronave está operando e da tarefa que está realizando. Esses dois parâmetros são evidenciados na norma como *Usable Cue Environment* (UCE) e *Mission Task Element* (MTE), respectivamente. Como exemplos de MTE têm-se: pouso, voo pairado, aproximação por instrumento (ILS), entre outros. Já os ambientes são divididos entre *Good Visual Environment* (GVE) e *Degraded Visual Environment* (DVE). (AVIATION; COMMAND, 2000)

Apesar de serem necessários diferentes níveis de voo por requisito a depender dos parâmetros MTE e UCE, a forma de medir os níveis de voo para uma determinada qualidade de voo segue a mesma métrica independente do MTE ou UCE considerado.

2.6.1 Requisitos para voo pairado ou em baixas velocidades

A norma ADS-33E-PRF define voo em baixas velocidades quando a velocidade à frente é inferior a 45 nós.

Um dos requisitos para voo nessas velocidades é o que se refere a movimentos de pequena amplitude e frequência média onde se analisa a frequência natural e a razão de amortecimento para movimentos de *pitch* e *roll*. Para verificar o nível dessa qualidade de voo é utilizado o gráfico da Figura 2.8.

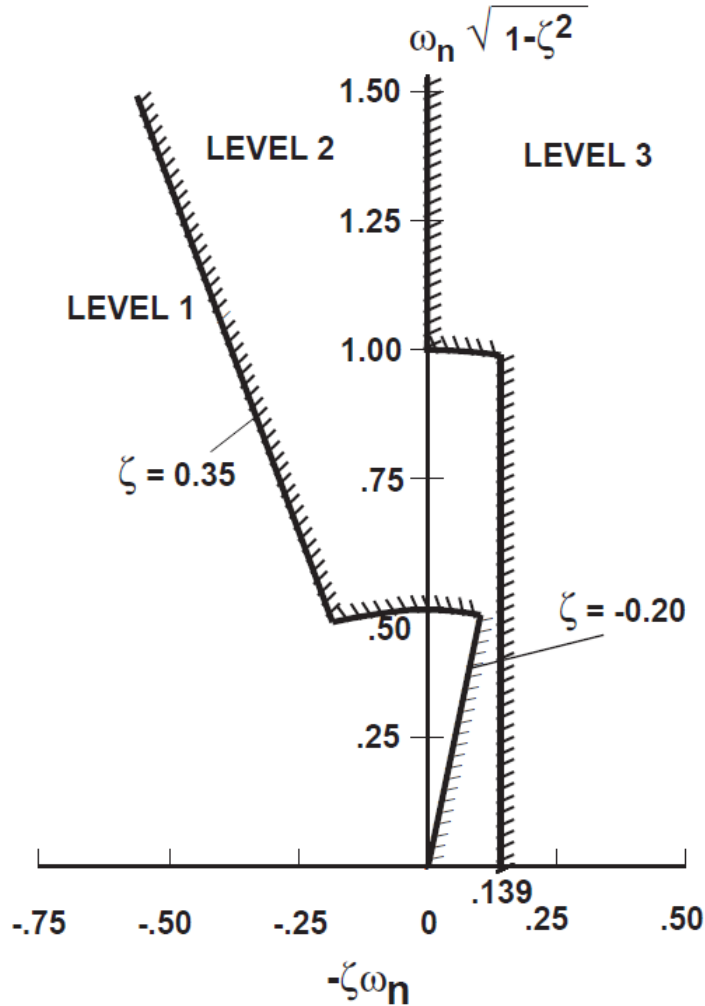
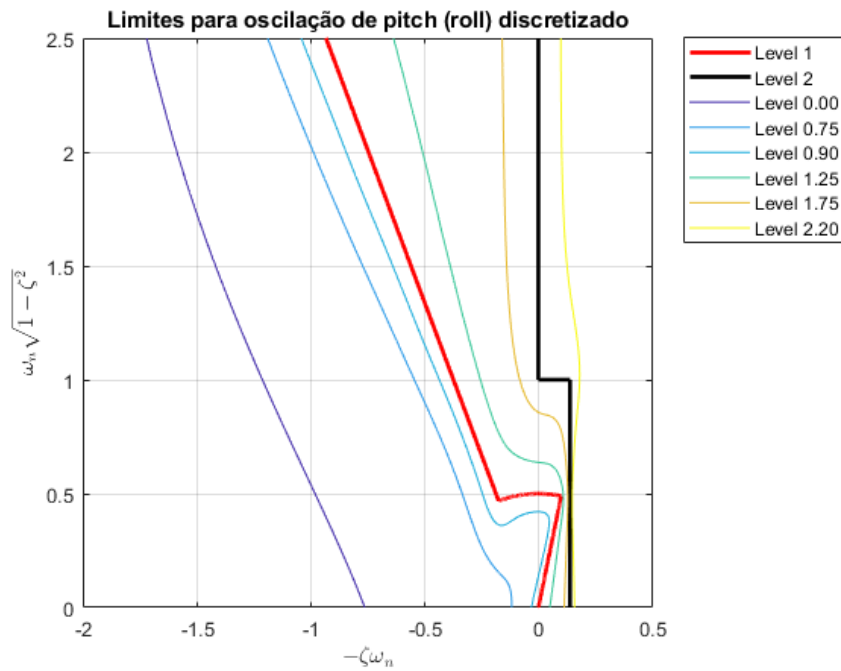


FIGURA 2.8 – Níveis para as oscilações em pitch e roll. (AVIATION; COMMAND, 2000)

A fim de transformar a posição encontrada para cada modo dinâmico no gráfico da Figura 2.8 em um número que possa ter valores intermediários e não somente valores discretos, foi feita uma discretização das regiões do gráfico de acordo com uma metodologia proposta por (TISCHLER, 2017). A discretização foi realizada por (TUPINAMBÁ, 2024) e serviu de base para avaliar esse requisito no *software* de otimização proposto nesse trabalho.

FIGURA 2.9 – Níveis discretizados para oscilações em *pitch* e *roll*. (TUPINAMBÁ, 2024)

### 2.6.2 Requisitos para voo à frente com altas velocidades

A norma ADS-33E-PRF considera velocidades acima de 45 nós como altas velocidades. Para os modos látero-direcionais, o mapa com os níveis de qualidade de voo em função da frequência natural e do fator de amortecimento é mostrado na Figura 2.10.

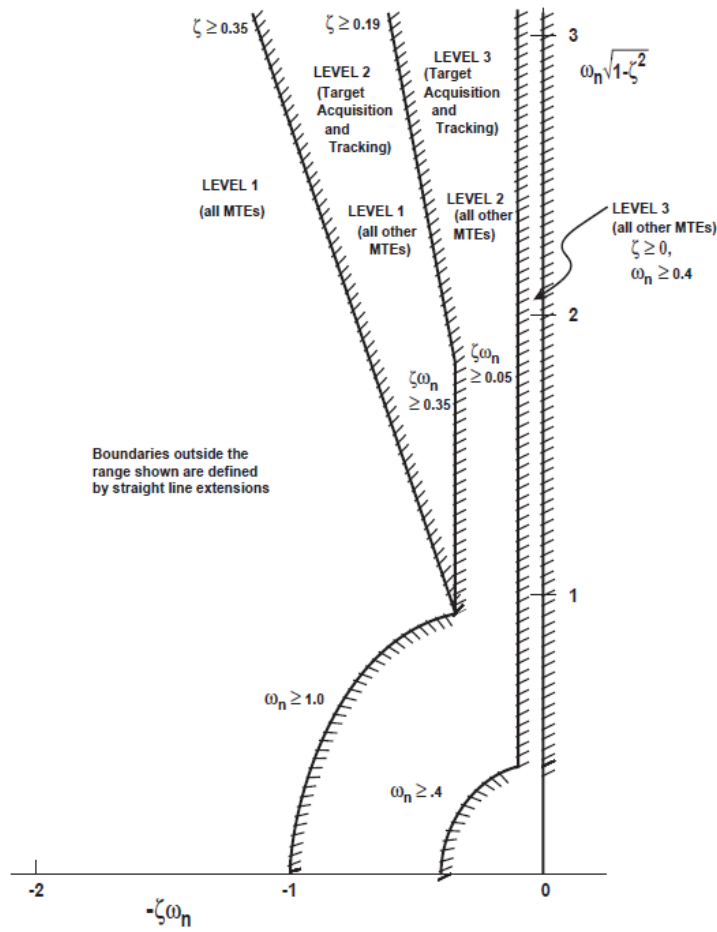


FIGURA 2.10 – Níveis de qualidade de voo para os modos látero-direcionais. (AVIATION; COMMAND, 2000)

De semelhante modo, esse requisito foi suavizado a fim de obter níveis com valores fracionários. O mapa com a suavização realizada por (TUPINAMBÁ, 2024) pode ser observado na Figura 2.11

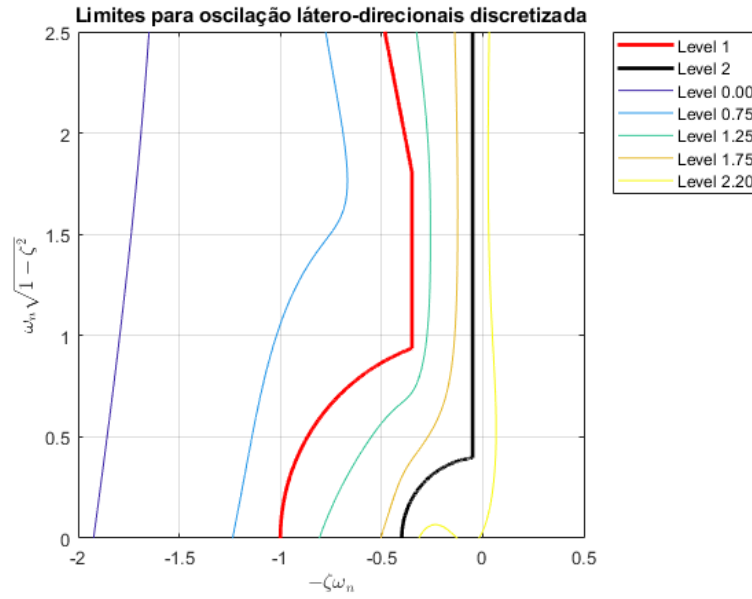


FIGURA 2.11 – Níveis discretos para os modos látero-direcionais. (TUPINAMBÁ, 2024)

A metodologia empregada para a suavização dos requisitos foi o algoritmo de interpolação usando splines biarmônicas, conforme mostrado no trabalho de (TISCHLER, 2017).

## 2.7 Otimização

### 2.7.1 Amostragem e seleção de variáveis de projeto

Antes de realizar a otimização de qualquer sistema é preciso entender como o sistema funciona e quais variáveis influenciam na função objetivo e restrições. Em um sistema complexo com muitas variáveis é inviável computacionalmente testar todas as combinações de possíveis e, por vezes, é necessário diminuir a dimensão do problema filtrando variáveis que participarão da otimização e outras que não participarão.

Das variáveis escolhidas para participar da otimização é preciso analisar o sistema escolhido em diversas situações dentro dos limites dessas variáveis. Isso traz um desafio computacional de amostragem do problema para que não seja necessário testar inúmeras combinações das variáveis de projeto. Uma abordagem intuitiva seria distribuir pontos de forma randômica entre as variáveis de projeto. Isso é possível de ser feito, porém pode não ser o suficiente pois os pontos podem ao acaso serem alocados de forma agrupada no espaço das variáveis de projeto. Para solucionar esse problema, uma abordagem é utilizar uma forma de amostragem chamada de *Latin Hypercube Sampling* (LHS). (MARTINS; NING, 2021)

A Figura 2.12 mostra a diferença entre amostrar duas variáveis de projeto usando



uma seleção randômica ou com o método LHS. Percebe-se que a amostragem randômica, por não considerar os pontos que já foram amostrados, pode acabar gerando pontos aglomerados e gerar uma amostragem pobre em alguma região do espaço de projeto. Já a amostragem por LHS visa espalhar os pontos por todo o espaço de projeto, não resultando em pontos aglomerados.

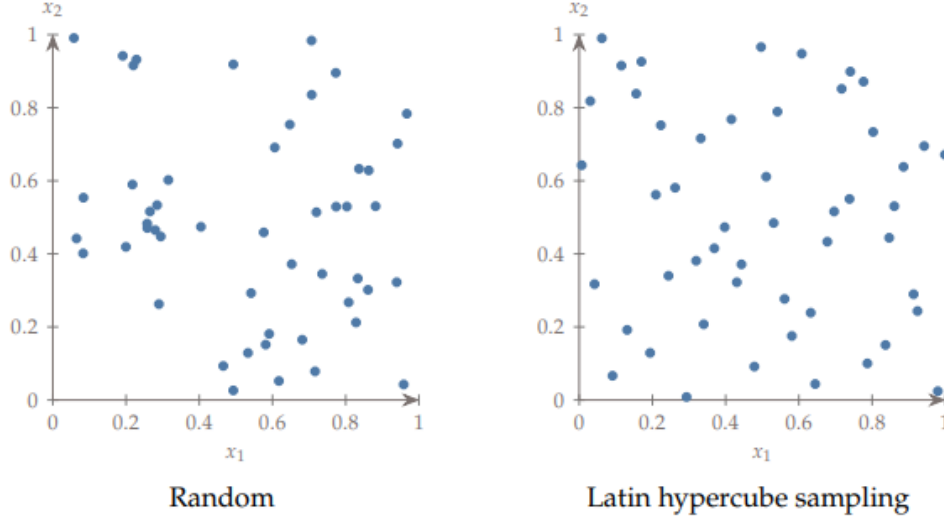


FIGURA 2.12 – Comparação entre amostragem randômica ou via LHS. (MARTINS; NING, 2021)

### 2.7.2 Métodos de otimização baseados em gradiente

Algoritmos de otimização baseados em gradientes são algoritmos que utilizam do vetor gradiente e da matriz Hessiana para determinar a direção que o algoritmo deve seguir à procura do ponto ótimo do problema. O vetor gradiente é o vetor composto pelas derivadas parciais de uma função por todas as suas variáveis e é dado pela equação 2.20.

$$\nabla f(x) = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right] \quad (2.20)$$

A matriz Hessiana é definida como a matriz com todas as possíveis segundas derivadas de uma função com relação a suas variáveis. A matriz pode ser observada em 2.21

$$H_f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Os algoritmos se baseiam no fato da função objetivo poder ser aproximada pela sua série de Taylor em torno de um ponto. Ao entender como a função se comporta na

vizinhança de um ponto, os algoritmos procuram a direção ótima na vizinhança, após isso o processo é repetido na vizinhança do novo ponto até que um ponto ótimo seja atingido. A expansão por série de Taylor de uma função de várias variáveis é mostrada na equação 2.22. (MARTINS; NING, 2021)

$$f(x^* + p) = f(x^*) + \nabla f(x^*)^T p + \frac{1}{2} p^T H(x^*) p + O(\|p\|^3) \quad (2.22)$$

As vantagens de algoritmos baseados em gradiente são que, em geral, convergem com poucas iterações para um ponto ótimo. Um dos problemas dessa abordagem é quando a função a ser otimizada não é convexa, portanto não há garantia de um ponto mínimo local ser um mínimo global. Outro problema enfrentado por algoritmos baseados em gradiente é que se a região de factibilidade (região que respeita todas as restrições) não for convexa o algoritmo pode não encontrar o ótimo global mesmo com uma função objetivo convexa. O algoritmo de otimização *Feasible Sequential Quadratic Programming* (FSQP) proposto por (TISCHLER, 2017) é um exemplo de algoritmo de otimização baseado em gradiente.

### 2.7.3 Métodos de otimização sem derivadas

Existem métodos de otimização que não necessitam das derivadas da função objetivo. Esses métodos são úteis em especial para funções mal comportadas. Um exemplo de método de otimização que não necessita do gradiente é o algoritmo de otimização por enxame de partículas ou *Particle Swarm Optimization* (PSO).

Esse algoritmo utiliza de diversos pontos (partículas) que não possuem nenhuma lógica complexa mas que ao trabalhar em conjunto (enxame) comumente encontra resultados interessantes à procura de pontos ótimos. É um algoritmo estocástico e mais robusto à pontos de mínimos locais que grande parte dos algoritmos baseados em gradiente. (MARTINS; NING, 2021)

O algoritmo funciona da seguinte maneira: pontos iniciais são definidos e cada ponto salva sua velocidade atual, o ponto com melhor função objetivo que o ponto passou e o ponto com melhor função objetivo que todos os pontos já encontrou. Com essas três informações cada um dos pontos passa para outra posição segundo a equação 2.23.

$$x_{k+1}^{(i)} = x_k^{(i)} + v_{k+1}^{(i)} \Delta t \quad (2.23)$$

Onde o vetor velocidade  $v_{k+1}^{(i)}$  é obtido pela equação 2.24

$$v_{k+1}^{(i)} = \alpha v_k^{(i)} + \beta \frac{x_{best}^{(i)} - x_k^{(i)}}{\Delta t} + \gamma \frac{x_{best} - x_k^{(i)}}{\Delta t} \quad (2.24)$$

Os índices "k" e "i" representam o número de iterações e a partícula em questão, respectivamente. Já os três termos que compõem a velocidade da partícula ( $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ ) são chamados de "inércia", "memória" e "social", respectivamente. O termo de inércia tende a manter a velocidade da partícula próxima de sua velocidade anterior, o termo de memória faz a partícula ser atraída para o melhor ponto já encontrado por ela e o termo social atrai a partícula para o melhor ponto já encontrado por todo o enxame. Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  podem ser alterados de acordo com as necessidades de cada otimização.

## 3 Metodologia

Os passos utilizados na otimização são descritos nessa seção, a saber: determinação da arquitetura de controle, seleção das variáveis de projeto, otimização, comparação entre aeronaves ótima e original.

### 3.1 Determinação da arquitetura de controle

Antes de otimizar uma malha de controle é preciso definir quais parâmetros comporão a lei de controle e para tal é preciso saber qual é a arquitetura utilizada. Por exemplo, caso seja utilizado um regulador com realimentação de estados por exemplo, a matriz de ganho  $K$  terá dimensão  $8 \times 4$  (32 parâmetros) e provavelmente existirão ganhos mais relevantes que outros para alterar as características do sistema.

Uma arquitetura de controle clássica pode ser observada na Figura 3.1. Em aeronaves reais normalmente são utilizadas realimentações de saída ao invés de estado. O motivo para isso é que nem todos os estados do sistema conseguem ser medidos com facilidade, implicando assim na necessidade do uso de realimentação de saída ou de observadores para uma aeronave real.

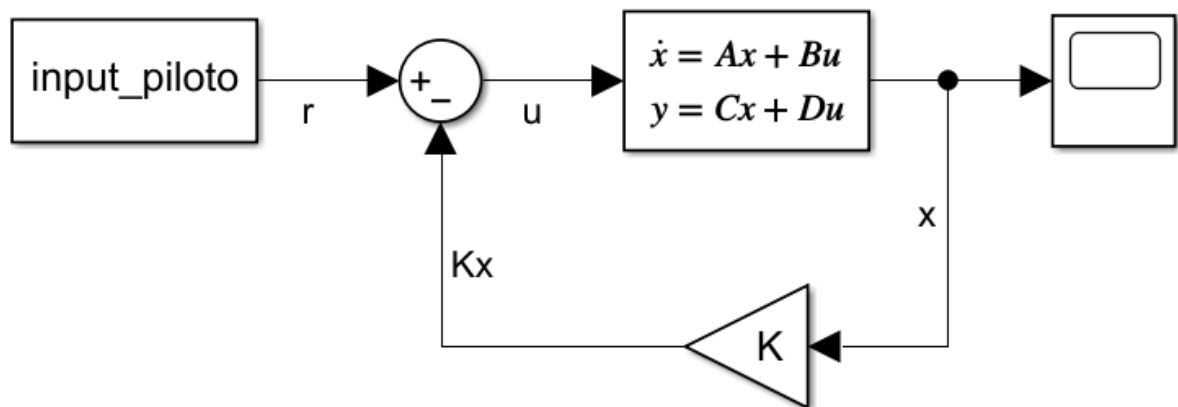


FIGURA 3.1 – Arquitetura de controle de um regulador com realimentação de estados

## 3.2 Seleção das variáveis de projeto

Após determinada a arquitetura que será trabalhada, é preciso avaliar quais parâmetros são mais relevantes para serem variáveis de projeto e quais poderão ser considerados constantes nulos. Essa etapa é importante pois reduz consideravelmente o custo computacional e é possível encontrar mais facilmente soluções que atendam às necessidades da função objetivo. As funções objetivo podem ser os níveis de qualidade de voo de cada modo dinâmico, estabilidade dinâmica de cada modo, requisitos de largura de banda, requisitos de atraso de fase ou qualquer combinação desses.

Para melhor selecionar as variáveis que comporão a otimização é proposta uma análise do impacto da variação de cada uma das possíveis variáveis a serem otimizadas. A intenção dessa fase é eliminar variáveis que pouco contribuam para a otimização e assim diminuir a dimensão do problema a ser tratado. Os dados de entrada para essa análise são: as características da aeronave em questão, os limites inferior e superior que as variáveis poderão assumir e o número de pontos necessários para garantir uma resolução suficiente que permita perceber qual o impacto ao alterar cada variável.

Uma forma de determinar os parâmetros consiste em fazer pequenas alterações em cada um deles de forma isolada mantendo todos os outros constantes. Assim é possível criar gráficos que possam trazer a intuição ao projetista de quais parâmetros são mais relevantes de serem otimizados. Parâmetros relevantes são aqueles que conseguem alterar consideravelmente alguma restrição ou a função objetivo. De posse desses gráficos a escolha dos parâmetros pelo projetista é facilitada.

## 3.3 Metodologia de otimização

Para realizar a otimização das variáveis é preciso entender que a matriz de estados  $A$  e a matriz de controle  $B$  são únicas para cada condição de voo. Sendo assim, alterando a condição de voo, diferentes matrizes são obtidas e diferentes otimizações são necessárias. Uma possível alteração na condição de voo é a velocidade à frente e isso altera consideravelmente cada um dos modos dinâmicos da aeronave, podendo alterá-los de estáveis para instáveis ou vice-versa. A Figura 3.2 mostra como a frequência natural e a razão de amortecimento dos modos dinâmicos podem ser alterados em função da velocidade à frente.

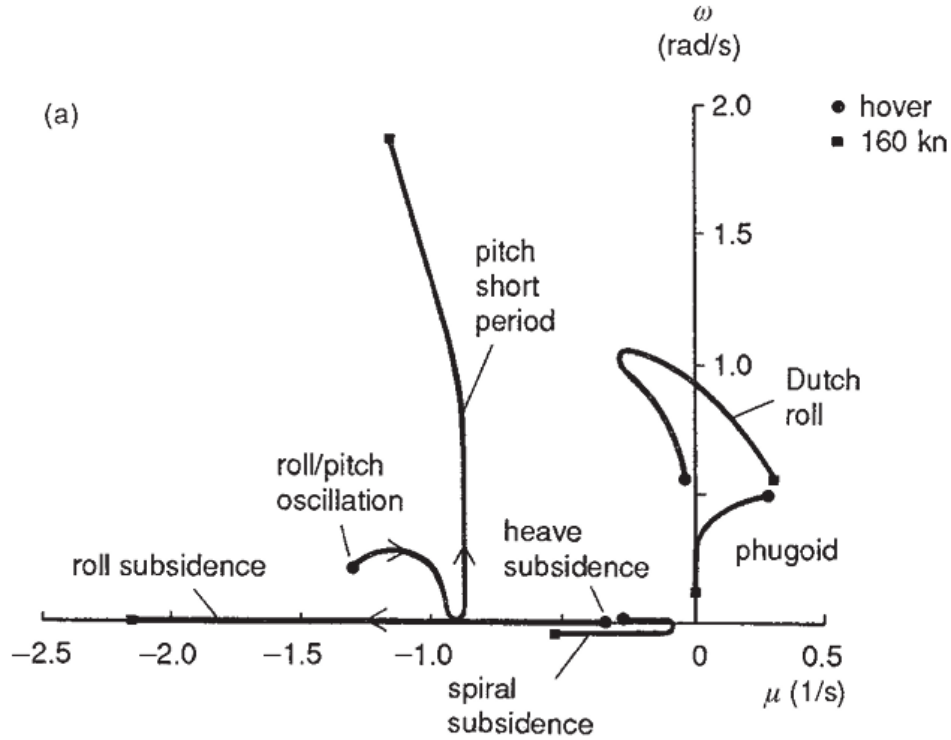


FIGURA 3.2 – Variação da frequência natural e razão de amortecimento em função da velocidade à frente. (PADFIELD, 2018)

Nesse trabalho, apenas a velocidade à frente se altera, gerando matrizes A e B para cada velocidade. Ao todo são onze velocidades à frente, indo desde o voo pairado até um voo com 130 nós de velocidade à frente. Essa alteração nas matrizes A e B do sistema em geral pode fazer com que modos dinâmicos distintos tenham necessidade de serem aprimorados, a depender da condição de voo. Quando diferentes condições de voo necessitam de diferentes melhorias o projetista pode optar por utilizar cumulativamente os parâmetros que alterem todas as qualidades de voo pretendidas ou utilizar somente os parâmetros necessários para cada condição de voo. Por simplicidade, nesse trabalho foram considerados todos os parâmetros influentes em todas as qualidades de voo e condições que necessitavam de melhorias.

### 3.3.1 Restrições e função objetivo

Para agrupar os requisitos de qualidade de voo, a metodologia proposta por (TISCHLER, 2017) divide os requisitos em três categorias: *hard constraints* ( $f_{hard}$ ), *soft constraints* ( $f_{soft}$ ) e *check only constraints*. As *check only constraints* são requisitos que são monitorados mas não participam efetivamente da otimização. A definição é que as *hard constraints* são extremamente necessárias na otimização e devem ser respeitadas em todas as fases de otimização, as *soft constraints* já são restrições que inicialmente não precisam ser atendidas mas que preferencialmente serão atendidas com o passar das fases de otimização. Já

as *check only constraints* não precisam necessariamente fazer parte do modelo de otimização mas convém serem monitoradas para acompanhar o desempenho como um todo da aeronave.

Como exemplo de *hard constraints* pode-se citar a estabilidade dinâmica de todos os modos, essa é uma característica considerada crítica na otimização. Já um exemplo de *soft constraints* pode ser descrito como a qualidade de voo de um modo dinâmico, pois o modo pode já ser estável e ser desejável que possua qualidade de voo 1 segundo a norma (AVIATION; COMMAND, 2000).

### Normalização das restrições

As qualidades de voo são discretizadas em valores entre os níveis 1, 2 e 3. Para utilizar tais valores é considerada uma normalização a fim de otimizar segundo os padrões propostos por (TISCHLER, 2017).

A normalização é feita de tal forma que os limites inferior e superior que definem boa ou má qualidade de voo são os níveis 1 e 2. Assim, a normalização utilizada é dada por:

$$\overline{f}_i = \frac{f_i - 1}{2 - 1} = f_i - 1 \quad (3.1)$$

No caso de uma otimização apenas com qualidades de voo discretas, a normalização não é necessária pois todas já estão em uma mesma escala. Porém, caso seja preciso adicionar outras restrições que não estejam no mesmo intervalo é preciso que seja feita uma normalização dos dados para que o otimizador não favoreça nenhuma restrição somente pela escala adotada. No estudo em questão foi adotada a normalização pois há a intenção de expansão desse estudo para outras restrições além das qualidades de voo dos modos dinâmicos.

### 3.3.2 Fases da otimização

A otimização é realizada em duas fases:

#### Fase 1

Para a primeira fase, a intenção é garantir que restrições consideradas críticas (*hard constraints*) sejam satisfeitas. Para o estudo desse trabalho foi considerado que ter todos os modos dinâmicos estáveis, ou seja, com todos os autovalores com parte real negativa seriam restrições críticas. Além disso, a metodologia proposta por (TISCHLER, 2017) não prevê limites inferior e superior nas variáveis de projeto mas, a critério do projetista,

podem ser adicionados e nesse trabalho serão considerados limites para as variáveis de projeto. Assim, essa primeira fase objetivou cumprir com requisitos críticos com o mínimo uso possível de variáveis de controle a fim de evitar o uso excessivo de algum ganho específico pelo otimizador.

Dessa forma, a primeira fase da otimização pode ser descrita matematicamente como o seguinte problema:

**minimizar:**

$$f_1(\mathbf{k}) = \|\mathbf{k}\|$$

**sujeito a:**

$$\text{Re}(\lambda_j) \leq 0, \quad j = 1, \dots, 8$$

e

$$\mathbf{a}_i \leq \mathbf{k}_i \leq \mathbf{b}_i \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Onde o índice  $i$  indica cada uma das componentes do vetor com os ganhos utilizados ( $\mathbf{k}$ ),  $n$  simboliza o número de componentes do vetor  $\mathbf{k}$ ,  $\lambda_j$  indica o  $j$ -ésimo autovalor da equação 2.19 com o vetor  $\mathbf{k}$ , e os limites  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  indicam os limites inferior e superior dos  $n$  parâmetros a serem otimizados, respectivamente. A primeira fase termina assim que o algoritmo converge para um ponto factível com todas as restrições críticas satisfeitas.

O algoritmo de otimização utilizado nessa primeira fase é o *Sequential Quadratic Programming* (SQP) que é um algoritmo baseado em gradiente e portanto, com pouca probabilidade de escapar de mínimos locais. Os critérios de parada para o algoritmo foram: máximo de 10 mil chamadas da função objetivo, máximo de 5 mil iterações do algoritmo ou uma diferença menor que  $10^{-8}$  no valor da função objetivo comparado à iteração anterior. Ao invés de apenas um ponto inicial, foram considerados 50 pontos iniciais amostrados com o método LHS conforme mostra a Figura 2.12. Os pontos da primeira fase que convergiram prosseguiram para a segunda fase da otimização.

## Fase 2

Para a segunda fase da otimização as restrições críticas da primeira fase são mantidas, porém nesse momento o objetivo é conseguir melhorar as qualidades de voo de todos os modos dinâmicos para valores o mais próximo possível do nível 1 (*soft constraints*). Assim, não é necessário minimizar o uso de ganhos no controlador mas recomenda-se utilizar limites inferior e superior também a fim de evitar o uso excessivo de um único ganho pelo otimizador. O problema matemático de otimização para a segunda fase pode ser descrito como:



**minimizar:**

$$f_2(\mathbf{k}) = \sum_{j=1}^8 [QDV_j(\mathbf{k}) - 1]^2 + \sum_{j=1}^8 1000 \max(\text{Re}(\lambda_j), 0)$$

**sujeito a:**

$$\mathbf{a}_i \leq \mathbf{k}_i \leq \mathbf{b}_i \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Onde  $QDV_j$  significa a j-ésima qualidade de voo, o índice i representa a componente do vetor de ganhos a ser otimizado ( $\mathbf{k}$ ), o índice j representa o modo dinâmico a ser considerado e os vetores  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  são os limites inferior e superior da i-ésima componente do vetor  $\mathbf{k}$ , respectivamente.

Para a segunda fase de otimização foi utilizado o algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) com uma população de pontos composta pelos pontos que convergiram na primeira fase adicionados a outros pontos amostrados via LHS até completar um total de 50. O motivo de alterar o algoritmo é principalmente devido ao fato de os níveis de qualidade de voo estarem altamente correlacionados com a parte real dos autovalores do mesmo modo dinâmico. Isso faz com que ao encontrar um mínimo local na primeira fase de otimização, utilizar o mesmo algoritmo na segunda fase não altera consideravelmente as qualidades de voo pois já estão próximas de um mínimo local. Usar um algoritmo que procura por mínimos globais foi a alternativa encontrada para contornar os mínimos locais já encontrados.

É possível perceber que a função objetivo é uma soma de duas componentes, a primeira visa cumprir com o objetivo de otimizar todas as qualidades de voo para o mais próximo possível de 1. Já a segunda visa auxiliar o algoritmo a lidar com a restrição de manter todas as componentes reais dos autovalores sendo negativas, atuando como uma penalização com um fator de escala 1000. Percebe-se que a penalização só será ativada caso o autovalor tenha parte real positiva (maior que zero).

A segunda fase da otimização continua até que todas as restrições consideradas do tipo *soft* estejam satisfeitas ou tenha atingido o número máximo de 5000 iterações.

### 3.4 Comparação das aeronaves ótima e original

A fim de entender de forma mais aprofundada os benefícios que a otimização trouxe à aeronave original foi realizada uma simulação com as aeronaves ótima e original.

Para tal foi preciso recalcular as matrizes de estabilidade da aeronave ótima pois ao fechar o *loop* de controle a matriz de estabilidade passa a ser da forma 2.19. Após

isso, calculam-se os comandos da aeronave (vetor  $\mathbf{u}$ ) ótima que a estabilizam na mesma condição de voo da aeronave original. Os comandos da aeronave que a estabilizam são tais que as variáveis de estado possuam derivada nula no tempo segundo a equação 2.10. Feitos tais procedimentos é possível prosseguir com a simulação das duas aeronaves.

A comparação realizada foi a do modo dinâmico de fugoide na condição de voo pairado que é instável originalmente. A excitação do modo de fugoide se deu por um comando do tipo *doublet* de cíclico longitudinal.

## 4 Resultados

Foi realizado o processo de otimização para uma aeronave de asas rotativas seguindo a metodologia do capítulo 3. Vale ressaltar que a metodologia de otimização proposta deve ser utilizada para cada variação de condição de voo podendo ser: velocidade de voo, altitude ou outros fatores que alterem significativamente a dinâmica da aeronave. Os resultados obtidos mostrados nesse capítulo foram obtidos para onze condições de voo, variando a velocidade de voo à frente. Os resultados mostrados, serão sempre da condição de voo pairado, exceto quando explícito no texto outra condição. Será feito dessa forma a fim de evitar repetição desnecessária nos gráficos, pois a otimização ocorre de forma semelhante em todas as onze condições de voo.

### 4.1 Definição da arquitetura

A arquitetura de controle escolhida foi de um regulador com realimentação de estados. A matriz  $K$  de realimentação é de dimensões  $4 \times 8$  e portanto existem 32 variáveis de projeto.

### 4.2 Seleção das variáveis de projeto

Antes de escolher as variáveis que comporão a primeira fase da otimização, é preciso entender qual o estado atual do sistema e quais melhorias são necessárias. Na aeronave considerada, os modos dinâmicos que não satisfazem o nível 1 de QDV em alguma velocidade são fugoide, dutch roll e espiral. Os valores das QDV em cada velocidade podem ser observados na Tabela 4.1.

TABELA 4.1 – Tabela de nível de qualidade de voo para o critério de razão de amortecimento (TUPI-NAMBÁ, 2024). Os valores em negrito representam QDV acima de 1.

Vel (kts)	SP	Elevação	Fugóide	Espiral	Rolamento	DR
0	-0,28	0,55	<b>3,18</b>	-5,28	-2,07	<b>1,16</b>
10	-0,41	0,56	<b>3,08</b>	-4,93	-2,21	<b>1,28</b>
20	-0,65	0,59	<b>3,16</b>	-4,04	-2,24	<b>1,40</b>
30	-0,76	0,62	<b>3,28</b>	-2,40	-2,35	<b>1,47</b>
40	-0,77	0,65	<b>2,54</b>	<b>1,77</b>	-2,28	<b>1,53</b>
50	-0,22	0,66	0,67	<b>3,59</b>	-0,28	<b>1,79</b>
60	0,22	NA	0,76	<b>3,08</b>	-0,04	<b>1,79</b>
70	0,30	NA	0,89	-3,56	0,10	<b>1,80</b>
80	0,39	NA	0,84	-3,88	0,17	<b>1,79</b>
90	0,51	NA	0,90	-4,41	0,19	<b>1,98</b>
130	<b>1,03</b>	NA	0,81	-5,38	0,15	<b>1,99</b>

A primeira abordagem consistiu em variar apenas uma variável de projeto por vez e verificar qual seu efeito nas qualidades de voo de cada modo dinâmico da aeronave. Ao fazer isso, nem todos os parâmetros possuem relevância nos modos a serem otimizados na condição de voo pairado, a saber: fugaide e dutch roll. Assim, foram filtrados os parâmetros que mais alteram as qualidades de voo em ambos os modos mencionados a fim de uma melhor otimização do voo pairado.

Os parâmetros escolhidos para otimização podem ser observados na Tabela 4.2

TABELA 4.2 – Parâmetros filtrados para otimização

Símbolo	Variável de controle	Variável de estado
$k_{u\delta C}$	Coletivo	Velocidade no eixo Z
$k_{v\delta C}$	Coletivo	Velocidade no eixo Y
$k_{\phi\delta C}$	Coletivo	Ângulo de rolamento
$k_{q\delta A}$	Cíclico lateral	Taxa de arfagem
$k_{\phi\delta A}$	Cíclico lateral	Ângulo de rolamento
$k_{\theta\delta A}$	Cíclico lateral	Ângulo de arfagem
$k_{u\delta B}$	Cíclico longitudinal	Velocidade no eixo X
$k_{v\delta P}$	Pedal	Velocidade no eixo Y
$k_{r\delta P}$	Pedal	Taxa de guinada
$k_{\phi\delta P}$	Pedal	Ângulo de rolamento
$k_{\theta\delta P}$	Pedal	Ângulo de arfagem

## Período curto

O modo de período curto pode ser oscilatório e com isso dois autovalores complexos conjugados estarão relacionados ao modo. Ou pode não ser oscilatório, desdobrando o modo em outros dois: um modo em elevação e outro em arfagem ambos com autovalores reais. Por isso, é necessário mostrar como variam dois autovalores referentes ao modo de período curto. A variação da parte real de cada autovalor pode ser observada nas Figuras 4.1 e 4.2.

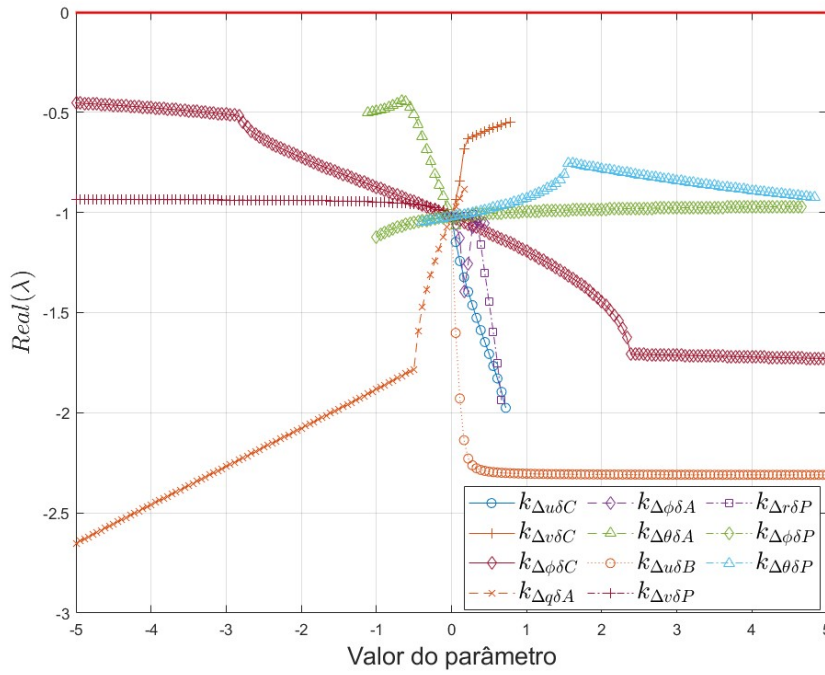


FIGURA 4.1 – Variação da parte real do autovalor de período curto 1.

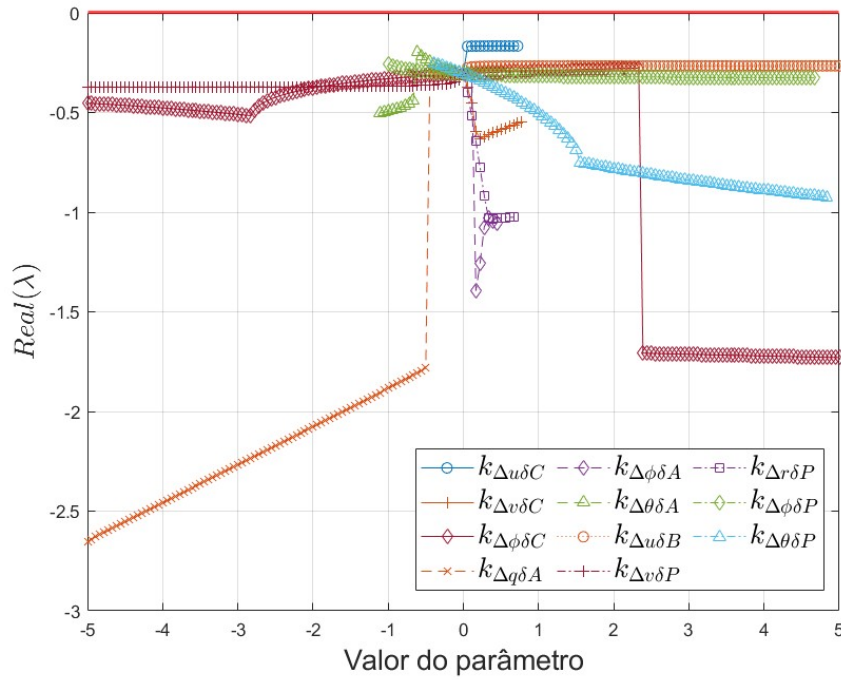


FIGURA 4.2 – Variação da parte real do autovalor de período curto 2.

Percebe-se que os ganhos escolhidos são capazes de manipular os autovalores de período curto. Porém, apesar da oscilação nos autovalores, a parte real do autovalor é sempre negativa, não representando risco de desestabilizar o modo de período curto ao utilizar esses ganhos na otimização.

## Fugoide

Para o modo de fugoide percebe-se que, conforme esperado, realimentar a velocidade à frente nos comandos de cíclico longitudinal e coletivo refletem mudanças significativas na estabilidade dinâmica do modo. Isso é mostrado na Figura 4.3.

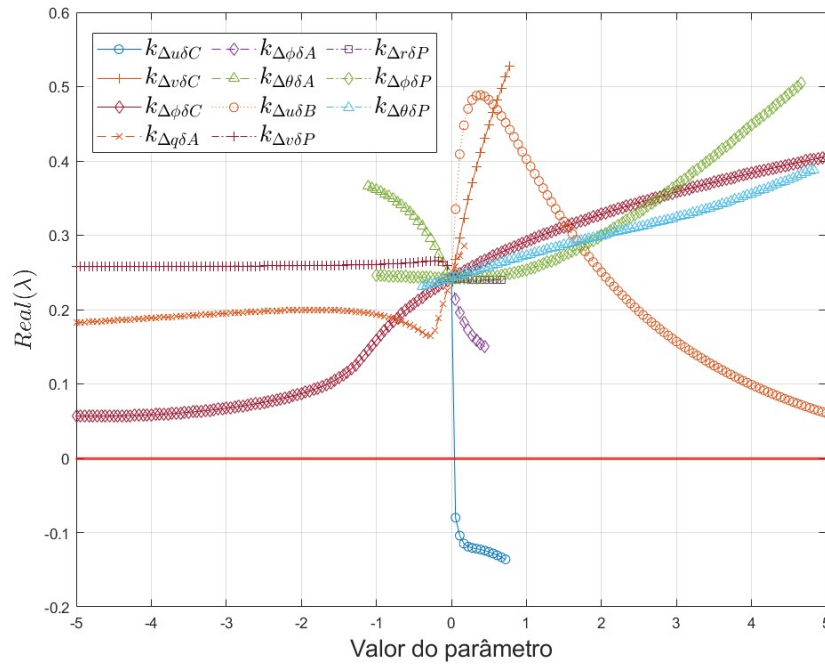


FIGURA 4.3 – Variação da parte real do autovalor de fuga.

Percebe-se que somente um dos ganhos é capaz de estabilizar o modo de fuga sendo aplicado isoladamente porém, como será mostrado a seguir, utilizar esse ganho causa uma instabilidade no modo de espiral. Portanto, espera-se que o otimizador utilize pouco esse ganho pois desestabilizaria outro modo dinâmico ou que o utilize combinado com outros ganhos.

## Espiral

No modo de espiral a realimentação de velocidade à frente no comando de coletivo tem o papel de desestabilizar o modo dinâmico portanto, o efeito benéfico no modo de fuga deve ser ponderado com esse efeito indesejado no modo de espiral. Os outros parâmetros escolhidos no intervalo considerado não influenciam de forma a desestabilizar o modo de espiral como observado na Figura 4.4.

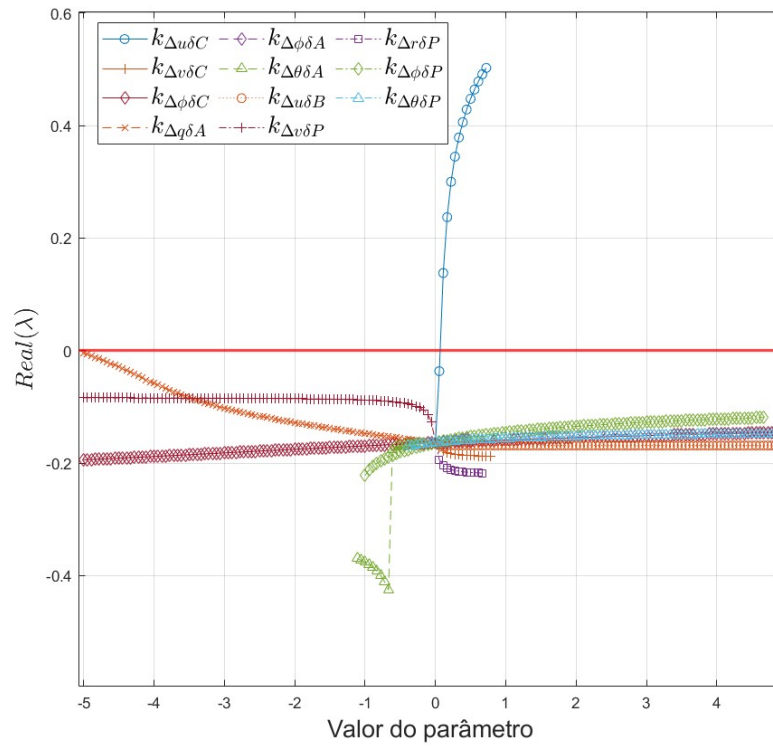


FIGURA 4.4 – Variação da parte real do autovalor de espiral.

## Rolamento

Para o modo de rolamento, de forma semelhante ao modo de período curto, nenhum parâmetro escolhido foi capaz de desestabilizar o modo de rolamento conforme mostra a Figura 4.5.



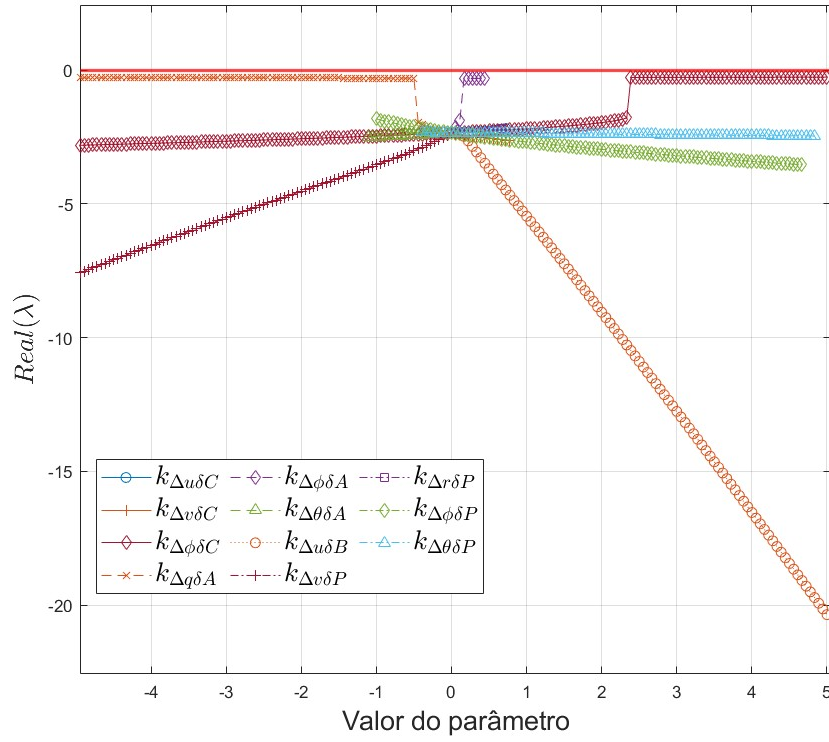
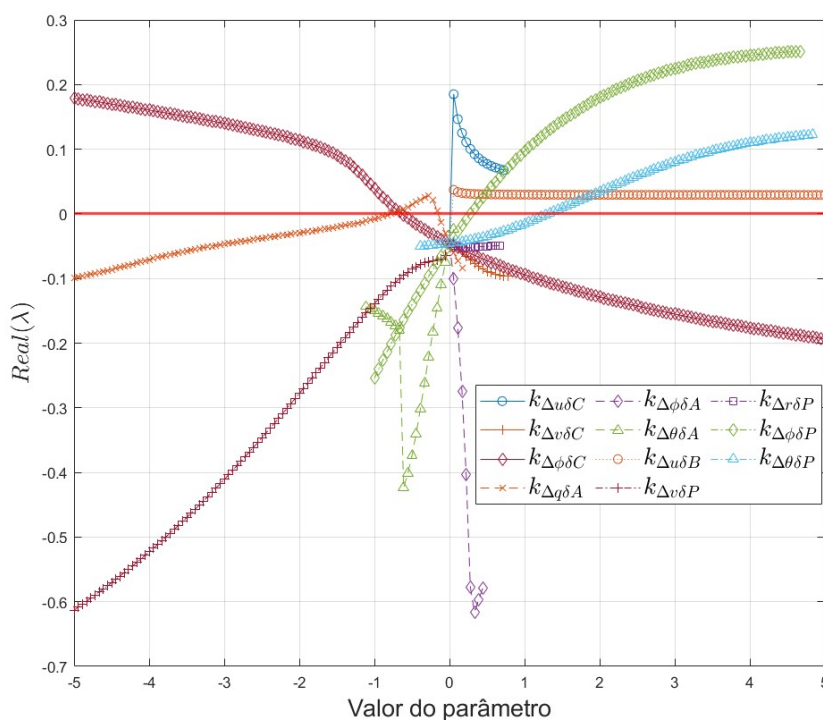


FIGURA 4.5 – Variação da parte real do autovalor de rolamento.

## Dutch Roll

De acordo com a Figura 4.6, as realimentações em pedal ou cíclico lateral são os parâmetros que mais influenciam na estabilidade do modo de dutch roll.



Porém, pode-se observar que além das realimentações citadas, todas as realimentações consideradas alteram a estabilidade do modo de dutch roll. Portanto o projetista deve estar atendo pois muitas das possíveis realimentações consideradas podem desestabilizar o modo de dutch roll.

## Observações

Dado que a análise foi feita com a aeronave na condição de voo pairado, os modos dinâmicos a serem otimizados nessa condição são: modificar a parte real do autovalor de fugaide para um sinal negativo e alterar a frequência natural e/ou razão de amortecimento do modo de dutch roll a fim de levá-lo ao nível 1 de QDV.

Percebe-se que as qualidades de voo desses dois modos são possíveis de serem alteradas com os ganhos mostrados. Por simplicidade foram considerados os mesmos parâmetros de otimização para todas as condições de voo. É possível que o projetista veja a necessidade de considerar ou não um ou mais ganhos a depender da condição de voo porém essa abordagem não foi necessária para a otimização do presente trabalho.

## Intervalo das variáveis de projeto

Ao realizar a análise variando somente uma variável de projeto por vez, verificou-se quais os limites convenientes para cada variável. A intenção desse procedimento foi de evitar regiões de aparente descontinuidade ou comportamento desfavorável nos autovalores ou nas qualidades de voo de algum modo dinâmico.

Os limites inferior e superior de cada variável de projeto foram definidos para cada uma das onze condições de voo com o intuito de evitar regiões de variação excessiva (semelhante a uma descontinuidade) em alguma das restrições. A intenção é de tornar as restrições da primeira fase mais comportadas evitando assim problemas na otimização. Esses limites para cada variável em todas as condições de voo são mostrados nas Tabelas 4.3 e 4.4. As realimentações são mostradas como subscritos em cada variável e cada coluna indica uma velocidade de voo à frente.

TABELA 4.3 – Limites **inferiores** das variáveis de projeto para cada velocidade de voo (kts).

Variável	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	130
$k_{w\delta C}$	-5,00	-0,30	-5,00	-0,40	-0,03	-1,10	-0,10	-5,00	0,00	-1,00	-0,40
$k_{v\delta C}$	-5,00	-1,00	-1,40	-0,70	-0,30	-0,77	-0,50	-2,00	0,00	-2,50	-0,30
$k_{\phi\delta C}$	-0,20	0,00	-1,60	-5,00	-0,20	-1,40	-0,20	-2,00	-0,20	-2,00	-0,90
$k_{q\delta A}$	-5,00	-0,20	-5,00	-5,00	-0,20	-3,70	-0,20	-2,00	-0,50	-1,00	-5,00
$k_{\phi\delta A}$	-1,00	0,00	-5,00	-0,70	-0,20	-0,38	-0,20	-2,10	-0,70	-5,00	-5,00
$k_{\theta\delta A}$	0,00	0,00	0,00	-2,00	-0,80	-0,50	-0,50	-1,00	-1,00	-0,20	-0,77
$k_{w\delta B}$	-5,00	-1,00	-0,05	-5,00	-0,50	-2,60	-1,00	-1,00	-1,00	-0,30	-1,00
$k_{v\delta P}$	-5,00	0,00	-0,20	-5,00	-0,20	-1,50	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-5,00
$k_{r\delta P}$	-5,00	-0,20	-0,50	-5,00	-0,20	-1,20	-0,50	-1,00	-1,00	-0,50	-5,00
$k_{\phi\delta P}$	-5,00	-0,20	-1,10	-5,00	-0,20	-1,30	-0,50	-1,00	-1,50	-5,00	-5,00
$k_{\theta\delta P}$	-5,00	-0,20	-3,00	-5,00	-1,00	-2,00	-1,00	-1,00	-1,20	-3,00	-4,60

TABELA 4.4 – Limites **superiores** das variáveis de projeto para cada velocidade de voo (kts).

Variável	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	130
$k_{w\delta C}$	0,70	0,80	2,30	0,20	0,40	0,07	5,00	0,10	0,60	4,70	4,80
$k_{v\delta C}$	5,00	1,00	5,00	0,55	5,00	0,10	0,50	0,20	0,60	0,80	5,00
$k_{\phi\delta C}$	5,00	5,00	5,00	1,00	5,00	0,50	0,20	0,20	0,67	5,00	1,60
$k_{q\delta A}$	0,80	5,00	0,80	5,00	5,00	1,40	0,20	0,20	0,67	5,00	1,70
$k_{\phi\delta A}$	1,20	5,00	1,30	5,00	5,00	5,00	5,00	0,00	0,80	5,00	1,60
$k_{\theta\delta A}$	0,20	1,10	5,00	0,80	5,00	0,70	0,60	0,10	1,50	5,00	0,66
$k_{w\delta B}$	5,00	5,00	5,00	3,70	0,00	1,30	1,00	0,20	1,20	0,38	0,70
$k_{v\delta P}$	5,00	1,10	0,55	1,80	5,00	2,27	1,00	0,20	5,00	5,00	3,50
$k_{r\delta P}$	5,00	0,55	2,10	1,00	5,00	4,50	0,50	0,20	5,00	5,00	5,00
$k_{\phi\delta P}$	5,00	1,40	2,40	1,90	5,00	3,80	0,50	0,20	5,00	5,00	3,20
$k_{\theta\delta P}$	0,33	0,20	2,00	3,50	1,20	0,60	1,00	0,20	0,50	2,00	5,00

Percebe-se que os limites adotados para cada condição de voo são diferentes. A escolha de limites distintos para cada condição de voo foi necessária a fim de evitar regiões de grande variação ou aparente descontinuidade na parte real dos autovalores. Esses limites diferentes influenciam diretamente nos resultados obtidos nas otimizações para cada condição de voo. Assim, devem ser considerados de forma criteriosa pelo projetista do sistema de controle.

### 4.3 1<sup>a</sup> Fase de otimização

Para a primeira etapa de otimização a intenção é de encontrar pontos onde todos os modos dinâmicos da aeronave sejam dinamicamente estáveis, ou seja, com todos os autovalores da matriz de estabilidade com parte real negativa. O objetivo é conseguir estabilizar todos os modos dinâmicos utilizando o mínimo possível de ganhos na matriz K. O algoritmo de otimização utilizado nessa primeira etapa foi o algoritmo *Sequential Quadratic Programming* (SQP).

Uma primeira tentativa consistiu em otimizar utilizando como ponto inicial todas as variáveis de projeto com valor nulo pois esse é o estado inicial da aeronave a ser otimizada. Porém essa abordagem apesar de funcionar para algumas condições de voo, não foi eficaz para todas as onze condições pois algumas condições convergem para pontos fora da região de factibilidade. Tentou-se então utilizar o mesmo algoritmo de otimização porém com 50 pontos iniciais amostrados com o padrão de LHS conforme mostrado na Seção 2.12.

A quantidade de pontos dos 50 iniciais que convergiram em cada condição de voo

podem ser observados na tabela 4.5.

TABELA 4.5 – Número de pontos que convergiram na primeira fase de otimização.

<b>Velocidade à frente</b>	<b>Pontos que convergiram</b>
0	13
10	10
20	16
30	6
40	6
50	6
60	12
70	8
80	11
90	8
130	41

A título de exemplo, na primeira condição de voo (voo pairado), 13 dos 50 pontos iniciais convergiram para uma solução ótima local factível. Os valores das variáveis de projeto, restrições e função objetivo desses 13 pontos durante a otimização podem ser observados nos gráficos das Figuras 4.7, 4.9 e 4.8.

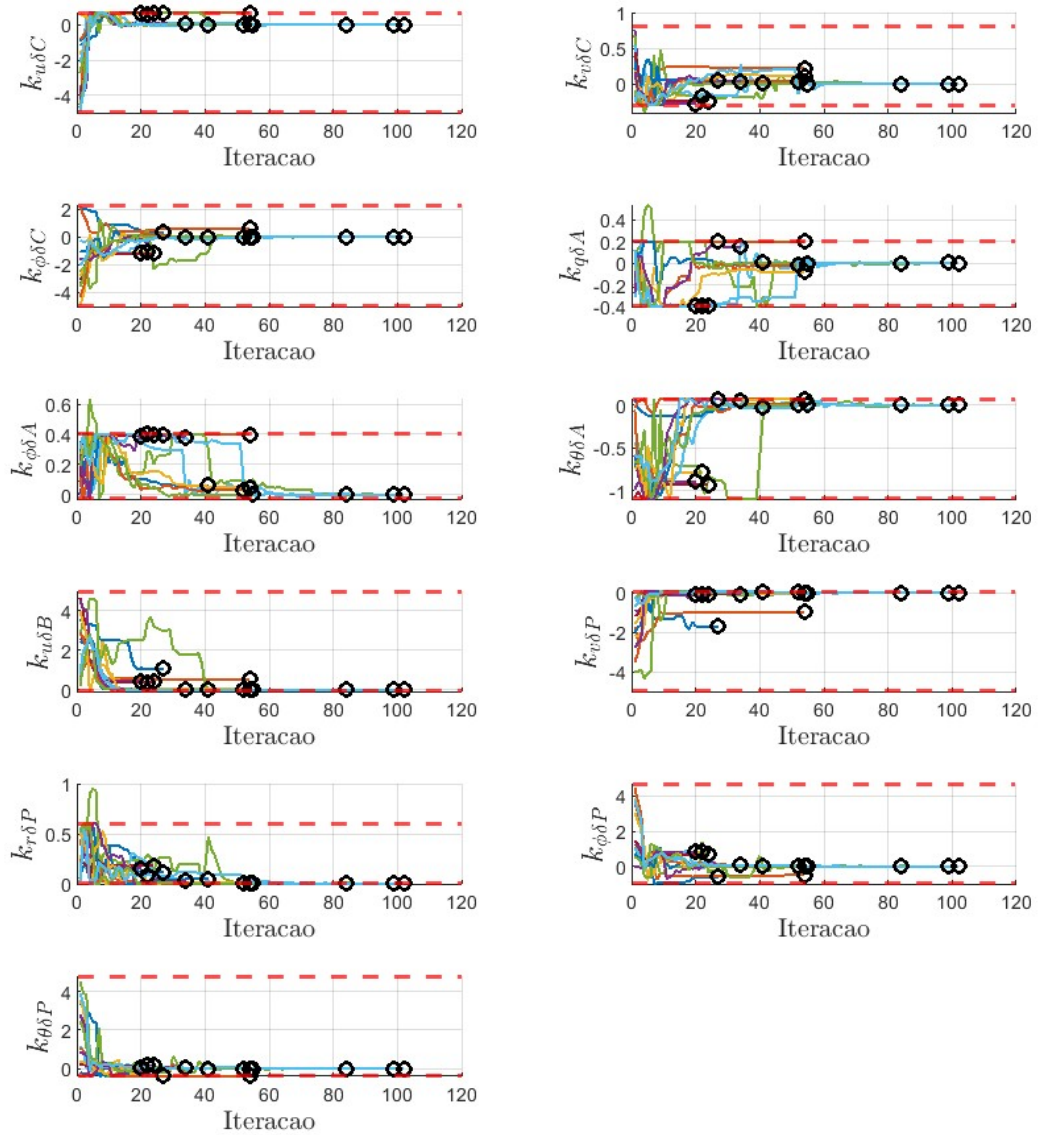


FIGURA 4.7 – Variáveis de projeto durante otimização do voo pairado.

É possível observar que alguns pontos convergiram para valores próximos dos limites inferior ou superior das variáveis de projeto. Tais limites são mostrados como linhas tracejadas em vermelho nos gráficos. Nesse momento cabe ao projetista reavaliar se os limites estipulados estão de acordo e não estão impedindo a convergência do algoritmo de otimização. Nesse momento todos os limites ativos foram reavaliados e nenhuma expansão dos limites foi adotada para nenhum parâmetro.

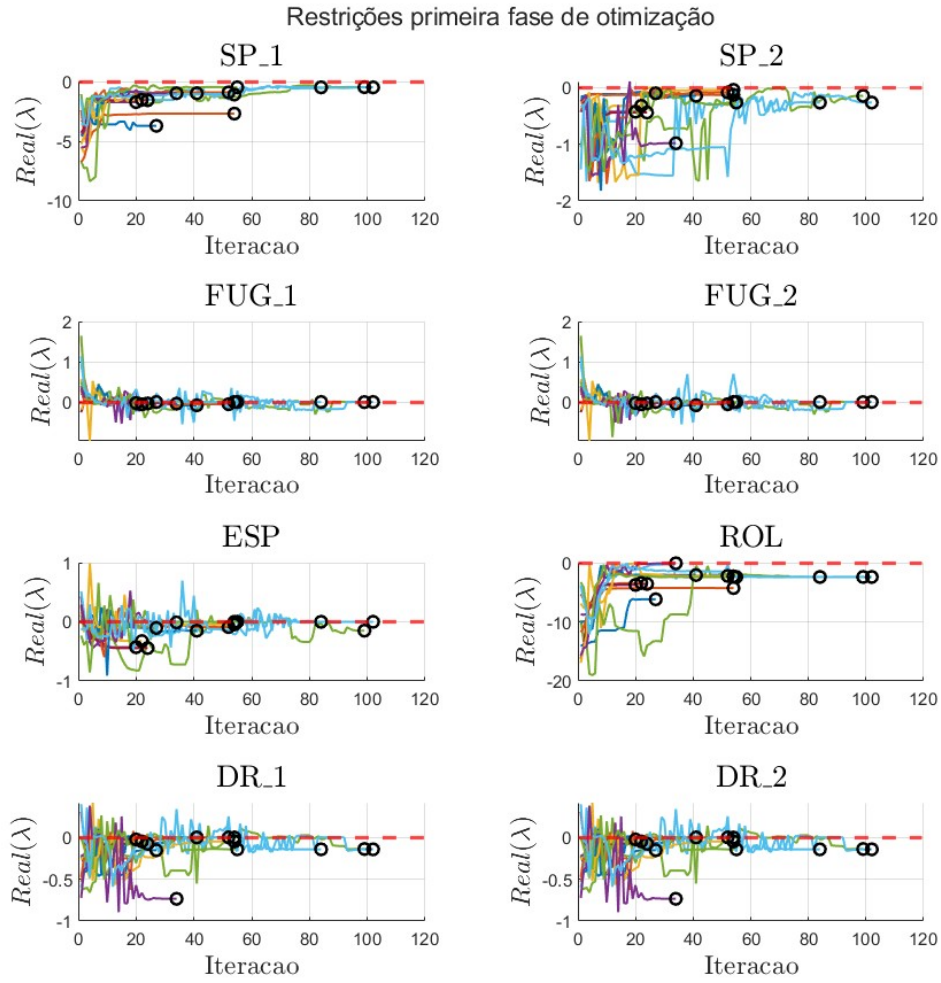


FIGURA 4.8 – Restrições durante otimização do voo pairado.

Na Figura 4.8 é possível observar as restrições que impõem que a parte real dos autovalores de todos os modos dinâmicos seja negativa. Percebe-se que para o voo pairado, a aeronave após a primeira fase de otimização tem principalmente as restrições dos modos de fugoide e dutch roll ativos. Isso era esperado pois eram os modos com piores qualidades de voo no voo pairado.

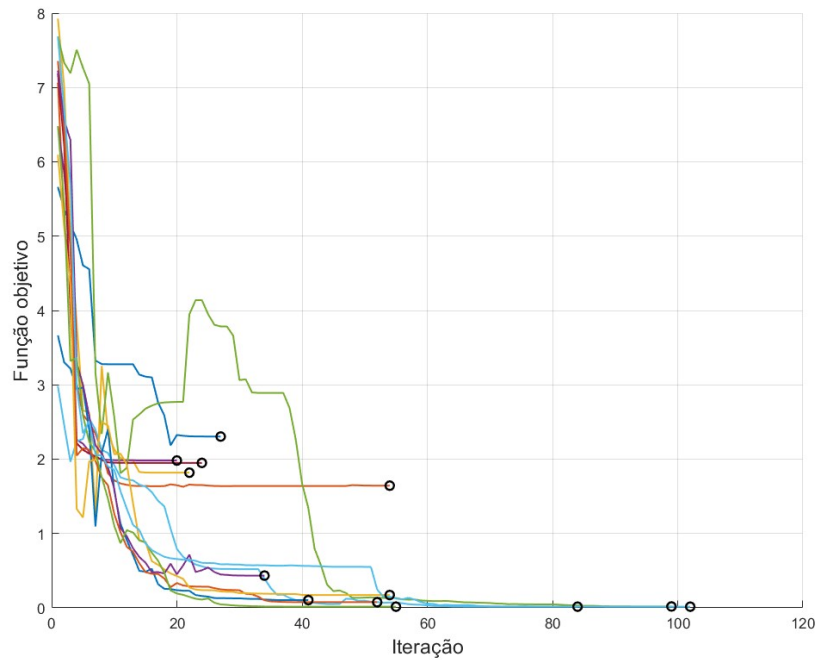


FIGURA 4.9 – Função objetivo para condição de voo pairado.

Através dos valores da função objetivo dos 13 pontos que convergiram para o voo pairado na Figura 4.9 é possível observar que diferentes pontos iniciais convergiam para diferentes mínimos locais. Isso ocorre pois o algoritmo utilizado para otimização utiliza do vetor gradiente e da matriz Hessiana, podendo ficar aprisionado em uma região de mínimo local e não encontrar melhores soluções na vizinhança.

Esses gráficos mostram os resultados da primeira fase de otimização para a primeira condição de voo (voo pairado). Ao juntar somente os melhores pontos que convergiram para cada uma das condições de voo é possível construir a Tabela 4.6.

TABELA 4.6 – Valores das melhores variáveis de projeto para cada velocidade de voo (kts).

Variável	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	130
$k_{w\delta C}$	$4,6 \times 10^{-4}$	$-6,2 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-3}$	$-6,1 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-16}$	$-3,7 \times 10^{-4}$	$-1,2 \times 10^{-8}$	$-7,5 \times 10^{-8}$	$-4,7 \times 10^{-5}$	$-8,3 \times 10^{-4}$
$k_{v\delta C}$	$-1,8 \times 10^{-3}$	$-3,2 \times 10^{-2}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$4,2 \times 10^{-2}$	$7,9 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-16}$	$-1,7 \times 10^{-4}$	$8,6 \times 10^{-10}$	$-6,9 \times 10^{-8}$	$1,1 \times 10^{-4}$	$8,8 \times 10^{-4}$
$k_{\phi\delta C}$	$-1,7 \times 10^{-4}$	$1,1 \times 10^{-2}$	$6,3 \times 10^{-3}$	$6,5 \times 10^{-4}$	$-3,3 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-16}$	$-5,4 \times 10^{-5}$	$6,8 \times 10^{-8}$	$-4,2 \times 10^{-8}$	$2,9 \times 10^{-5}$	$2,3 \times 10^{-4}$
$k_{v\delta A}$	$-1,6 \times 10^{-4}$	$5,3 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$-4,5 \times 10^{-3}$	$-2,7 \times 10^{-2}$	$3,5 \times 10^{-6}$	$2,1 \times 10^{-7}$	$6,9 \times 10^{-9}$	$2,3 \times 10^{-8}$	$7,1 \times 10^{-8}$	$-6,6 \times 10^{-7}$
$k_{\phi\delta A}$	$-1,1 \times 10^{-4}$	$6,3 \times 10^{-2}$	$9,1 \times 10^{-3}$	$6,7 \times 10^{-3}$	$1,7 \times 10^{-2}$	$5,2 \times 10^{-4}$	$7,2 \times 10^{-21}$	$6,5 \times 10^{-8}$	$-3,1 \times 10^{-8}$	$-1,1 \times 10^{-5}$	$-1,2 \times 10^{-5}$
$k_{\theta\delta A}$	$-1,4 \times 10^{-4}$	$-3,2 \times 10^{-3}$	$-1,7 \times 10^{-3}$	$-1,6 \times 10^{-2}$	$-6,4 \times 10^{-2}$	$-1,1 \times 10^{-5}$	$-5,6 \times 10^{-7}$	$-3,4 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-8}$	$-2,3 \times 10^{-6}$	$-1,3 \times 10^{-5}$
$k_{w\delta B}$	$-1,5 \times 10^{-2}$	$-1,0 \times 10^{-2}$	$-2,1 \times 10^{-2}$	$-6,1 \times 10^{-3}$	$4,1 \times 10^{-4}$	$4,8 \times 10^{-3}$	$7,0 \times 10^{-4}$	$-3,8 \times 10^{-8}$	$2,2 \times 10^{-8}$	$1,0 \times 10^{-4}$	$1,1 \times 10^{-3}$
$k_{v\delta P}$	$5,0 \times 10^{-3}$	$8,3 \times 10^{-3}$	$-6,4 \times 10^{-3}$	$1,4 \times 10^{-2}$	$-2,0 \times 10^{-5}$	$7,7 \times 10^{-5}$	$-1,4 \times 10^{-7}$	$-4,6 \times 10^{-8}$	$-8,7 \times 10^{-9}$	$-1,7 \times 10^{-5}$	$1,5 \times 10^{-4}$
$k_{r\delta P}$	$2,2 \times 10^{-16}$	$1,0 \times 10^{-16}$	$7,7 \times 10^{-3}$	$-7,2 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$7,9 \times 10^{-6}$	$-3,5 \times 10^{-9}$	$6,4 \times 10^{-8}$	$-3,8 \times 10^{-8}$	$-2,3 \times 10^{-7}$	$1,1 \times 10^{-5}$
$k_{\phi\delta P}$	$9,9 \times 10^{-5}$	$-3,2 \times 10^{-3}$	$7,0 \times 10^{-3}$	$1,4 \times 10^{-4}$	$2,6 \times 10^{-2}$	$2,1 \times 10^{-5}$	$-5,6 \times 10^{-8}$	$-1,0 \times 10^{-7}$	$-4,9 \times 10^{-8}$	$-1,4 \times 10^{-6}$	$6,7 \times 10^{-5}$
$k_{\theta\delta P}$	$6,0 \times 10^{-5}$	$1,2 \times 10^{-3}$	$5,9 \times 10^{-4}$	$1,5 \times 10^{-2}$	$7,4 \times 10^{-2}$	$-4,4 \times 10^{-7}$	$6,9 \times 10^{-9}$	$1,1 \times 10^{-10}$	$-8,4 \times 10^{-8}$	$-5,1 \times 10^{-7}$	$2,4 \times 10^{-6}$

Com esses melhores pontos, ao calcular a parte real dos autovalores de cada modo dinâmico, é possível criar os gráficos da Figura 4.10 que mostra a estabilidade dinâmica de todos os modos em todas as condições de voo.



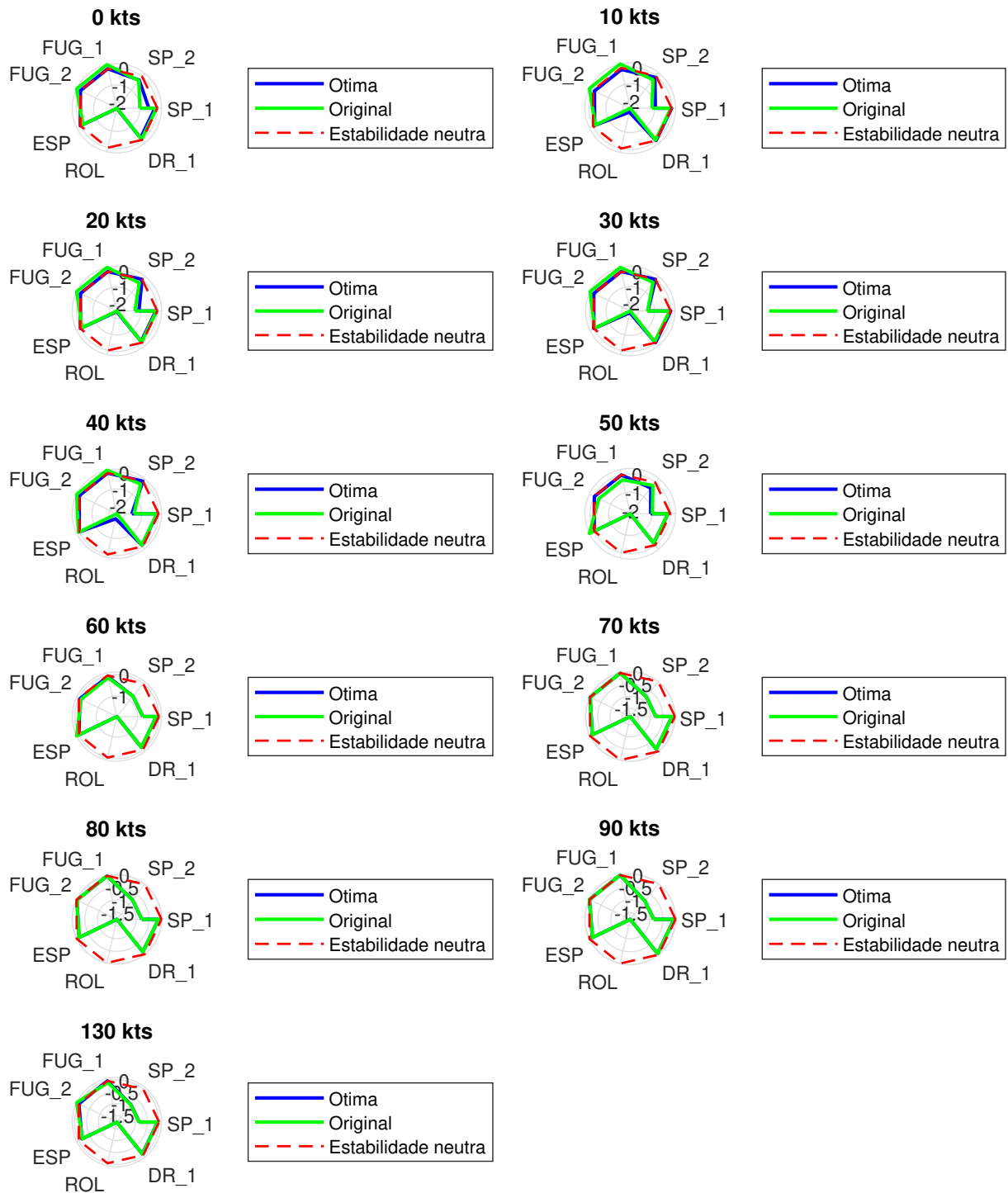


FIGURA 4.10 – Parte real dos autovalores antes e depois da primeira fase de otimização.

Observa-se que, ao considerar as melhores soluções, todos os modos dinâmicos de todas as condições de voo estão estáveis. Ou seja, com todos os autovalores com parte real negativa. Isso é mostrado no gráfico pois todas os modos dinâmicos da aeronave ótima tem a parte real de seus autovalores menor que zero (linha tracejada vermelha) que indica estabilidade dinâmica neutra. O tempo necessário para essa fase de otimização foi em média 2 horas para todas as condições de voo em um computador pessoal com um

processador Intel® Core i5 de 12ª geração.

Assim é possível prosseguir para a segunda fase da otimização, focando a partir desse ponto na melhoria das qualidades de voo de todos os modos dinâmicos simultaneamente.

## 4.4 2ª Fase de otimização

Para a segunda fase de otimização a intenção é modificar todas as qualidades de voo para um nível mais próximo possível de 1 mantendo a característica de todos os modos dinâmicos continuarem estáveis.

O algoritmo utilizado nesta segunda fase é o *Particle Swarm Optimization* (PSO) e o tempo necessário para otimização foi, em média, de 4 horas em um computador pessoal com processador Intel® Core i5 de 12ª geração. Conforme já mencionado, a troca do algoritmo se deu devido ao fato de qualidade de voo e a parte real dos autovalores serem fortemente correlacionados e ao encontrar um mínimo local de um há grandes chances de estar próximo do mínimo local de outro. A solução encontrada para escapar desses mínimos locais e utilizar os pontos que convergiram na primeira fase foi utilizar o algoritmo de enxame de partículas mencionado anteriormente que é mais robusto a mínimos locais.

Também foram utilizados 50 pontos iniciais para cada condição de voo. Porém, nessa fase foram utilizados os pontos que convergiram na primeira fase e adicionados outros pontos com amostragem via LHS a fim de completar os 50 pontos iniciais.

De forma semelhante a primeira fase de otimização, os valores da função objetivo e das variáveis de projeto para a primeira condição de voo (voo pairado) são mostrados nas Figuras 4.11 e 4.12.

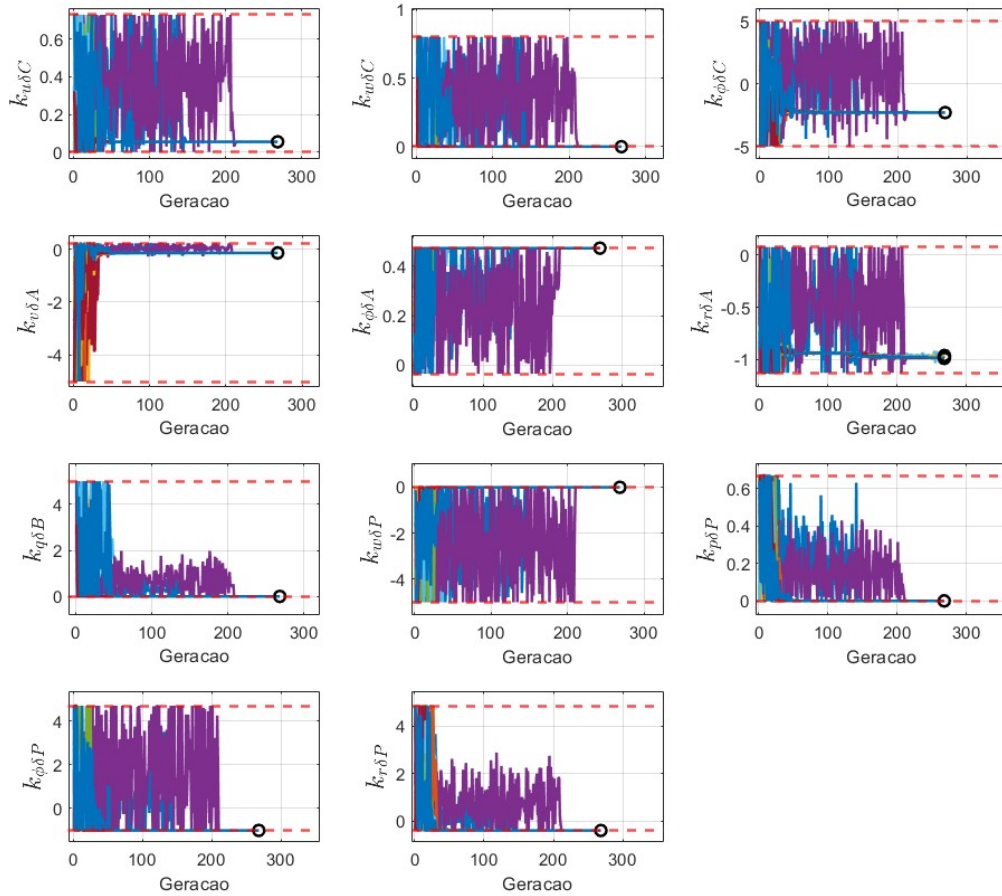


FIGURA 4.11 – Valores das variáveis de projeto para cada geração do algoritmo.

Percebe-se que os valores dos parâmetros variam consideravelmente nas gerações iniciais porém, com o passar das gerações do algoritmo, os parâmetros convergem para um valor único. Esse comportamento é esperado em um algoritmo de enxame de partículas pois cada partícula se movimenta na direção mais promissora de acordo com uma memória do seu melhor valor atingido tanto individualmente quanto por toda a população até que ao encontrarem um melhor ponto em comum todas as partículas converjam para um mesmo ponto. O número de gerações necessárias para convergência foi de 268.

Também nesse momento o projetista pode analisar se os batentes das variáveis de projeto estão de acordo com o problema em questão ou se estão limitando a otimização. A Figura 4.11 mostra algumas variáveis de projeto que convergiram para valores próximos de seus limitantes, porém nenhum limite foi considerado que deveria ser expandido.

Esse comportamento de convergência dos valores das variáveis de projeto se reflete diretamente na convergência do valor da função objetivo como pode ser observado na Figura 4.12 onde há pequenas variações na função objetivo para as iterações finais.

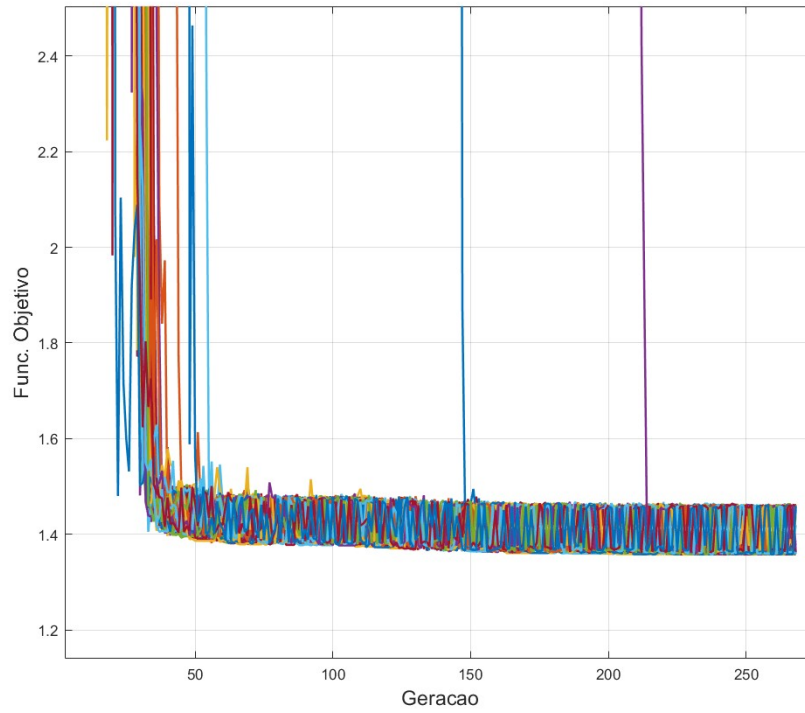


FIGURA 4.12 – Função objetivo em todos os pontos de cada geração para condição de voo pairado.

O valor das variáveis de projeto após a segunda fase de otimização pode ser observado na Tabela 4.7. Percebe-se que os valores diferem consideravelmente dos melhores valores obtidos na primeira fase de otimização como mostrou a Tabela 4.6. Isso mostra a capacidade do algoritmo PSO de escapar de mínimos locais em busca de mínimos globais. Pode-se observar também que os valores das variáveis de projeto, em geral, são maiores em módulo que os obtidos na primeira fase, isso se deve ao fato da otimização não objetivar minimizar a norma do vetor  $\mathbf{k}$  como foi na primeira fase. Nessa fase deseja-se somente que os limites impostos para as variáveis de projeto sejam respeitados.

TABELA 4.7 – Valores das variáveis de projeto para cada velocidade de voo (kts) após a segunda fase de otimização.

Variável	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	130
$k_{w\delta C}$	$5,4 \times 10^{-2}$	$1,4 \times 10^0$	$-1,2 \times 10^{-1}$	$8,0 \times 10^{-1}$	$-2,1 \times 10^{-2}$	$9,2 \times 10^{-3}$	$5,0 \times 10^0$	$3,3 \times 10^{-1}$	$3,0 \times 10^{-1}$	$6,0 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-1}$
$k_{v\delta C}$	$2,2 \times 10^{-8}$	$7,8 \times 10^{-1}$	$4,3 \times 10^0$	$4,3 \times 10^0$	$0,0 \times 10^0$	$7,5 \times 10^{-1}$	$5,0 \times 10^0$	$2,9 \times 10^{-2}$	$-6,4 \times 10^{-2}$	$-3,5 \times 10^{-2}$	$9,6 \times 10^{-2}$
$k_{\phi\delta C}$	$-2,3 \times 10^0$	$-7,3 \times 10^{-1}$	$2,6 \times 10^0$	$-3,3 \times 10^0$	$-3,3 \times 10^0$	$4,8 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^0$	$5,4 \times 10^{-1}$	$-7,6 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^0$	$-1,2 \times 10^{-1}$
$k_{\psi\delta A}$	$-1,4 \times 10^{-1}$	$-3,5 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^0$	$-5,0 \times 10^0$	$-7,0 \times 10^{-1}$	$-7,9 \times 10^{-1}$	$-5,0 \times 10^0$	$-1,9 \times 10^0$	$1,0 \times 10^0$	$-4,9 \times 10^0$	$-3,9 \times 10^0$
$k_{\phi\delta A}$	$4,7 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^0$	$1,0 \times 10^{-1}$	$4,9 \times 10^0$	$5,0 \times 10^0$	$1,0 \times 10^{-2}$	$-7,1 \times 10^{-2}$	$4,9 \times 10^0$	$4,2 \times 10^0$	$3,1 \times 10^0$	$-3,5 \times 10^{-2}$
$k_{\theta\delta A}$	$-9,8 \times 10^{-1}$	$-4,4 \times 10^{-1}$	$-4,1 \times 10^{-1}$	$-2,5 \times 10^0$	$4,7 \times 10^0$	$-2,6 \times 10^{-1}$	$-1,7 \times 10^0$	$1,1 \times 10^0$	$3,5 \times 10^0$	$-5,5 \times 10^{-1}$	$-1,7 \times 10^0$
$k_{w\delta B}$	$0,0 \times 10^0$	$-5,6 \times 10^{-2}$	$6,4 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^{-2}$	$2,2 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^{-1}$	$1,7 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^{-1}$	$5,3 \times 10^{-2}$	$2,7 \times 10^{-1}$
$k_{v\delta P}$	$-9,0 \times 10^{-3}$	$-2,6 \times 10^{-1}$	$-2,0 \times 10^0$	$-5,6 \times 10^{-1}$	$-1,9 \times 10^0$	$-2,0 \times 10^{-1}$	$-4,8 \times 10^{-7}$	$-8,3 \times 10^{-1}$	$-6,6 \times 10^{-1}$	$2,3 \times 10^{-2}$	$-7,3 \times 10^{-1}$
$k_{\psi\delta P}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$2,9 \times 10^{-1}$	$6,5 \times 10^{-1}$	$6,7 \times 10^{-1}$	$-3,7 \times 10^{-2}$	$7,4 \times 10^{-1}$	$-8,0 \times 10^{-1}$	$1,9 \times 10^{-2}$	$6,4 \times 10^{-1}$	$4,3 \times 10^0$	$1,5 \times 10^{-1}$
$k_{\phi\delta P}$	$-1,0 \times 10^0$	$-2,5 \times 10^0$	$-1,6 \times 10^0$	$5,0 \times 10^0$	$-4,0 \times 10^0$	$-1,9 \times 10^{-1}$	$3,1 \times 10^{-1}$	$-6,3 \times 10^{-2}$	$1,6 \times 10^{-1}$	$-3,7 \times 10^0$	$1,6 \times 10^0$
$k_{\theta\delta P}$	$-4,0 \times 10^{-1}$	$1,3 \times 10^{-1}$	$-8,1 \times 10^{-1}$	$1,4 \times 10^0$	$-4,3 \times 10^0$	$-5,0 \times 10^{-1}$	$-1,0 \times 10^0$	$-5,0 \times 10^0$	$2,2 \times 10^0$	$-2,7 \times 10^0$	$4,5 \times 10^0$

O resultado final das qualidades de voo após a segunda fase de otimização é mostrado na Figura 4.13 para todas as onze condições de voo.

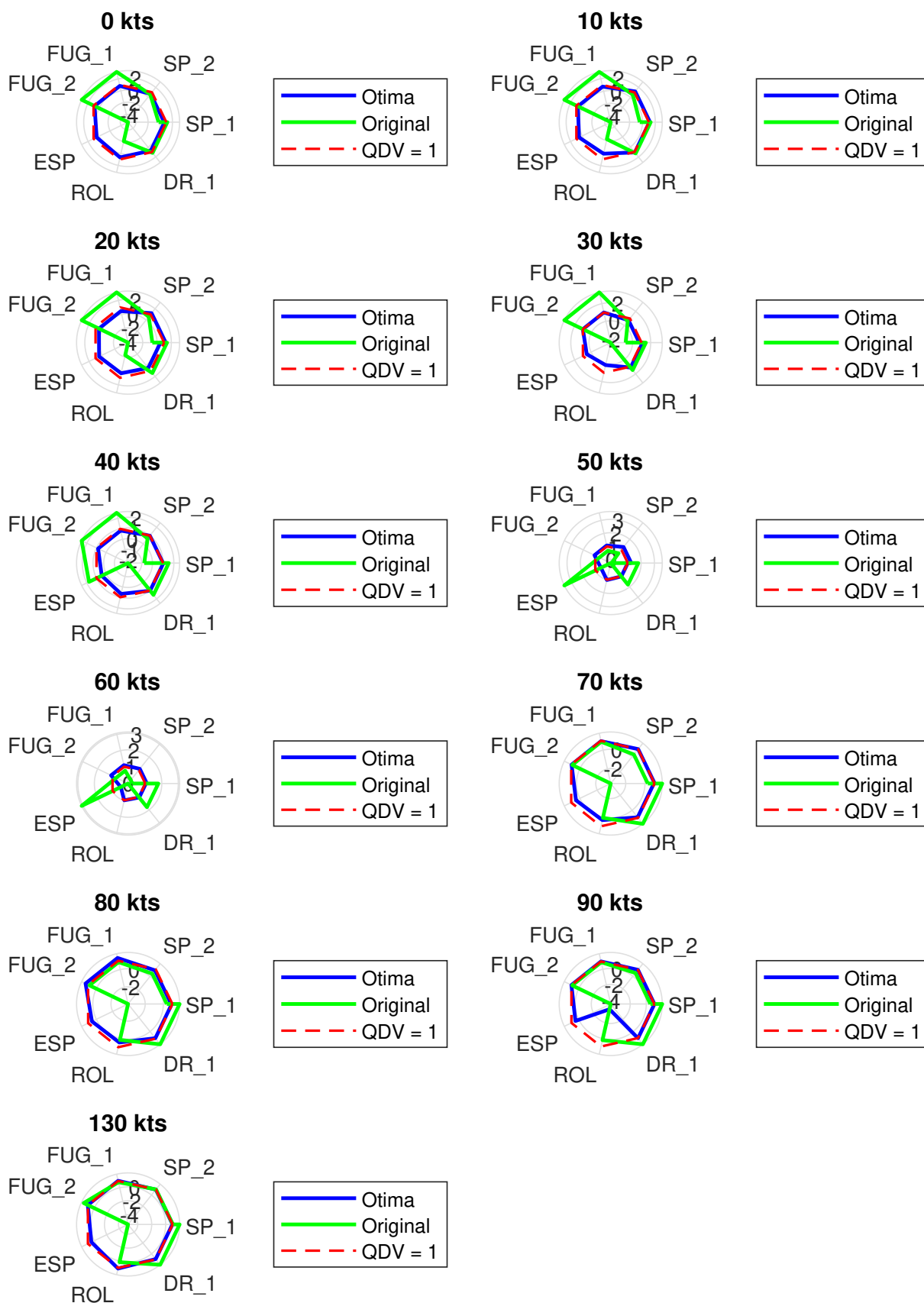


FIGURA 4.13 – Qualidades de voo para todas as condições após segunda otimização.

Observa-se que a aeronave ótima possui qualidades de voo consideravelmente mais

próximas a 1 (linha vermelha tracejada) que a aeronave original em todas as condições de voo. Destacam-se os modos de fugaide e dutch roll em todas as velocidades com qualidades de voo melhores na aeronave ótima em comparação com a aeronave original. Ainda assim, não foi possível obter todas as qualidades de voo com valor unitário na aeronave ótima, isso acontece por exemplo no modo de fugaide na velocidade à frente de 60 nós. Ainda assim, na velocidade de 60 nós é possível perceber que a aeronave ótima possui qualidades de voo mais equilibradas.

## 4.5 Comparando aeronave original com otimizada

Para comparar as aeronaves original e ótima foi realizada uma simulação na condição de voo pairado. A aeronave original em voo pairado possuía qualidades de voo ruins nos modos dinâmicos de fugaide e dutch roll.

Com o intuito de excitar o modo dinâmico de fugaide em ambas as aeronaves foi comandado um *doublet* de cíclico longitudinal até 3s da simulação como mostra a Figura 4.14. Após isso foi verificado qual o comportamento esperado de ambas as aeronaves sem que o piloto utilizasse dos comandos. Os resultados podem ser observados na Figura 4.15.

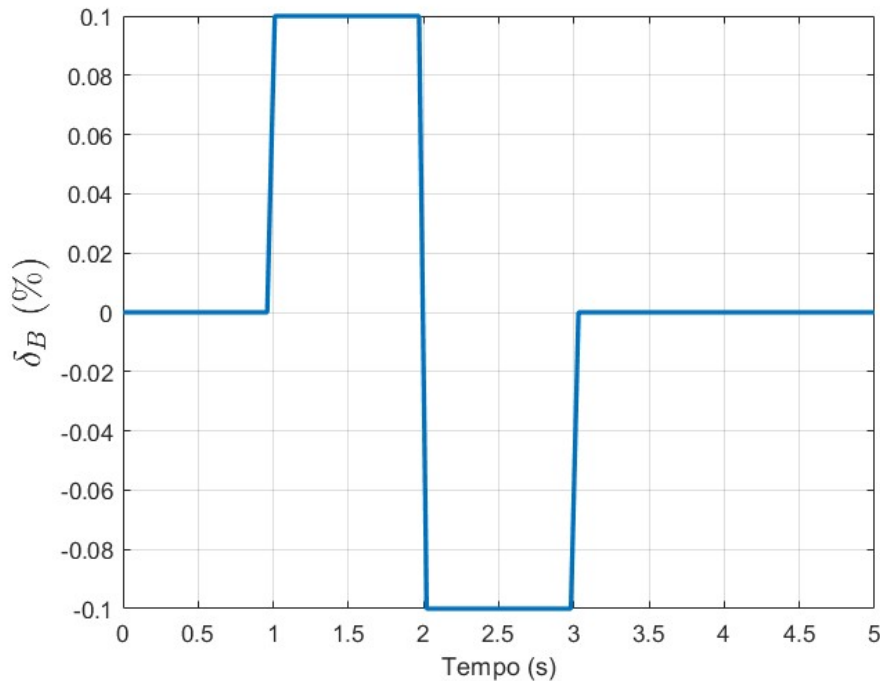


FIGURA 4.14 – Excitação com *doublet* de comando cíclico longitudinal.

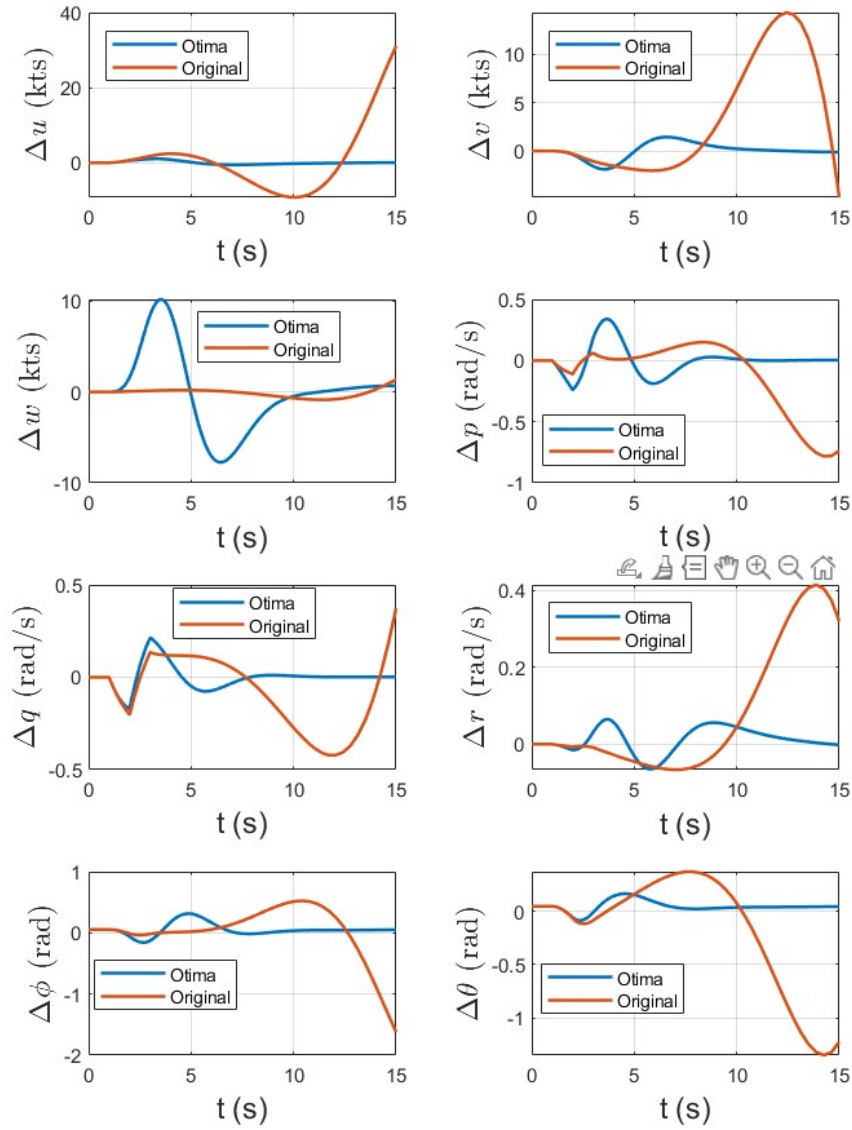


FIGURA 4.15 – Simulação das aeronaves original e ótima.

É possível perceber que ao ser excitada, a aeronave original tem seu ângulo de arfagem ( $\theta$ ) e taxa de arfagem ( $q$ ) divergindo enquanto a aeronave ótima continua com seus parâmetros estáveis mesmo após a excitação. Isso indica uma aeronave com maior controle e com menor carga de trabalho ao piloto durante o voo. Mostrando que de fato, a otimização teve resultados positivos e melhorou consideravelmente as qualidades de voo da aeronave.

## 5 Conclusão

Diante do exposto, é possível perceber que a metodologia de otimização empregada obteve êxito em estabilizar os modos dinâmicos de uma aeronave de asas rotativas e melhorar suas qualidades de voo. Contribuindo assim para um maior conforto e segurança além de uma menor carga de trabalho ao piloto. Foi possível perceber também que detalhes como os limites inferior e superior diferentes dos ganhos das realimentações para cada condição de voo, além de uma boa escolha dos algoritmos utilizados, foram fatores primordiais para obter bons resultados na otimização dos parâmetros de controle da aeronave.

Os resultados mostram que todos os modos dinâmicos do voo pairado são estáveis após a otimização, isso é evidenciado na simulação onde após uma excitação, as variáveis de estado da aeronave ótima continuam estáveis, ao contrário da aeronave original que divergem ao ser excitada. Esse comportamento se repetiu para todas as condições de voo, não somente para o voo pairado. Isso mostra que a otimização foi bem sucedida e os requisitos da norma ADS-33E-PRF foram cumpridos da melhor forma possível, em acordo com o objetivo desse trabalho.

### 5.1 Sugestões de trabalhos futuros

Como sugestão de trabalhos futuros é possível considerar uma análise da inclusão dos outros vinte e um parâmetros não utilizados na matriz  $K$  na otimização da aeronave. Esses vinte e um ganhos foram considerados como constantes nulas, e para um trabalho futuro podem ser considerados em uma otimização.

Além disso, uma tentativa de suavizar as variações dos ganhos ao alterar de uma condição de voo para outra condição vizinha seria benéfico no intuito de ter um controlador um pouco mais próximo de um controlador robusto.

Uma outra possibilidade de trabalho futuro que aproximaria ainda mais a otimização de um projeto real seria considerar outros requisitos da norma ADS-33E-PRF no momento da otimização além dos considerados nesse trabalho. Lembra-se que o presente trabalho considera apenas requisitos referentes à frequência natural e razão de amortecimento dos



---

modos dinâmicos. Essa implementação é completamente possível e o atual trabalho prevê a implementação de outros possíveis requisitos tanto nas funções objetivo quanto nas restrições do problema.

# Referências

- AVIATION, U. A.; COMMAND, M. **ADS-33E-PRF Handling Qualities Requirements for Military Rotorcraft**. Redstone Arsenal, Alabama, 2000. Version E-PRF.
- BRAMWELL, A. R. S.; DONE, G.; BALMFORD, D. **Bramwell's Helicopter Dynamics**. 2nd. ed. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2001. ISBN 9780340741528.
- CRUZ, R. V. **Fundamentos da Engenharia de Helicópteros e Aeronaves de Asas Rotativas**. São José dos Campos: ITA, 2021.
- Federal Aviation Administration. **Helicopter Flying Handbook**. Faa-h-8083-21b. U.S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration, 2021. Available at: [https://www.faa.gov/regulations\\_policies/handbooks\\_manuals/aviation/helicopter\\_flying\\_handbook](https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aviation/helicopter_flying_handbook).
- GUILLAUME, P.; SCHOUKENS, J.; PINTELON, R. Sensitivity of roots to errors in the coefficient of polynomials obtained by frequency-domain estimation methods. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 38, n. 6, p. 1050–1056, dez. 1989.
- MARTINS, J. R. R. A.; NING, A. **Engineering Design Optimization**. Cambridge: Cambridge University Press, 2021. ISBN 9781108833417. Available at: <https://mdobook.github.io>.
- MORALES, P. D. M. A. V. **MVO 20 - Controle I**. São José dos Campos, 2023. Aula do curso de Controle I.
- PADFIELD, G. D. **Helicopter Flight Dynamics: Including a Treatment of Tiltrotor Aircraft**. 3rd. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2018. 856 p. Aerospace Series. ISBN 978-1-119-40105-6.
- PROUTY, R. W. **Helicopter Performance, Stability, and Control**. 2nd. ed. [S.l.]: Krieger Publishing Company, 2002. ISBN 9781575242097.
- TISCHLER, M. B. **Practical methods for aircraft and rotorcraft flight control design: an optimization-based approach**. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017. (AIAA education series).
- TUPINAMBÁ, P. F. G. Desenvolvimento de software para análise de estabilidade de aeronaves em comparação com normas de qualidade de voo. *In*: INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA. **Trabalho de Graduação. Proceedings [...]**. São José dos Campos: ITA, 2024.

## FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TC	2. DATA 17 de novembro de 2025	3. DOCUMENTO Nº DCTA/ITA/TC-86/2025	4. Nº DE PÁGINAS 73
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Metodologia de otimização para sistemas de comandos de voo em aeronaves de asas rotativas			
6. AUTOR(ES): <b>Rafael Duarte Rocha</b>			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: Otimização; Controle de voo; Dinâmica de helicópteros; Norma ADS-33E-PRF			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Projeto de aeronaves; Aeronaves de asas rotativas; Otimização; Controle de voo; Algoritmos; Engenharia aeronáutica			
10. APRESENTAÇÃO: ITA, São José dos Campos. Curso de Graduação. Orientador: Prof. Dr. Ney Rafael Secco. Coorientador: Maj Eng Luis Gustavo Moro. Defesa em 04/11/2025. Publicada em 2025.			
11. RESUMO: Esse trabalho apresenta o desenvolvimento de uma metodologia de otimização de parâmetros de controle para asas rotativas. Essa metodologia engloba a leitura dos dados da aeronave, determinação da arquitetura de controle utilizada, escolha das variáveis de projeto utilizadas, uma etapa de otimização com algoritmo <i>Sequential Quadratic Programming</i> e outra com algoritmo <i>Particle Swarm Optimization</i> além de uma comparação entre as aeronaves ótima e original. O objetivo dessa metodologia é escolher os melhores parâmetros de uma malha de controle que satisfaçam os requisitos de qualidade de voo exigidos nas normas de certificação a fim de evitar retrabalho e auxiliar o projetista a construir uma arquitetura de controle ótima. Os resultados mostraram que após a otimização a aeronave ótima teve tanto seus modos dinâmicos estabilizados quanto suas qualidades de voo melhoradas consideravelmente em todas as condições de voo consideradas, mostrando assim a eficácia da metodologia de otimização empregada.			
12. GRAU DE SIGILO: (X) OSTENSIVO                      ( ) RESERVADO                      ( ) SECRETO			