

Anomalias Eletromagnéticas
Causadas por Corpos Magnetizados
Móveis em Ambiente Marinho

WILIAN STEIN

VIRTUTE SPIRITUS

SALVADOR – BAHIA
MARÇO – 2026

Documento preparado com o sistema L^AT_EX.

Anomalias Eletromagnéticas Causadas por Corpos Magnetizados Móveis em Ambiente Marinho


por


WILIAN STEIN


Engenheiro Eletricista (Faculdade Novo Milênio – 2011)

Licenciado em Física (Universidade Federal do Espírito Santo – 2013)

Orientador: Prof. Dr. Edson Emanuel Starteri Sampaio

 Documento assinado digitalmente
EDSON EMANOEL STARTERI SAMPAIO
Data: 18/03/2026 17:05:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

 Documento assinado digitalmente
HERCULES DE SOUZA
Data: 20/03/2026 14:04:03-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

 Documento assinado digitalmente
LUIZ GALLISA GUIMARAES
Data: 18/03/2026 18:19:20-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Comissão Examinadora

Dr. Edson Emanuel Starteri Sampaio

Dr. Hércules de Souza

Dr. Luiz Gallisa Guimarães

Aprovada em 18 de março de 2026

A presente pesquisa foi desenvolvida no Centro de Pesquisa em Geofísica e Geologia da UFBA, com recursos próprios, da CAPES, da CNPq, CTPETRO, ANP, PETROBRAS

Stein, Wilian,

Anomalias Eletromagnéticas Causadas por Corpos Magnetizados Móveis em Ambiente Marinho / Wilian Stein. — Salvador, 2026.

98 f.: il., mapas, fotos.

Orientador: Prof. Dr. Edson Emanuel Starteri Sampaio

Dissertação (Mestrado) - Pós-Graduação em Geofísica. Instituto de Geociências da Universidade Federal da Bahia, 2026.

1. Prospecção - Métodos Geofísicos Eletromagnéticos. 2. Anomalias Eletromagnéticas. I. Título.

Ao Todo, por ser uma de suas criações mentais e por me conceder a oportunidade de compreender um pouco de sua mente através da Ciência.

À minha mãe, Arleide, por ser meu portal para este mundo e por ter me proporcionado a experiência de sentir e retribuir o conceito de amor.

À Marinha do Brasil, pela oportunidade de me especializar através de um processo seletivo justo e por meios de militares que desejaram o melhor para a instituição.

A todos os meus professores, desde a educação básica até a pós-graduação, por terem me ensinado a ler, escrever, calcular, raciocinar, interpretar, questionar, refletir e decidir.

Resumo

Os oceanos cobrem cerca de 70% da superfície da Terra. Em termos de exploração através dos métodos geofísicos eletromagnéticos, a água salgada atua como um obstáculo, cobrindo o solo submarino com uma coluna de água de até 11 km. Embora os métodos sísmicos desempenhem um papel dominante na busca por petróleo, o aprimoramento e o desenvolvimento de novos métodos eletromagnéticos, tal como o mCSEM (marine Controlled-Source Electromagnetic Method), podem mudar essa realidade. O estudo de Campos Eletromagnéticos (CEM) no ambiente marinho vai além dos métodos de exploração da geofísica. Inúmeros animais marinhos, por exemplo, utilizam CEM como estímulos sensoriais para locomoção ou predação (Nygqvist et al., 2020). No meio militar, atividades de comunicação em baixa frequência com submarinos são possíveis e CEM gerados ou refletidos por navios (conhecidos como assinaturas) podem atuar como mecanismos de acionamento de dispositivos explosivos (tais como minas de influência e torpedos) e também indicar a localização de embarcações através de anomalias magnéticas, reflexões na faixa radar e óptica e emissões térmicas (John, 2006). Neste contexto, este trabalho visa detalhar, através de uma abordagem qualitativa fundamentada no desenvolvimento matemático das equações de campos elétrico e magnético a partir do vetor potencial de hertz, as implicações da mobilidade de um corpo magnetizado em ambiente marinho. Isto é, analisar a relevância do efeito da velocidade na alteração do campo magnético e na geração de campo elétrico, fenômenos eletromagnéticos de baixa frequência pouco abordados na literatura, que podem impactar a análise de medições reais e complementar procedimentos de modelagem necessários durante o emprego de técnicas de inversão, seja em aplicações de prospecção geofísica ou temática militar. Os resultados obtidos para um cenário proposto indicaram que a velocidade altera o campo magnético (quando comparado ao caso estático) e gera campo elétrico, cujo efeito pode ser significativo quando comparado ao campo elétrico originado por processos de corrosão em embarcações militares, caso a caracterização da medição seja feita com o navio em movimento, indicando um potencial de exploração científica sobre essa temática.

Palavras-chave: Anomalias eletromagnéticas; Eletromagnetismo Marinho; Dipolos móveis.

Abstract

Oceans cover about 70% of the Earth's surface. In terms of exploration using electromagnetic geophysical methods, saltwater acts as an obstacle, covering the seabed with a water column of up to 11 km. Although seismic methods play a dominant role in the search for oil, the improvement and development of new electromagnetic methods, such as mCSEM (marine Controlled-Source Electromagnetic Method), can change this reality. The study of Electromagnetic Fields (EMF) in the marine environment goes beyond exploration geophysics methods. Numerous marine animals, for example, use EMF as sensory stimuli for locomotion or predation (Nyqvist et al., 2020). In the military field, low-frequency communication activities with submarines are possible, and EMF generated or reflected by ships (known as signatures) can act as triggering mechanisms for explosive devices (such as influence mines and torpedoes) and also indicate the location of vessels through magnetic anomalies, reflections in the radar and optical range, and thermal emissions (John, 2006). In this context, this work aims to detail, through a qualitative approach based on the mathematical development of electric and magnetic field equations from the Hertz potential vector, the implications of the mobility of a magnetized body in a marine environment. That is, to analyze the relevance of the velocity effect on the alteration of the magnetic field and the generation of the electric field, low-frequency electromagnetic phenomena little addressed in the literature, which can impact the analysis of real measurements and complement modeling procedures necessary during the use of inversion techniques, whether in geophysical prospecting applications or military themes. The results obtained for a proposed scenario indicated that speed alters the magnetic field (when compared to the static case) and generates an electric field, the effect of which can be significant when compared to the electric field originated by corrosion processes in military vessels, if the characterization of the measurement is made with the ship in motion, indicating a potential for scientific exploration on this topic.

Keywords: Electromagnetic Anomalies; Seawater Electromagnetism; Mobile dipoles.

Índice

Resumo	4
Abstract	5
Índice	6
Índice de Tabelas	8
Índice de Figuras	9
Introdução	13
1 O Mar como um Ambiente Eletromagnético	14
1.1 Equações Acopladas de Maxwell	15
1.2 Variação dos Parâmetros Eletromagnéticos da Água do Mar com a Frequência, Salinidade, Temperatura e Pressão	18
1.2.1 Condutividade Elétrica (σ)	18
1.2.2 Permissividade Dielétrica (ϵ)	22
1.2.3 Permeabilidade Magnética (μ)	25
1.3 Tópicos Especiais da Propagação de CEM no Ambiente Marinho	26
1.3.1 Atenuação e Defasagem	26
1.3.2 Condições de Contorno	26
2 Campos Produzidos por Corpos Magnetizados	30
2.1 O Campo Magnético Terrestre	30
2.1.1 Particularidades do CMT	32
2.2 Magnetização de Corpos	36
2.2.1 O Magnéton de Bohr (m_B)	37
2.2.2 Diamagnetismo	38
2.2.3 Paramagnetismo	39
2.2.4 Ferromagnetismo	40

2.2.5	Antiferromagnetismo	42
2.2.6	Ferrimagnetismo	42
2.3	Campo Magnético Gerado por um Corpo Magnetizado	44
2.3.1	O Campo Magnético Gerado por um Dipolo Magnético	45
2.3.2	Geometrias Complexas	48
3	Efeitos da Mobilidade de Dipolos Magnéticos em Ambiente Condutor	49
3.1	O Vetor Potencial de Hertz	49
3.2	A Solução da Equação do Vetor Potencial Magnético de Hertz para um Dipolo Magnético Móvel	50
3.3	Efeitos de um Dipolo Móvel no Mar - Variação do Campo Magnético	52
3.3.1	Anomalia Magnética Criada por um Dipolo Móvel com Magnetização Constante na Água do Mar	53
3.3.2	Anomalia Magnética Criada por um Dipolo Móvel com Magnetização Oscilatória na Água do Mar	65
3.4	Efeitos de um Dipolo Móvel no Mar - Surgimento de Campo Elétrico	84
4	Conclusões	90
	Agradecimentos	94

Índice de Tabelas

1.1	Relação entre os campos do eletromagnetismo e as propriedades eletromagnéticas do meio.	14
1.2	Nomes, símbolos e unidades das grandezas físicas eletromagnéticas. Para os campos vetoriais, as letras minúsculas representam o domínio do tempo e as maiúsculas o domínio da frequência.	15
1.3	Quadro resumo das condições de contorno.	29

Índice de Figuras

1.1	Época, localidade e profundidade dos dados obtidos no estudo de Zheng (2018).	19
1.2	Variação da condutividade com a profundidade em diferentes localidades (Zheng, 2018).	20
1.3	Variação da condutividade e salinidade com a profundidade (gráfico log-log), (Zheng, 2018).	20
1.4	Variação da condutividade com a temperatura, (Zheng, 2018).	21
1.5	Variação da permissividade dielétrica com a frequência para salinidade S=0 g/Kg, S=35 g/Kg e temperatura = 20°C (ITU, 2021).	24
1.6	Variação da permissividade dielétrica com a frequência para salinidade S=0 g/Kg, S=35 g/Kg e temperatura = 0°C (ITU, 2021).	24
1.7	Variação da susceptibilidade magnética da água do mar com a frequência para diferentes salinidades (em Molar - 1 M = 1mol/l) (Ruiz-Suárez, 2012).	25
1.8	Superfície de análise da condição de contorno para componentes normais, elaborado pelo autor (2016).	27
1.9	Superfície de análise da condição de contorno para componentes tangenciais, elaborado pelo autor (2016).	28
2.1	Representação da Terra como um gigantesco dipolo magnético Fowler (1990).	31
2.2	Possíveis valores do Índice K_p . url: https://www.gfz.de/en/section/geomagnetism/data-products-services/geomagnetic-kp-index , acessado em 23/07/2025.	32
2.3	Intensidade do campo total do CMT, (Hagen, 2023).	33
2.4	Evolução da AMAS, (Terra-Nova et al., 2017).	34
2.5	Variação secular da componente dipolar do CMT: (a) intensidade (b) inclinação e (c) longitude do pólo, (Lowrie, 2020).	35
2.6	Ilustração da magnetização de um corpo (Blakely, 1996).	36
2.7	Momentos magnéticos elementares devido: (a) ao movimento orbital (b) a rotação em torno do próprio eixo <i>spin</i> (Sadiku e Nelatury, 2001).	36
2.8	Variação da susceptibilidade no diamagnetismo, elaborado pelo autor (2026).	38
2.9	Variação da susceptibilidade no paramagnetismo, elaborado pelo autor (2026).	39

2.10	Curva de histerese (atraso em grego) de um material ferromagnético (Stratton, 1941).	40
2.11	Redução do magnetismo permanente através do procedimento <i>deperming</i> (Holmes, 2022).	42
2.12	Ilustração dos momentos magnéticos: (A) Paramagnetismo (B) Ferromagnetismo (C) Antiferromagnetismo (D) Ferrimagnetismo, elaborado pelo autor (2026).	43
2.13	Tabela Periódica Magnética (T_c = Temperatura de Curie, T_n = Temperatura de Néel) (Coey, 2010).	43
2.14	Potencial magnético produzido por um dipolo magnético, elaborado pelo autor (2026).	45
2.15	Relações geométricas entre máximos e mínimos de um dipolo (a) Componente vertical de um dipolo vertical (b) Componente horizontal de um dipolo horizontal (c) Componente horizontal de um dipolo vertical e (d) Componente vertical de um dipolo horizontal (Blakely, 1996).	47
2.16	Maneiras de estudar a magnetização de corpos (Blakely, 1996).	48
3.1	Cenário para estudo dos efeitos da mobilidade de um dipolo, elaborado pelo autor (2026).	52
3.2	Componentes do campo magnético produzido por um dipolo no meio da raia (parado e em movimento no instante que passa no meio da raia), elaborado pelo autor (2026).	56
3.3	Mapa espaço-temporal da componente b_x do dipolo em movimento posicionado inicialmente em $(-100,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).	57
3.4	Mapa espaço-temporal da componente b_x do dipolo estático centrado em $(0,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).	58
3.5	Mapa espaço-temporal da variação da componente b_x , elaborado pelo autor (2026).	59
3.6	Mapa espaço-temporal da componente b_z do dipolo em movimento posicionado inicialmente em $(-100,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).	60
3.7	Mapa espaço-temporal da componente b_z do dipolo estático centrado em $(0,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).	61
3.8	Mapa espaço-temporal da variação da componente b_z , elaborado pelo autor (2026).	62
3.9	Efeito da variação da velocidade na anomalia - componente b_x , elaborado pelo autor (2026).	63

3.10	Efeito da variação da velocidade na anomalia- componente bz, elaborado pelo autor (2026).	64
3.11	Efeito da Condutividade na Componente Bx, f=0.1 Hz, elaborado pelo autor (2026).	70
3.12	Efeito da Condutividade na Componente Bx, f=1 Hz, elaborado pelo autor (2026).	71
3.13	Efeito da Condutividade na Componente Bx, f=10 Hz, elaborado pelo autor (2026).	72
3.14	Efeito da Condutividade na Componente Bz, f=0.1 Hz, elaborado pelo autor (2026).	73
3.15	Efeito da Condutividade na Componente Bz, f=1 Hz, elaborado pelo autor (2026).	74
3.16	Efeito da Condutividade na Componente Bz, f=10 Hz, elaborado pelo autor (2026).	75
3.17	Mapa espaço-temporal da componente Bx do dipolo estático com magnetização oscilatória (f=0.1 Hz) centrado no meio da raia (0,0,10 m), elaborado pelo autor (2026).	76
3.18	Mapa espaço-temporal da componente Bx do dipolo móvel (v=10 m/s) com magnetização oscilatória (f=0.1 Hz) posicionado inicialmente em (-100,0,0), elaborado pelo autor (2026).	77
3.19	Mapa espaço-temporal da variação da componente Bx devido à velocidade, elaborado pelo autor (2026).	78
3.20	Efeito da variação da velocidade na anomalia registrado no centro da Raia (0,0,10m) - componente Bx, elaborado pelo autor (2026).	79
3.21	Mapa espaço-temporal da componente Bz do dipolo estático com magnetização oscilatória (f=0.1 Hz) centrado no meio da raia (0,0,10 m), elaborado pelo autor (2026).	80
3.22	Mapa espaço-temporal da componente Bz do dipolo móvel (v=10 m/s) com magnetização oscilatória (f=0.1 Hz) posicionado inicialmente em (-100,0,0), elaborado pelo autor (2026).	81
3.23	Mapa espaço-temporal da variação da componente Bz devido à velocidade, elaborado pelo autor (2026).	82
3.24	Efeito da variação da velocidade na anomalia - componente Bz, elaborado pelo autor (2026).	83
3.25	Campo elétrico (componente e_y) do dipolo magnético com velocidade constante inicialmente posicionado em (-100,0,0 m) se movendo à 10 m/s, elaborado pelo autor (2026).	86

3.26	Campo elétrico (componente e_y) gerado por um dipolo com magnetização oscilatória de 0,1 Hz no centro da raia, elaborado pelo autor (2026).	87
3.27	Campo elétrico (componente e_y) do dipolo magnético com magnetização oscilatória e velocidade constante (10 m/s) inicialmente posicionado em (-100,0,0 m), elaborado pelo autor (2026).	88
3.28	Variação do campo elétrico (componente e_y) do dipolo magnético com a velocidade (medição no centro da raia), elaborado pelo autor (2026).	89

Introdução

A investigação de recursos minerais, óleo, gás e proteção ambiental, utilizando métodos eletromagnéticos em ambiente marinho (águas rasas e profundas) tem se tornado uma prática comum na geofísica de exploração (Chave et al., 1991). O estudo do eletromagnetismo marinho também tem um papel fundamental no contexto da segurança de navios militares. Uma vez que os cascos dos mesmos são usualmente feitos de materiais ferromagnéticos e condutores, eles estão sujeitos a processos de magnetização e corrosão, produzindo inúmeros sinais eletromagnéticos indesejáveis conhecidos como assinaturas (Holmes, 2022). Essas assinaturas podem indicar a localização do navio bem como acionar dispositivos explosivos, tais como minas navais e torpedos (Jeffrey e Brooking, 1998). Embora o campo magnético de um navio (causado, sobretudo, por suas magnetizações) possa ser simulado por uma fonte de dipolos elétricos (Sampaio, 2006), o campo elétrico também exerce um papel importante. Suas principais fontes são: (i) a diferença de potencial eletroquímico entre o casco e o propulsor em contato com água salgada (Daya et al., 2005) e (ii) variação temporal do campo magnético. A fim de estudar a segunda causa, isto é, o campo elétrico gerado pelo movimento de um campo magnético, e a possível alteração no próprio campo magnético decorrente da velocidade, este trabalho está estruturado da seguinte forma:

O Capítulo 1 apresenta os fundamentos teóricos do comportamento de campos eletromagnéticos em ambiente marinho, focando na investigação de como as propriedades eletromagnéticas da água do mar variam com os parâmetros: temperatura, salinidade, pressão e frequência.

O Capítulo 2 apresenta um breve resumo de campos magnéticos produzidos por corpos magnetizados estáticos (com destaque para o CMT - Campo Magnético Terrestre) e processos de magnetização.

O Capítulo 3 destaca as anomalias eletromagnéticas produzidas por corpos magnetizados móveis (dipolos magnéticos) na água do mar, com foco no detalhamento algébrico dos efeitos da velocidade na alteração do campo magnético e na geração de campo elétrico.

Por fim, o Capítulo 4 sumariza as conclusões obtidas através da investigação científica realizada nos capítulos anteriores.

1

O Mar como um Ambiente Eletromagnético

Do ponto de vista eletromagnético, um meio pode ser caracterizado por três propriedades¹: permeabilidade magnética (μ), permissividade dielétrica (ϵ) e condutividade elétrica (σ) (ITU, 2021). De acordo com Stratton (1941), a nível macroscópico, tais propriedades podem ser representadas desde constantes reais até tensores complexos (a depender das características de linearidade, homogeneidade e isotropia do meio, vide Tabela 1.1). Elas são definidas a partir das relações entre cinco campos físicos vetoriais² presentes nas equações de Maxwell.

Vácuo	Meio Isotrópico e Linear	Meio Anisotrópico
$\vec{d} = \epsilon_0 \vec{e}$	$\vec{d} = \epsilon \vec{e}$	$\vec{d}_i = \epsilon_{ik} \vec{e}_k$
$\vec{b} = \mu_0 \vec{h}$	$\vec{b} = \mu \vec{h}$	$\vec{b}_i = \mu_{ik} \vec{h}_k$
$\vec{j} = 0$	$\vec{j} = \sigma \vec{e}$	$\vec{j}_i = \sigma_{ik} \vec{e}_k$

Tabela 1.1: Relação entre os campos do eletromagnetismo e as propriedades eletromagnéticas do meio.

Este capítulo detalha como essas propriedades podem ser caracterizadas para o ambiente marinho, uma vez que este meio sofre a influência de diferentes níveis de salinidade, temperatura e pressão. Além disso, tópicos especiais de CEM relacionados com a propagação de campos e comportamento na interface ar/água do mar, serão brevemente abordados.

¹Uma outra importante característica eletromagnética de um meio material é a capacidade de acumular cargas, como o efeito Maxwell-Wagner e polarização elétrica interfacial.

²A identificação das grandezas físicas eletromagnéticas presente neste documento é definida na Tabela 1.2. Para o meio anisotrópico, os coeficientes “i” e “k” representam as coordenadas espaciais.

Grandeza Física	Símbolo	Unidade SI
Campo Elétrico	\vec{e} ou \vec{E}	volt/metro (V/m)
Deslocamento Elétrico	\vec{d} ou \vec{D}	coulomb/metro ² (C/m ²)
Campo Magnético	\vec{h} ou \vec{H}	ampère/metro (A/m)
Indução Magnética	\vec{b} ou \vec{B}	tesla (T) ou weber/m ² (Wb/m ²)
Densidade de Corrente	\vec{j} ou \vec{J}	ampère/metro ² (A/m ²)
Permeabilidade Magnética	μ	henry/metro (henry/m)
Permeabilidade Magnética (vácuo)	μ_0	$4\pi 10^{-7}$ (henry/m)
Permissividade Dielétrica	ϵ	farad/metro (farad/m)
Permissividade Dielétrica (vácuo)	ϵ_0	$\frac{1}{36\pi} 10^{-9}$ (farad/m)
Condutividade Elétrica	σ	siemens/metro (S/m)
Densidade volumétrica de carga	ρ	coulomb/metro ³ (C/m ³)
Densidade superficial de carga	λ	coulomb/metro ² (C/m ²)
Carga elétrica	q	coulomb (C)
Densidade linear de corrente	κ	ampère (A/m)
Potencial Magnético	V	ampère (A)

Tabela 1.2: Nomes, símbolos e unidades das grandezas físicas eletromagnéticas. Para os campos vetoriais, as letras minúsculas representam o domínio do tempo e as maiúsculas o domínio da frequência.

1.1 Equações Acopladas de Maxwell

No final do século XIX, o Físico e Matemático escocês James Clerk Maxwell corrigiu a lei de Ampère completando as leis do eletromagnetismo conhecidas atualmente. Posteriormente, Oliver Heaviside e Willard Gibbs agruparam o conjunto de cerca de vinte equações em uma notação vetorial de forma otimizada, todas as leis que regem os fenômenos eletromagnéticos. Partindo das considerações ideais (vácuo) para meios materiais, onde os fenômenos macroscópicos de magnetização, polarização e condução elétrica exercem influência, as equações³ de Maxwell, representadas no domínio do tempo no formato diferencial, são:

$$\nabla \cdot \vec{b} = 0, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{d} = \rho, \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \vec{e} = -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t}, \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \vec{h} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{d}}{\partial t}. \quad (1.4)$$

³As Equações 1.1 e 1.2 podem ser obtidas através da aplicação do operador divergente nas Equações 1.3 e 1.4 e da equação da conservação da carga $\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$.

Especial atenção deve ser dada aos parâmetros: permeabilidade magnética (μ), permissividade dielétrica (ϵ) e condutividade elétrica (σ), pois estes acoplam os vetores \vec{b} , \vec{d} e \vec{j} aos campos \vec{e} e \vec{h} através das relações apresentadas na Tabela 1.1, resultando nas equações acopladas (assumindo que tais parâmetros não variam com o tempo):

$$\nabla \times \vec{e} = -\mu \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \vec{h} = \sigma \vec{e} + \epsilon \frac{\partial \vec{e}}{\partial t}, \quad (1.6)$$

que, aplicando o operador rotacional com o desenvolvimento algébrico necessário,

$$\nabla^2 \vec{e} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{e}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} = 0, \quad (1.7)$$

$$\nabla^2 \vec{h} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{h}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} = 0, \quad (1.8)$$

assumem, após aplicação da transformada de Fourier e sua propriedade⁴,

$$\frac{\partial^n f(t)}{dt^n} = (\omega i)^n F(\omega), \quad (1.9)$$

a forma clássica da equação de onda no domínio da frequência:

$$\nabla^2 \vec{E} + (\omega^2 \mu\epsilon - i\omega\mu\sigma) \vec{E} = 0, \quad (1.10)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + (\omega^2 \mu\epsilon - i\omega\mu\sigma) \vec{H} = 0. \quad (1.11)$$

O número de onda, k , é definido como:

$$k = \sqrt{\omega^2 \mu\epsilon - i\omega\mu\sigma}, \quad (1.12)$$

que pode ser representado por:

$$k = \alpha - i\beta, \quad (1.13)$$

com α o fator de fase,

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right]}, \quad (1.14)$$

e β o fator de atenuação,

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right]}. \quad (1.15)$$

⁴ i representa o número imaginário $i = \sqrt{-1}$.

A solução das equações 1.7 e 1.8, para o caso unidimensional (onde a onda se propaga ao longo do eixo z e o campo elétrico oscila ao longo do eixo x) é:

$$\vec{e}(z, t) = e_0 e^{i(\omega t - kz)} \hat{i}, \quad (1.16)$$

$$\vec{h}(z, t) = h_0 e^{i(\omega t - kz)} \hat{j}, \quad (1.17)$$

ou,

$$\vec{e}(z, t) = e_0 e^{-\beta z} e^{i(\omega t - \alpha z)} \hat{i}, \quad (1.18)$$

$$\vec{h}(z, t) = h_0 e^{-\beta z} e^{i(\omega t - \alpha z)} \hat{j}, \quad (1.19)$$

a partir de 1.5, o campo magnético pode assumir a forma:

$$\vec{h}(z, t) = \frac{e_0}{\eta} e^{-\beta z} e^{i(\omega t - \alpha z)} \hat{j} \quad (1.20)$$

com a impedância intrínseca do meio η dada por,

$$\eta = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma + i\omega\epsilon}} = |\eta| e^{i\phi_\eta}, \quad (1.21)$$

cujo módulo,

$$|\eta| = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2\right)^{\frac{1}{4}}}, \quad (1.22)$$

e fase,

$$\phi_\eta = \arctg\left(\frac{\sigma}{2\omega\epsilon}\right), \quad (1.23)$$

resultando em:

$$\vec{h}(z, t) = \frac{e_0}{|\eta|} e^{-\beta z} e^{i(\omega t - \alpha z - \phi_\eta)} \hat{j}. \quad (1.24)$$

A análise da Equação 1.24 permite concluir que a amplitude do campo magnético sofre uma divisão dada por $|\eta|$ e uma defasagem ϕ_η quando comparado ao campo elétrico. Além disso, ambos campos sofrem uma atenuação influenciada por β e uma defasagem por α a medida que se propagam ao longo do eixo z. Em muitas aplicações, os meios de interesse podem ser considerados isotrópicos e homogêneos. Nessas condições, μ , ϵ e σ , podem ser considerados como constantes reais. De forma mais abrangente, esses três parâmetros possuem elevada complexidade, sendo funções de variações temporais das mudanças de densidade, pressão, temperatura e salinidade. Fica evidente que todos os parâmetros α , β , η e ϕ_η , associados com a atenuação e defasamento dos campos, são funções de μ , ϵ , σ e da frequência, ressaltando a importância da correta compreensão dessas importantes propriedades, cuja caracterização para o ambiente marinho, será detalhada na próxima seção.

1.2 Variação dos Parâmetros Eletromagnéticos da Água do Mar com a Frequência, Salinidade, Temperatura e Pressão

A água é uma substância que contém inúmeras anomalias. Diversos pesquisadores elaboraram modelos teóricos (segundo premissas específicas envolvendo conceitos microscópicos) para compreender a variação dos parâmetros eletromagnéticos com a frequência. Entre os pioneiros destacam-se os estudos dos Físicos Paul Drude para a condutividade e Peter Debye para a permissividade dielétrica. Ao adicionar sais, os modelos teóricos se tornam extremamente complexos, exigindo ajustes experimentais dados por curvas polinomiais/exponenciais. Este capítulo apresenta os ajustes empíricos fornecidos por ITU (2021) para a caracterização da condutividade estática, dinâmica e permissividade dielétrica da água do mar.

1.2.1 Condutividade Elétrica (σ)

A condutividade elétrica estática (isto é, submetida a campos contínuos) da água do mar é praticamente controlada pela temperatura e salinidade, com pouco efeito da pressão. ITU (2021) apresenta as seguintes formulações empíricas válidas para as faixas de temperatura: $-4^{\circ}C \leq T \leq 40^{\circ}C$ e salinidade ⁵ $0 \leq S \leq 40g/Kg$.

$$\sigma_0(T, S) = \sigma_{35} R_{15} R_{T15}, \quad (1.25)$$

$$\sigma_{35} = 2.90 + 8.61 \cdot 10^{-2}T + 4.74 \cdot 10^{-4}T^2 - 2.99 \cdot 10^{-6}T^3 + 4.30 \cdot 10^{-9}T^4, \quad (1.26)$$

$$R_{15} = S \frac{(37.51 + 5.45S + 1.44 \cdot 10^{-2}S^2)}{(1004.75 + 182.28S + S^2)}, \quad (1.27)$$

$$R_{T15} = 1 + \frac{\alpha_0(T - 15)}{\alpha_1 + T}, \quad (1.28)$$

$$\alpha_0 = \frac{6.94 + 3.28S - 9.95 \cdot 10^{-2}S^2}{84.85 + 69.02S + S^2}, \quad (1.29)$$

$$\alpha_1 = 49.84 - 0.23S + 0.19S^2. \quad (1.30)$$

⁵A salinidade também pode ser medida em PSU: *Practical Salinity Unit*. Um PSU equivale a um grama de sal em 1000 g de água.

De acordo com Chave et al. (1991), para uma salinidade constante, uma relação aproximada simplificada da variação da condutividade (em S/m) com a temperatura (°C), pode ser dada por:

$$\sigma_0(T) = 3 + T/10. \quad (1.31)$$

O efeito da pressão (profundidade) como terceiro parâmetro pode ser observado através do estudo conduzido por Zheng (2018) em diferentes pontos dos oceanos Índico e Pacífico. A partir de dados obtidos em diferentes profundidades e épocas (Figura 1.1), o autor observa e classifica a variação da condutividade pela profundidade em três diferentes estágios (Figuras 1.2 e 1.3).

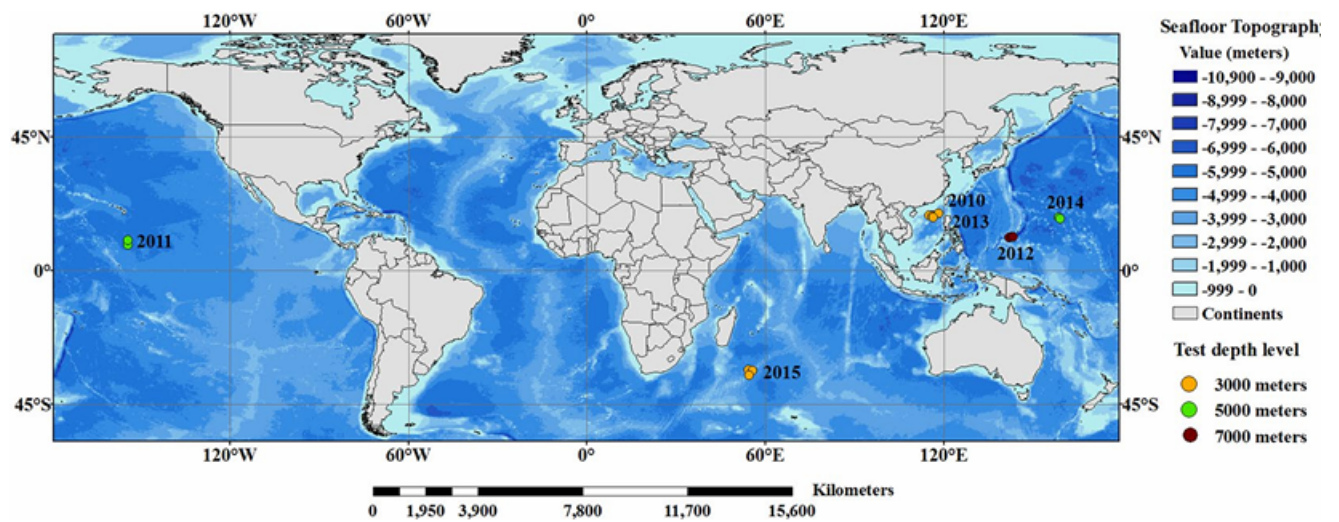


Figura 1.1: Época, localidade e profundidade dos dados obtidos no estudo de Zheng (2018).

No gráfico loglog (Figura 1.3), o primeiro estágio (da superfície até alguns decâmetros) é classificado como constante. O segundo, com acentuado gradiente negativo, indica uma relação exponencial do tipo:

$$\sigma(d) \sim d^{-\alpha}, \quad (1.32)$$

em que σ é a condutividade em S/m, “ d ” a profundidade e “ α ” o fator de decaimento, que pode ser único (como nas profundidades de 3000 m) ou duplo (α_1 e α_2), para as profundidades de 5000 m e 7000 m. No terceiro estágio ocorre um leve gradiente positivo após um ponto de inflexão na faixa de 2000 m de profundidade. O autor atribui esse aumento a três fatores: (1) aquecimento adiabático (2) concentração de íons devido ao aumento da pressão e (3) recirculação de sais dissolvidos no leito marinho. Além disso, é possível observar a forte linearidade da condutividade ⁶ com a temperatura desde a superfície até a profundidade de 2000 m (Figura 1.4).

⁶Dados reais mais precisos para simulações ao longo da costa brasileira podem ser obtidos através do Banco Nacional de Dados Oceanográficos (BNDO) no Centro de Hidrografia da Marinha (CHM).

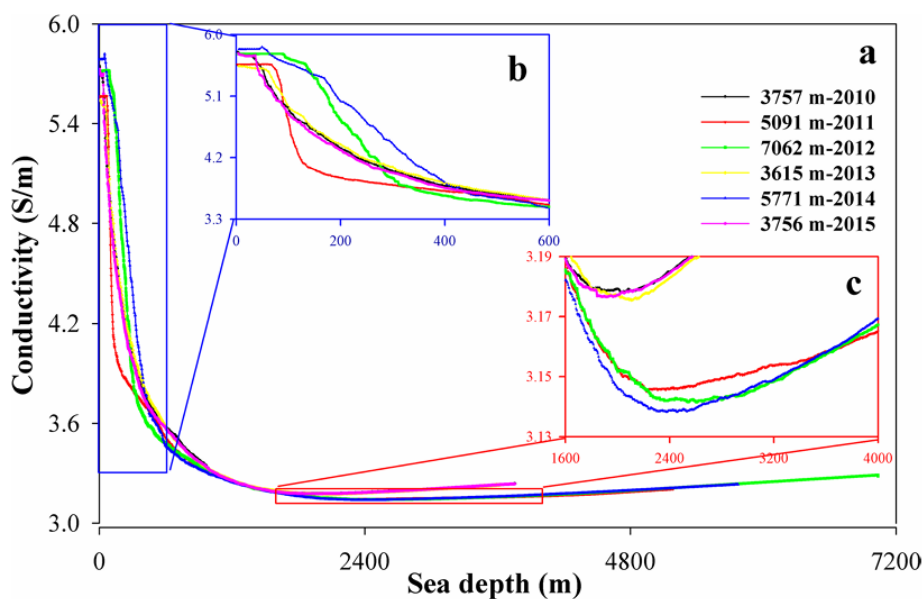


Figura 1.2: Variação da condutividade com a profundidade em diferentes localidades (Zheng, 2018).

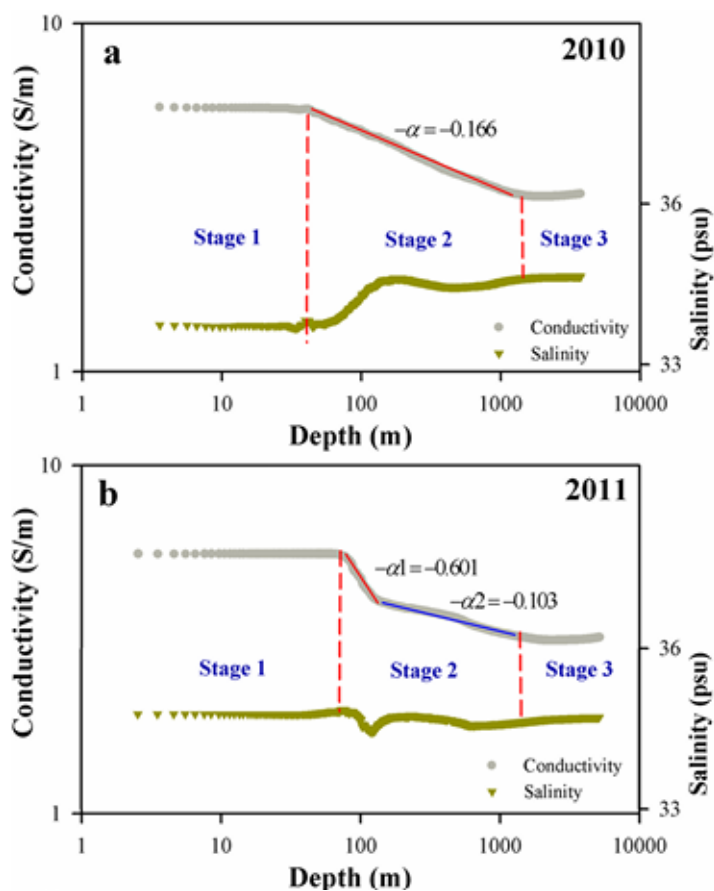


Figura 1.3: Variação da condutividade e salinidade com a profundidade (gráfico log-log), (Zheng, 2018).

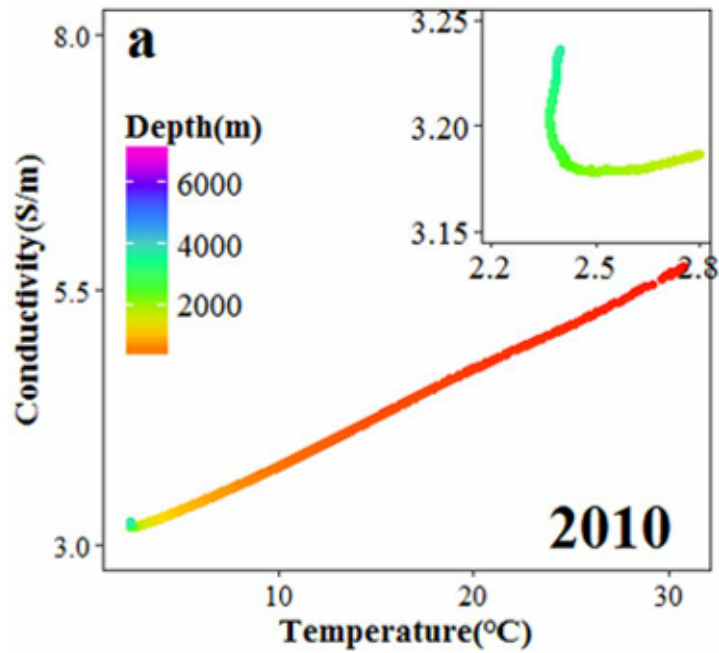


Figura 1.4: Variação da condutividade com a temperatura, (Zheng, 2018).

A fim de verificar a variação da condutividade com a frequência, em 1900, o Físico Paul Drude propôs um modelo teórico microscópico baseado na mecânica clássica definindo a relação na seguinte expressão (Apel, 2013):

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{(1 + i\omega t_c)}, \quad (1.33)$$

ou então,

$$\sigma(\omega) = \sigma'_0 - i\sigma''_0, \quad (1.34)$$

resultando em,

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega t_c)^2} - i \frac{\sigma_0 \omega t_c}{1 + (\omega t_c)^2}, \quad (1.35)$$

com,

$$\sigma_0 = \frac{Ne^2 t_c}{m}. \quad (1.36)$$

Em que “ t_c ” representa o tempo de colisão entre elétrons e íons, σ_0 a condutividade estática, N a densidade de elétrons, e e m a carga e massa do elétron, respectivamente. Analisando a Equação 1.35, fica evidente que a parte real permanece constante e decresce apenas quando o produto ωt_c se torna relevante, enquanto a parte imaginária se torna relevante em apenas uma faixa do espectro.

1.2.2 Permissividade Dielétrica (ϵ)

Dentre os modelos existentes para descrever a variação da permissividade dielétrica com a frequência, o modelo de Debye (1929) é considerado razoável para representar a água pura para frequências até 100 GHz. Debye propôs a seguinte relação considerando que as moléculas estão livres e não interagem uma com as outras:

$$\epsilon(\omega, T) = \epsilon_{\infty}(T) + \frac{\epsilon_s(T) - \epsilon_{\infty}(T)}{1 + i\omega\tau(T)}, \quad (1.37)$$

em que ω representa a frequência, ϵ representa a permissividade relativa, ϵ_s a permissividade para frequência nula (estática), ϵ_{∞} a permissividade para frequência infinita e τ o tempo de relaxação (cujo valor usual para temperatura de 20°C é $\tau = 6 \cdot 10^{-11}$ s). Para frequências superiores a 100 GHz, um segundo modelo de Debye é proposto:

$$\epsilon(\omega, T) = \epsilon_{\infty}(T) + \frac{\epsilon_s(T) - \epsilon_1(T)}{1 + i\omega\tau_1(T)} + \frac{\epsilon_1(T) - \epsilon_{\infty}(T)}{1 + i\omega\tau_2(T)}. \quad (1.38)$$

Para a água do mar, a salinidade se torna uma nova variável. Além disso, um novo termo associado à condutividade estática é inserido no modelo:

$$\epsilon(\omega, T, S) = \epsilon_{\infty}(T, S) + \frac{\epsilon_s(T, S) - \epsilon_1(T, S)}{1 + i\omega\tau_1(T, S)} + \frac{\epsilon_1(T, S) - \epsilon_{\infty}(T, S)}{1 + i\omega\tau_2(T, S)} - i \frac{\sigma_0(T, S)}{\epsilon_0\omega}. \quad (1.39)$$

ITU (2021) propõe a caracterização paramétrica de cada uma das variáveis apresentadas na Equação 1.39 (após o algebrismo necessário para separar a permissividade dielétrica em componentes real e imaginária), na qual os coeficientes foram obtidos por ajustes polinomiais/exponenciais experimentais válidos para as faixas de temperatura: $-4^{\circ}\text{C} \leq T \leq 40^{\circ}\text{C}$ e salinidade $0 \leq S \leq 40$ g/Kg. Os parâmetros $f, f_1, f_{1s}, f_2, f_{2s}$ representam as frequências (em GHz). De acordo com ITU (2021), a parte real da permissividade está associada ao armazenamento da energia eletromagnética quando a substância é exposta, enquanto a parte imaginária está associada com a absorção da energia.

$$\epsilon = \epsilon' - i\epsilon'', \quad (1.40)$$

$$\epsilon' = \frac{\epsilon_{ss} - \epsilon_{1s}}{1 + \left(\frac{f}{f_{1s}}\right)^2} + \frac{\epsilon_{1s} - \epsilon_{\infty s}}{1 + \left(\frac{f}{f_{2s}}\right)^2} + \epsilon_{\infty s}, \quad (1.41)$$

$$\epsilon'' = \frac{\left(\frac{f}{f_{1s}}\right)(\epsilon_{ss} - \epsilon_{1s})}{1 + \left(\frac{f}{f_{1s}}\right)^2} + \frac{\left(\frac{f}{f_{2s}}\right)(\epsilon_{1s} - \epsilon_{\infty s})}{1 + \left(\frac{f}{f_{2s}}\right)^2} + \frac{18\sigma}{f}, \quad (1.42)$$

$$\Theta = \frac{300}{T + 273.15} - 1, \quad (1.43)$$

$$\epsilon_s = 77.66 + 103.3\Theta, \quad (1.44)$$

$$\epsilon_{ss} = \epsilon_s e^{-3.33 \cdot 10^{-3} S + 4.75 \cdot 10^{-6} S^2}, \quad (1.45)$$

$$\epsilon_1 = 0.067 \epsilon_s, \quad (1.46)$$

$$\epsilon_{1s} = \epsilon_1 e^{-6.289 \cdot 10^{-3} S + 1.760 \cdot 10^{-4} S^2 - 9.221 \cdot 10^{-5} T S}, \quad (1.47)$$

$$\epsilon_\infty = 3.52 - 7.52\Theta, \quad (1.48)$$

$$\epsilon_{\infty s} = \epsilon_\infty (1 + S(-2.042 \cdot 10^{-3} + 1.578 \cdot 10^{-4} T)), \quad (1.49)$$

$$f_1 = 20.20 - 146.4\Theta + 316\Theta^2, \quad (1.50)$$

$$f_{1s} = f_1 (1 + S(2.32 \cdot 10^{-3} - 7.92 \cdot 10^{-5} T + 3.68 \cdot 10^{-6} T^2 + 3.56 \cdot 10^{-7} T^3 + 8.98 \cdot 10^{-9} T^4)), \quad (1.51)$$

$$f_2 = 39.8 f_1, \quad (1.52)$$

$$f_{2s} = f_2 (1 + S(-1.99 \cdot 10^{-2} + 1.81 \cdot 10^{-4} T)). \quad (1.53)$$

Os dois primeiros termos da Equação 1.42 estão associados com a dissipação devido à corrente de deslocamento originada pela vibração dos dipolos e o terceiro termo, com a dissipação devido à corrente de condução. As Figuras 1.5 e 1.6 representam a variação das componentes ϵ' e ϵ'' para a água pura ($S=0$ g/Kg) e água do mar ($S=35$ g/Kg) nas temperaturas de 20°C e 0°C para a faixa de frequência de 100 MHz até 1THz. A análise das Figuras 1.5 e 1.6 permite concluir que quando a condutividade é nula ($\sigma = 0$), ϵ pode ser assumido como constante real para frequências inferiores a 100 MHz, uma vez que a parte imaginária pode ser desprezada.

No entanto a mesma conclusão não é válida para a água salgada, uma vez que a parte imaginária da permissividade é inversamente proporcional à frequência, atingindo valores extremamente elevados em baixas frequências indicando que algum fenômeno necessita ser melhor caracterizado (Hattab, 2013).

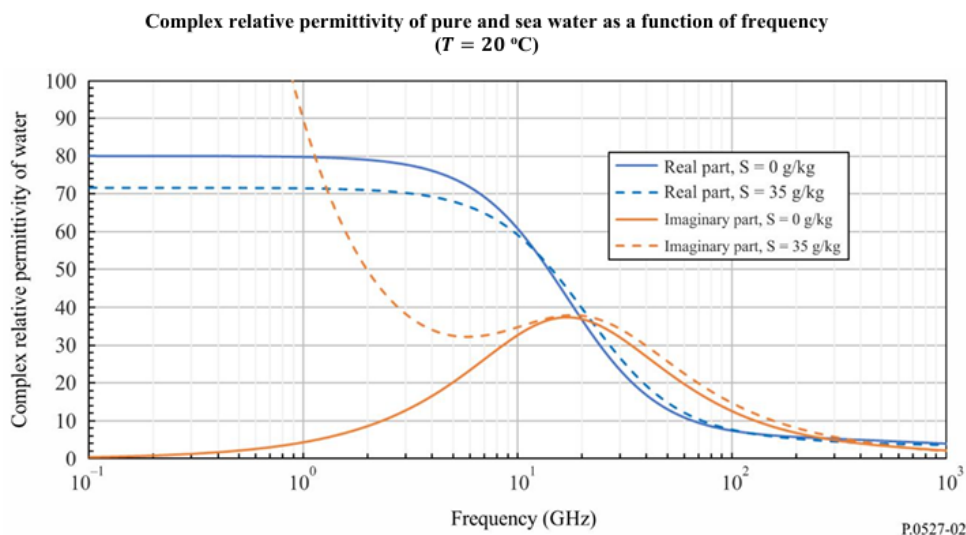


Figura 1.5: Variação da permissividade dielétrica com a frequência para salinidade $S=0$ g/Kg, $S=35$ g/Kg e temperatura = 20°C (ITU, 2021).

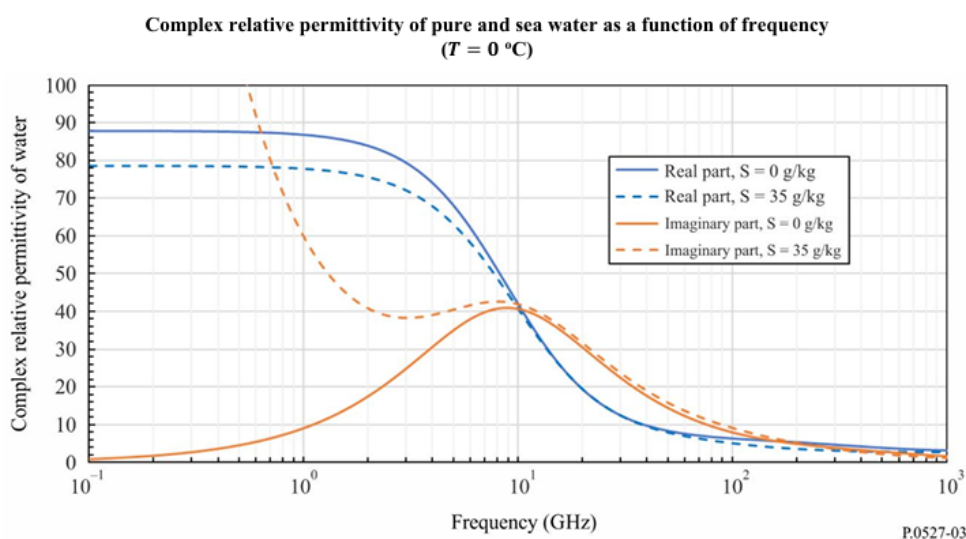


Figura 1.6: Variação da permissividade dielétrica com a frequência para salinidade $S=0$ g/Kg, $S=35$ g/Kg e temperatura = 0°C (ITU, 2021).

O entendimento completo das propriedades da água do mar é um problema complexo uma vez que a física das soluções eletrolíticas não está bem compreendida e a água do mar é uma substância heterogênea composta por diversos eletrólitos. Uma outra importante consideração a respeito da complexidade envolvendo a condutividade e permissividade dielétrica pode ser analisada substituindo as Equações 1.34 e 1.40 no lado direito da Equação 1.4 (domínio da frequência), onde observa-se que o efeito da parte real da condutividade se soma com a parte imaginária da permissividade dielétrica e a parte imaginária da condutividade se soma com a parte real da permissividade elétrica, tornando a separação das contribuições de cada

componente, uma tarefa de elevada complexidade (Sampaio, 2017).

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + i\omega\vec{D}, \quad (1.54)$$

$$\nabla \times \vec{H} = (\sigma + i\omega\epsilon)\vec{E}, \quad (1.55)$$

$$\nabla \times \vec{H} = (\sigma' - i\sigma'' + i\omega(\epsilon' - i\epsilon''))\vec{E}, \quad (1.56)$$

$$\nabla \times \vec{H} = (\sigma' + \omega\epsilon'' - i(\sigma'' - \omega\epsilon'))\vec{E}. \quad (1.57)$$

1.2.3 Permeabilidade Magnética (μ)

A permeabilidade magnética é caracterizada através da susceptibilidade magnética “ χ_m ” do meio através da relação:

$$\mu = \mu_0(1 + \chi_m), \quad (1.58)$$

Ruiz-Suárez (2012) investigaram a variação da susceptibilidade magnética da água para diferentes faixas de salinidade, temperatura e frequência confirmando o carácter diamagnético da água do mar (os valores da parte real da susceptibilidade demonstraram pouca variação negativa na faixa de 10^{-6} o que resulta em valores de permeabilidade magnética na faixa de $\mu = 0.99999\mu_0$, conforme Figura 1.7). Portanto, a permeabilidade magnética da água do mar para fins práticos pode ser considerada como constante e com valor μ_0 .

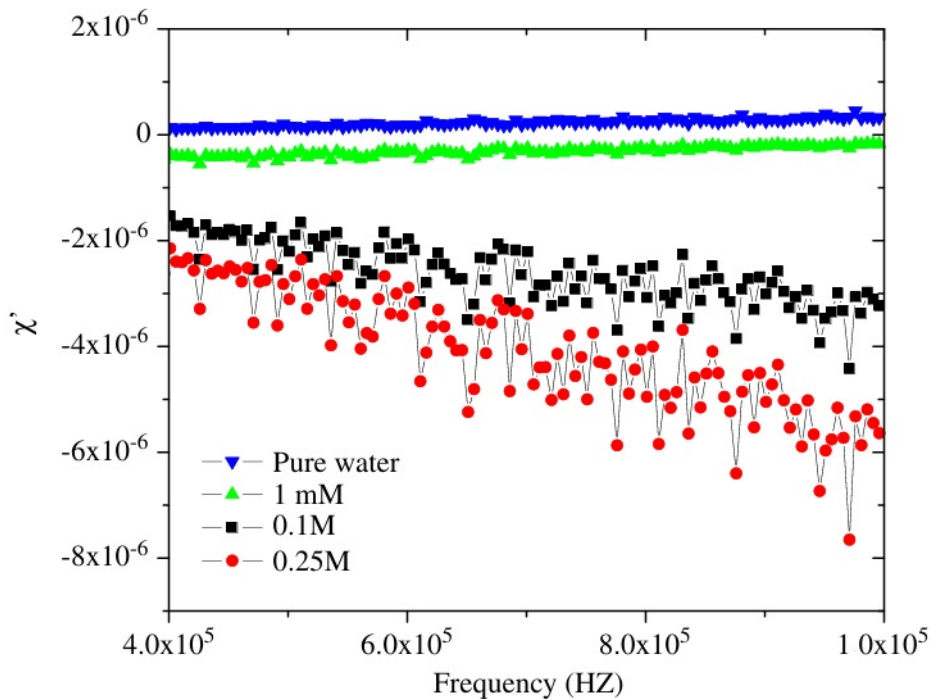


Figura 1.7: Variação da susceptibilidade magnética da água do mar com a frequência para diferentes salinidades (em Molar - 1 M = 1mol/l) (Ruiz-Suárez, 2012).

1.3 Tópicos Especiais da Propagação de CEM no Ambiente Marinho

1.3.1 Atenuação e Defasagem

Conforme pode ser observado nas Equações 1.12, 1.13, 1.14 e 1.15, para a água do mar, os valores de ϵ e σ , a rigor, devem conter componentes complexas (o único parâmetro que pode ser considerado como constante real é μ que assume o valor de μ_0). No entanto, ao considerar baixos valores de frequência nas Equações 1.14 e 1.15, a grandeza ϵ se torna desprezível e ambos parâmetros convergem para:

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}}, \quad (1.59)$$

e o número de onda, k :

$$k = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}}(1 - i), \quad (1.60)$$

Considerando que para uma onda plana 1-D, o parâmetro β atenua a amplitude dos campos pelo fator $e^{-\beta z}$, define-se δ como o fator de penetração ou *skin depth*, a distância (em m) na qual o valor da amplitude do campo é reduzido em e^{-1} (ou 63,2%):

$$\delta = \frac{1}{\beta}, \quad (1.61)$$

ou,

$$\delta = \frac{503,3}{\sqrt{\sigma f}}, \quad (1.62)$$

em que σ representa a condutividade (S/m) e f a frequência (Hz). Conclui-se que quanto menor a frequência, maior o *skin depth*, ou seja, maior o alcance de propagação da onda. Uma análise similar pode ser considerada para a fase da onda que é regida pelo parâmetro α . Neste caso, a distância do *skin depth* causa um defasamento de 1 rad (cerca de 57,3°) (Sampaio, 2006).

1.3.2 Condições de Contorno

Um outro aspecto interessante relacionado com a propagação de CEM no ambiente marinho, é a interface que este faz com a atmosfera, meio que possui propriedades eletromagnéticas distintas da água do mar. Como os campos do eletromagnetismo são de natureza vetorial, eles possuem duas propriedades que são melhor compreendidas no formato integral: circulação e fluxo. A partir dos teoremas da divergência $\int_V \nabla \cdot \vec{F} dv = \oint_S \vec{F} \cdot \vec{n} da$ e de Stokes $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} =$

$\int_S \nabla \times \vec{F} \cdot \vec{n} da$, as equações de Maxwell na forma diferencial podem ser expressas na seguinte forma integral:

$$\oint_S \vec{b} \cdot \vec{n} da = 0, \quad (1.63)$$

$$\oint_S \vec{d} \cdot \vec{n} da = q, \quad (1.64)$$

$$\oint_C \vec{e} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_S \vec{b} \cdot \vec{n} da, \quad (1.65)$$

$$\oint_C \vec{h} \cdot d\vec{l} = \oint_S \vec{j} \cdot \vec{n} da + \frac{\partial}{\partial t} \oint_S \vec{d} \cdot \vec{n} da. \quad (1.66)$$

As Equações 1.63 e 1.64, associadas ao conceito de fluxo, permitem avaliar as componentes normais (F_{1n}, F_{2n}) enquanto as Equações 1.65 e 1.66, associadas ao conceito de circulação, permitem avaliar as componentes tangenciais (F_{1t}, F_{2t}), em que F é o campo vetorial em questão. A análise da Equação 1.63 permite concluir que o fluxo magnético através de uma superfície fechada S , simétrica ao plano que divide o meio 1 do meio 2, deve ser igual a zero. Considerando que esta superfície seja cilíndrica (área da e altura dh) com dh tendendo a zero eliminando possíveis contribuições laterais da superfície, (Figura 1.8), obtém-se:

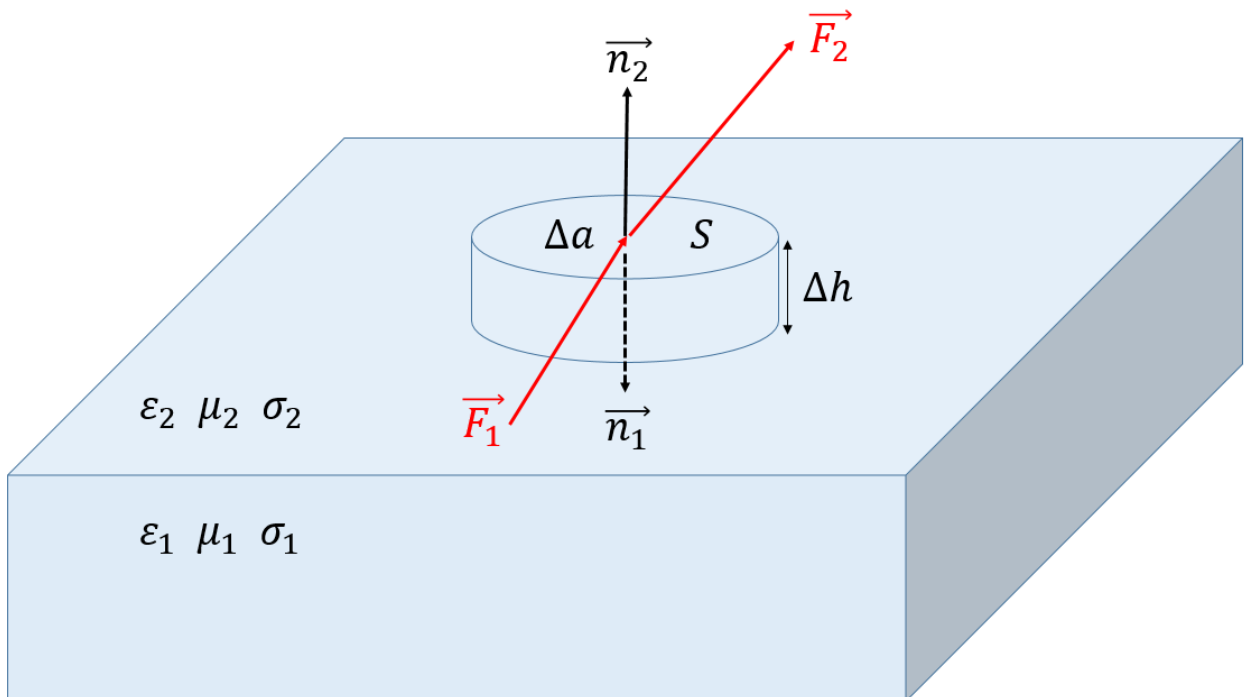


Figura 1.8: Superfície de análise da condição de contorno para componentes normais, elaborado pelo autor (2016).

$$(\vec{b}_{n2} \cdot \vec{n}_2 + \vec{b}_{n1} \cdot \vec{n}_1) da = 0, \quad (1.67)$$

$$\vec{n}_2 = -\vec{n}_1 = \vec{n}, \quad (1.68)$$

$$\vec{b}_{n2} = \vec{b}_{n1}, \quad (1.69)$$

$$\mu_2 \vec{h}_{n2} = \mu_1 \vec{h}_{n1}. \quad (1.70)$$

Similarmente, a análise da Equação 1.64 permite concluir o que o vetor deslocamento elétrico \vec{d} ao redor da superfície fechada S , simétrica ao plano que divide o meio 1 do meio 2, com altura dh tendendo a zero e área da , deve ser igual a densidade superficial de carga (λ):

$$(\vec{d}_{n2} \cdot \vec{n}_2 + \vec{d}_{n1} \cdot \vec{n}_1) da = \lambda \cdot \vec{n} da, \quad (1.71)$$

$$\vec{n}_2 = \vec{n} = -\vec{n}_1, \quad (1.72)$$

$$(\vec{d}_{n2} - \vec{d}_{n1}) \cdot \vec{n} = \lambda, \quad (1.73)$$

$$(\epsilon_2 \vec{e}_{n2} - \epsilon_1 \vec{e}_{n1}) \cdot \vec{n} = \lambda. \quad (1.74)$$

Já a análise da Equação 1.65 permite concluir que a circulação do campo \vec{e} ao redor do caminho fechado C , simétrico ao plano que divide o meio 1 do meio 2 (com comprimento dl e altura dh tendendo a zero) (Figura 1.9), deve ser igual a variação temporal do fluxo magnético:

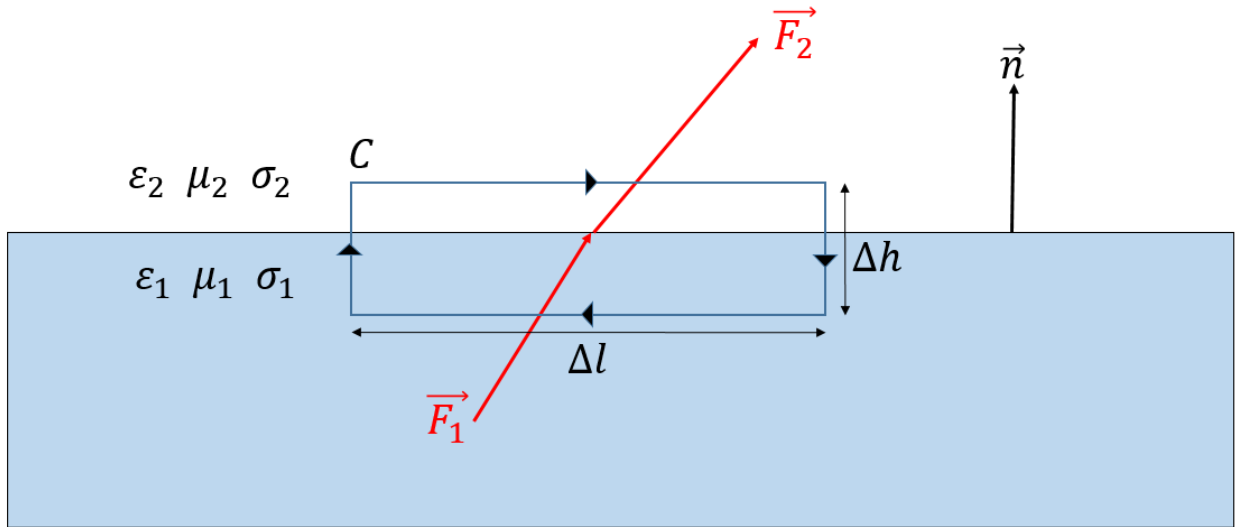


Figura 1.9: Superfície de análise da condição de contorno para componentes tangenciais, elaborado pelo autor (2016).

$$\vec{e}_{t2} \cdot \vec{dl} - \vec{e}_{t1} \cdot \vec{dl} = -\frac{\partial(\vec{b} \cdot \vec{n} da)}{\partial t}, \quad (1.75)$$

$$\vec{e}_{t2} \cdot \vec{dl} - \vec{e}_{t1} \cdot \vec{dl} = \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} \cdot \vec{n} \cdot dh \cdot dl, \quad (1.76)$$

$$\vec{e}_{t1} = \vec{e}_{t2}. \quad (1.77)$$

Por fim, a análise da Equação 1.66 permite concluir que a circulação do campo \vec{h} ao redor do caminho fechado C , simétrico ao plano que divide o meio 1 do meio 2 (com comprimento dl e altura dh tendendo a zero) (Figura 1.9), deve ser igual a variação temporal do fluxo do campo dielétrico adicionado da densidade linear de corrente (κ):

$$\vec{h}_{t2} \cdot \vec{dl} - \vec{h}_{t1} \cdot \vec{dl} = \vec{j} \cdot da + \frac{\partial(\vec{d} \cdot \vec{n} da)}{\partial t}, \quad (1.78)$$

$$\vec{h}_{t2} \cdot \vec{dl} - \vec{h}_{t1} \cdot \vec{dl} = \vec{j} \cdot \vec{n} \cdot dh \cdot dl + \frac{\partial \vec{d}}{\partial t} \cdot \vec{n} \cdot dh \cdot dl, \quad (1.79)$$

$$\vec{h}_{t1} - \vec{h}_{t2} = \vec{k}. \quad (1.80)$$

A Tabela 1.3 apresenta o quadro resumo das condições de contorno:

Campo	Componente	Expressão
Magnético	Normal	$\mu_2 \vec{h}_{n2} = \mu_1 \vec{h}_{n1}$
Magnético	Tangencial	$\vec{h}_{t1} - \vec{h}_{t2} = \vec{k}$
Elétrico	Normal	$(\epsilon_2 \vec{e}_{n2} - \epsilon_1 \vec{e}_{n1}) \cdot \vec{n} = \lambda$
Elétrico	Tangencial	$\vec{e}_{t1} = \vec{e}_{t2}$.

Tabela 1.3: Quadro resumo das condições de contorno.

Considerando que a permeabilidade magnética do mar ($\mu_1 = 0.9999\mu_0$) é aproximadamente igual a do ar (substância classificada como paramagnética com $\mu_2 = 1,0001\mu_0$), e que por ser condutor, a densidade de corrente na superfície irá se dissipar em um curto intervalo de tempo ($\lambda = 0$) e que não há permanência de corrente elétrica na interface ($k = 0$), as equações de contorno para a superfície de um campo eletromagnético na interface ar/água do mar se tornam:

$$\vec{h}_{n2} = \vec{h}_{n1}, \quad (1.81)$$

$$\vec{h}_{t2} = \vec{h}_{t1}, \quad (1.82)$$

$$\vec{e}_{n2} = \vec{e}_{n1}, \quad (1.83)$$

$$\epsilon_2 \vec{e}_{t2} = \epsilon_1 \vec{e}_{t1}, \quad (1.84)$$

indicando que o campo magnético não sofre alteração ao passar na interface ar/água do mar, enquanto a componente tangencial do campo elétrico é influenciada pelo contraste de permissividade dielétrica entre os meios.

2

Campos Produzidos por Corpos Magnetizados

2.1 O Campo Magnético Terrestre

O campo magnético terrestre (CMT) é o campo magnético natural mais importante no estudo da magnetização de corpos. Diferentemente do campo gravitacional, o CMT varia em direção, sentido e intensidade em escalas que vão desde milisegundos até milênios (Blakely, 1996). Em 1838, Carl Friederich Gauss descreveu, através de análise harmônica esférica, que o CMT era totalmente originado no interior do planeta. No entanto, sabe-se hoje que uma contribuição também é devida à fontes externas. O CMT, medido na superfície da Terra, é composto por três principais fontes:

1. O campo magnético principal (CMP), cuja teoria do geodínamo prevê a existência de um fluido condutor em constante movimento no núcleo externo, mantido por convecção térmica, e que pela rotação da Terra, cria campos toroidais (aprisionados no núcleo) e poloidais (verificáveis na superfície);
2. O campo externo (CE), formado por fenômenos eletromagnéticos originados por influência solar (tais como vento de partículas carregadas e radiação ultravioleta), modificando o campo terrestre e ionizando partículas na ionosfera; e
3. O campo crustal, devido à influência de formações geológicas magnetizáveis presentes na crosta/manto superior.

De maneira simplificada, considerando o planeta Terra como um gigantesco dipolo magnético (Figura 2.1) (Fowler, 1990), a expressão do potencial magnético em um ponto P , formando um ângulo θ a uma distância r é dada por:

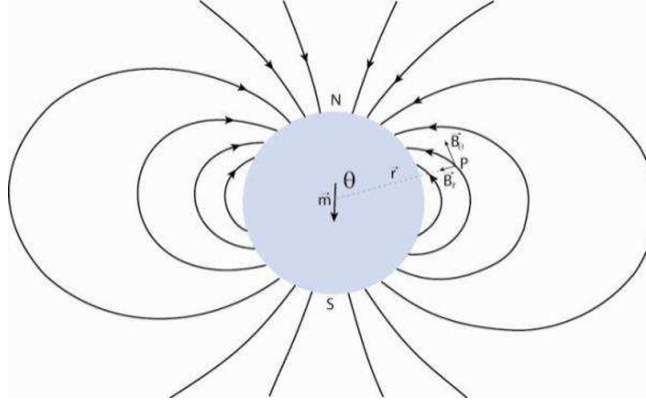


Figura 2.1: Representação da Terra como um gigantesco dipolo magnético Fowler (1990).

$$V = \frac{\vec{m} \cdot \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (2.1)$$

O campo indução magnética (\vec{b}) pode ser determinado pela diferenciação do potencial magnético (V), isto é:

$$\vec{b} = \mu_o \cdot \nabla V, \quad (2.2)$$

resultando em um campo cujo módulo é:

$$b(r, \theta, \phi) = \sqrt{b_r^2 + b_\theta^2 + b_\phi^2} = \frac{\mu_o m}{4\pi r^3} \sqrt{3\cos^2(\theta) + 1}, \quad (2.3)$$

No entanto, de acordo com Blakely (1996), cerca de 90% do CMP é dipolar, enquanto os outros 10% correspondem aos aspectos de quadrupolo/octupolo/multipolo de ordem superior com uma estrutura mais complexa. Neste caso, o estudo do potencial é realizado por análise harmônica esférica, na qual o potencial do CMP interno ao planeta (V_i) pode ser obtido por (Stacey, 2008):

$$V_i = \frac{a}{\mu_o} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) P_n^m(\cos\theta), \quad (2.4)$$

e o CE, externo ao planeta, (V_e),

$$V_e = \frac{a}{\mu_o} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^n \sum_{m=0}^n (g_n^{me} \cos m\phi + h_n^{me} \sin m\phi) P_n^m(\cos\theta), \quad (2.5)$$

em que a é o raio da Terra (cerca de 6371 km), P_n^m é o polinômio associado de Legendre de grau n e ordem m (normalizado com a convenção de Schmidt) dado por:

$$P_n^m(x) = \frac{1}{n! 2^n} (1-x^2)^{m/2} \frac{\partial^{n+m}}{\partial x^{n+m}} (x^2-1)^n, \quad (2.6)$$

Sendo θ a co-latidade, ϕ a longitude, g_n^m/h_n^m e g_n^{me}/h_n^{me} os coeficientes de Gauss (em nT) tabelados pelo IGRF (*International Geomagnetic Reference Field*) atualizados quinquenalmente pela IAGA (*International Association for Geomagnetism and Aeronomy*) através de uma rede mundial de observatórios magnéticos onde as componentes cartesianas B_x , B_y e B_z do CMP são medidas. Como o CE pode ser caracterizado através de médias temporais de pequena amplitude quando comparadas com a amplitude do CMP, sua influência pode ser eliminada dos dados a partir de “médias” corrigidas sobre as observações, ou por comparação com dados recolhidos continuamente em observatórios, de tal forma que a Equação 2.4 é utilizada para descrever o CMT.

2.1.1 Particularidades do CMT

Tempestades Magnéticas

Em observatórios magnéticos, a análise de magnetogramas que registram continuamente os elementos do campo magnético (componentes horizontal, vertical e declinação magnética), permite identificar alterações regulares (contribuições das marés solar e lunar) baseadas em médias periódicas ao longo da maioria dos dias. No entanto, distúrbios atípicos com flutuações irregulares podem ser claramente observados durante certos períodos. A fim de mensurar a intensidade do distúrbio, foi definido o índice “ K ” (cujo escala varia entre 0 e 9, onde valores superiores a 5 indicam tempestade magnética) que, a cada 3 horas, registra o nível do distúrbio de acordo com o horário referência de Greenwich (Hansen, 1967). A fim de ter um parâmetro global, foi definido um novo índice “ K_p ”, baseado na média de 13 observatórios selecionados em regiões de subaurora, que contém, além dos números de 0 - 9, os afixos: “-”, “o” e “+” e totalizando 28 possíveis intervalos de caracterização (Figura 2.2).

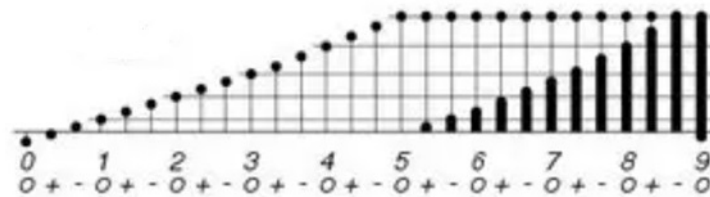


Figura 2.2: Possíveis valores do Índice K_p . url: <https://www.gfz.de/en/section/geomagnetism/data-products-services/geomagnetic-kp-index>, acessado em 23/07/2025.

O estudo das tempestades magnéticas tem ganhado cada vez mais importância sobretudo nos possíveis impactos nos sistemas elétricos de distribuição de energia (risco de distúrbios no sinal devido à correntes induzidas na rede), bem como nos sistemas de comunicação satelitais

e terrestres e navegação. Além disso, pesquisas recentes indicam impacto na saúde humana (dose de radiação recebida por astronautas em estações espaciais e possível relação com ataques cardíacos e alterações no ciclo circadiano). A tempestade magnética mais intensa já registrada ficou conhecida como “*The Carrington Event*”, ocorrida nos primeiros dias de Setembro de 1859. Relatos de faíscas nas redes telegráficas, choques nos operadores de telégrafo e até mesmo observação de auroras em cidades como Roma, Cuba, Flórida e Rio de Janeiro, foram registrados.

A Anomalia Magnética do Atlântico Sul (AMAS)

A análise dos dados do CMT, obtidos por registros históricos de declinação magnética datados por navios, observações diretas feitas em tempo real através dos observatórios magnéticos e satélites específicos (tais como Magsat e Oesterd) e observações indiretas feitas por paleomagnetismo, permitiu identificar uma região no planeta Terra onde o CMT é significativamente mais fraco que nas demais regiões do globo (Figura 2.3).

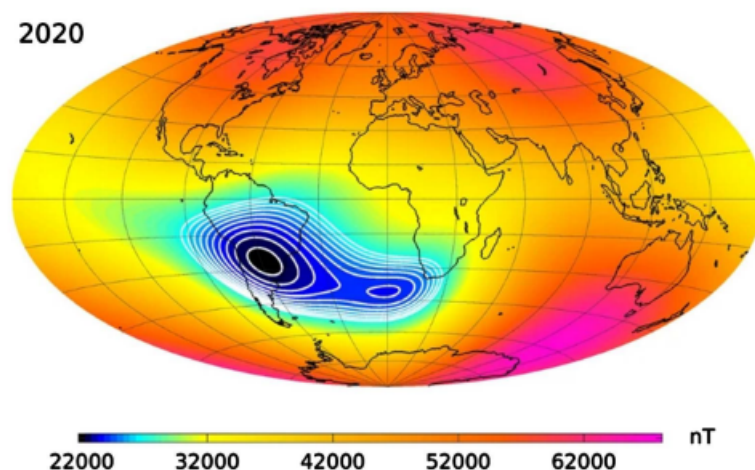


Figura 2.3: Intensidade do campo total do CMT, (Hagen, 2023).

Tal região, conhecida como Anomalia Magnética do Atlântico Sul (AMAS), inclui grande parte do perfil não dipolar da Terra (cerca de 85% do perfil não dipolar), está enfraquecendo, expandindo e se deslocando para Sul e para Oeste do globo (Figura 2.4), cobrindo atualmente a região da América do Sul (principalmente os países Brasil, Argentina, Paraguai e Bolívia). O efeito do enfraquecimento do campo nessa região pode acarretar em sérios problemas relacionados com sistemas de comunicação e navegação (afetando desde estações terrestres, navios, aeronaves e estações espaciais) bem como sistemas de transmissão de energia, uma vez que a incidência de radiação cósmica, sobretudo em condições de tempestades magnéticas intensas, pode ser significativamente intensificada. Diferentes teorias tentam explicar o

fenômeno cuja origem é interna ao planeta, tais como: (1) fluxo reverso entre manto e núcleo externo e (2) heterogeneidades no manto. No entanto, do ponto de vista da magnetização de corpos, a depender da geometria do corpo, é nessa região que um corpo pode se beneficiar com os menores valores de magnetização remanente e induzida.

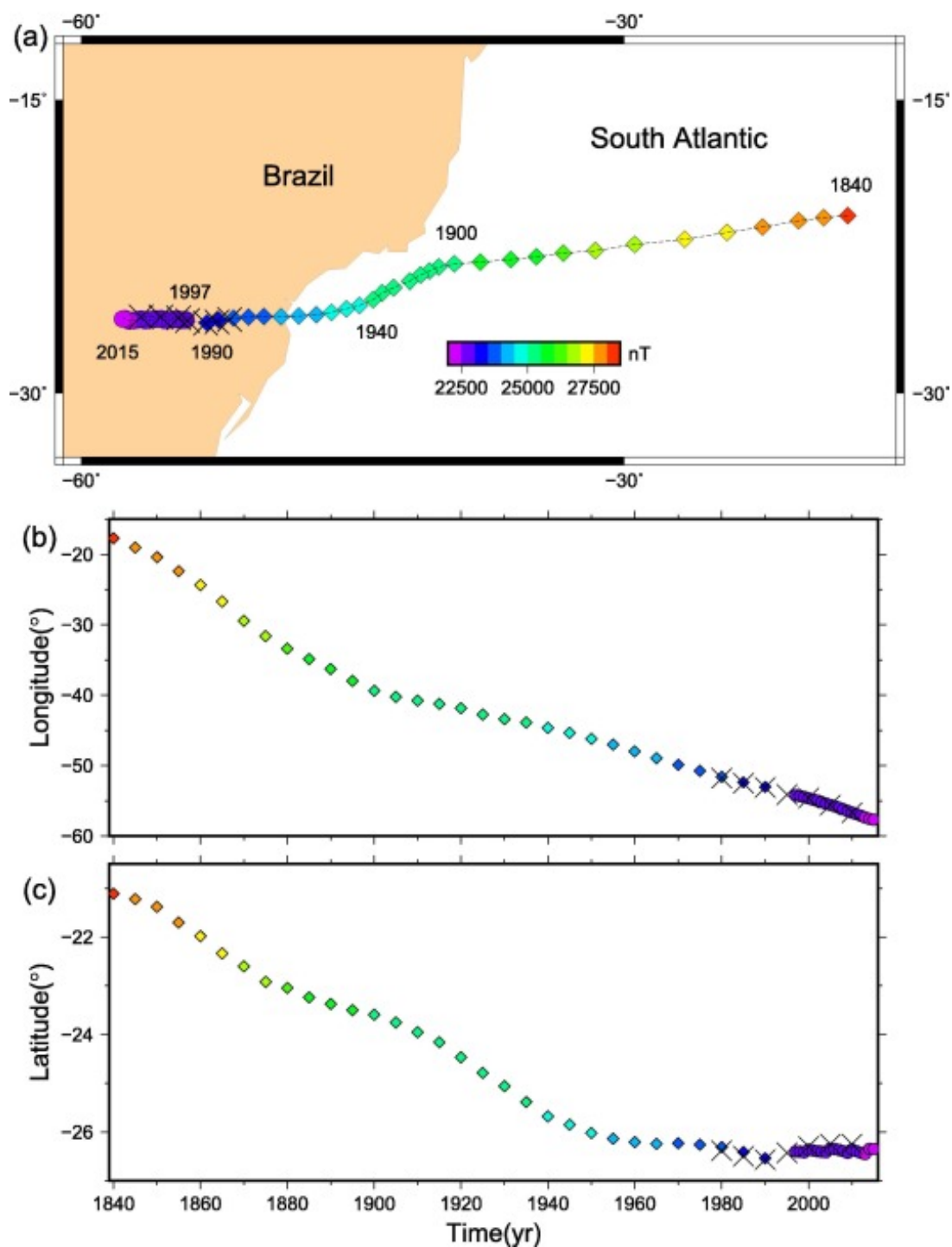


Figura 2.4: Evolução da AMAS, (Terra-Nova et al., 2017).

Varição Secular

A variação lenta do CMT (já conhecida mesmo antes de Gauss) foi consolidada nas últimas décadas por meio dos registros contínuos dos observatórios magnéticos ao redor do globo. A atualização dos coeficientes de Gauss no modelo IGRF a cada quinquênio permite analisar como a intensidade do momento magnético do dipolo terrestre, bem como a localização espacial dos pólos geomagnéticos (pontos onde o campo do dipolo intercepta a Terra) vem se alterando ao longo dos últimos séculos. Através da análise da Figura 2.5, é notório perceber o enfraquecimento geral do momento do dipolo bem como seu deslocamento para Oeste.

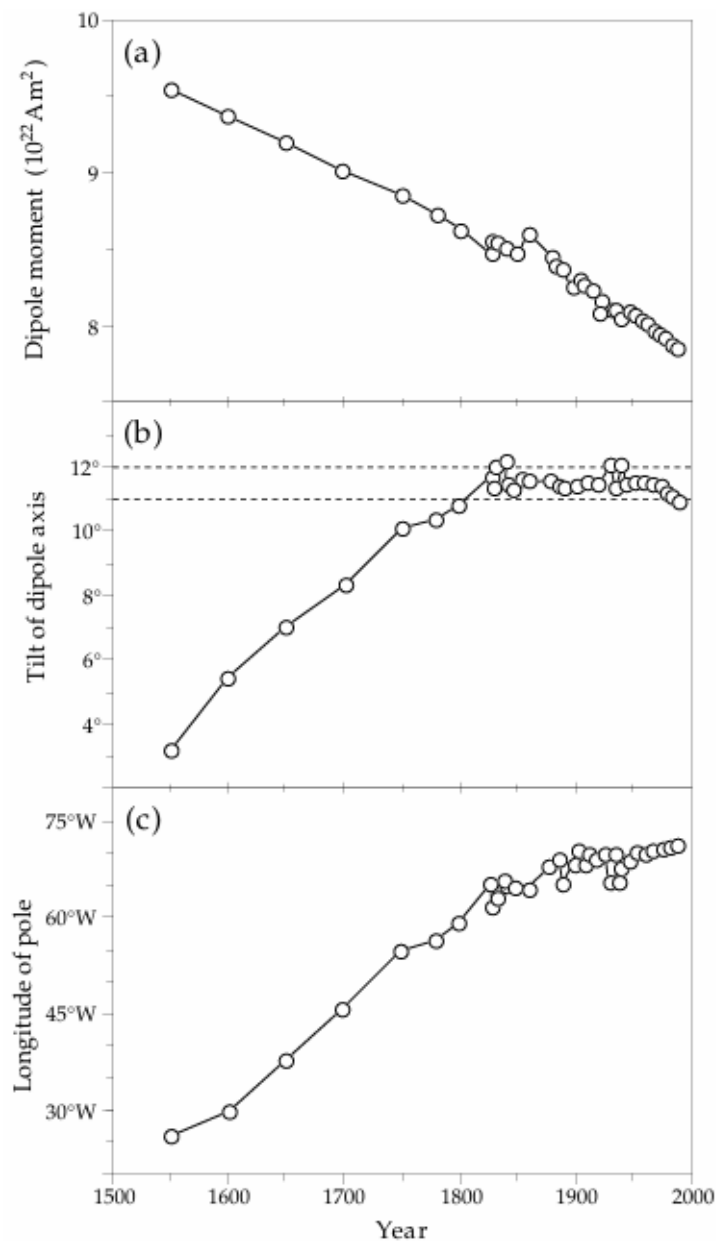


Figura 2.5: Variação secular da componente dipolar do CMT: (a) intensidade (b) inclinação e (c) longitude do pólo, (Lowrie, 2020).

2.2 Magnetização de Corpos

De acordo com Blakely (1996), a magnetização macroscópica \vec{M} de um corpo é definida como a soma vetorial da contribuição dos “ i ” momentos de dipolos magnéticos (\vec{m}_i) dividido pelo volume V do corpo (Figura 2.6):

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{m}_i, \quad (2.7)$$

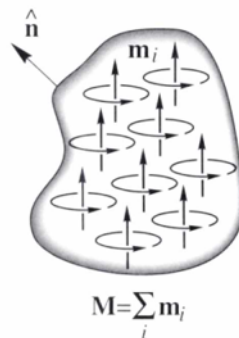


Figura 2.6: Ilustração da magnetização de um corpo (Blakely, 1996).

Na qual o momento magnético pode ser criado pelo movimento orbital ou pelo *spin*¹ dos elétrons que constituem o material (Figura 2.7).

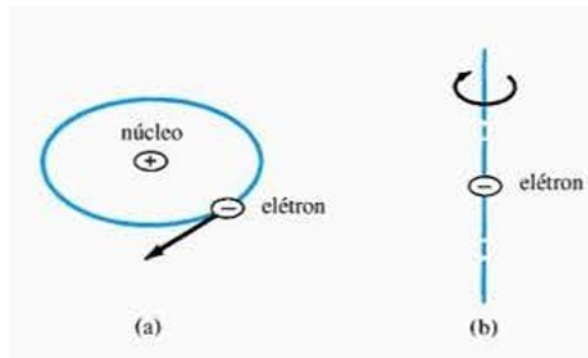


Figura 2.7: Momentos magnéticos elementares devido: (a) ao movimento orbital (b) a rotação em torno do próprio eixo *spin* (Sadiku e Nelatury, 2001).

O momento magnético é uma grandeza quantizada cujo valor mínimo é conhecido como magnéton de Bohr, detalhado a seguir.

¹Além dos elétrons, prótons e surpreendentemente nêutrons possuem momento magnético de *spin*.

2.2.1 O Magnéton de Bohr (m_B)

O magnéton de Bohr é uma constante física que representa o quanta de momento magnético de um imã elementar, isto é, o menor valor que é possível ser gerado por um elétron de carga e e massa m_e , seja por orbitação deste ao redor de um próton a uma distância r , ou pela rotação (*spin*) em torno de seu próprio eixo (momento angular intrínseco). A expressão do módulo de m_B devido ao movimento orbital pode ser obtida através da definição clássica de momento magnético:

$$m_B = iA, \quad (2.8)$$

$$m_B = \frac{e}{T} \cdot \pi r^2, \quad (2.9)$$

$$m_B = \frac{e}{2\pi r} v \cdot \pi r^2, \quad (2.10)$$

Multiplicando por m_e , e considerando a definição de momento angular $L = mrv$:

$$m_B = \frac{e}{2m_e} v \cdot m_e \cdot r, \quad (2.11)$$

$$m_B = \frac{e}{2m_e} L, \quad (2.12)$$

Que de acordo com Feynman e Sandes (2008), surpreendentemente é válida do ponto de vista da mecânica clássica e quântica. Ao se considerar as definições de momento angular quântico ($L = \frac{h}{2\pi}$), obtém-se:

$$m_B = \frac{eh}{4\pi m_e}, \quad (2.13)$$

em que h é a constante de Planck, T o período de orbitação e v a velocidade do elétron, resultando em $m_B = 9,274 \cdot 10^{-24} Am^2$. O valor do momento magnético devido ao *spin* (m_s) é cerca de 1 milésimo mais intenso que o momento magnético orbital, sendo dado por:

$$m_S = m_B \cdot g \cdot M_s, \quad (2.14)$$

em que “ g ” é a constante com valor 2.0023 e M_s podendo assumir os valores de $\pm 1/2$. Segundo Feynman e Sandes (2008), há duas razões para a maioria das substâncias não apresentarem magnetização: (1) elétrons emparelhados num mesmo orbital com *spins* opostos e (2) distribuição aleatória dos momentos orbitais. Quando essas condições não são satisfeitas ou alteradas por um campo externo, os materiais irão apresentar algum tipo de magnetização, conforme detalhado nas próximas seções.

2.2.2 Diamagnetismo

O diamagnetismo é um efeito que pode ocorrer em todas as substâncias, sendo predominante em átomos com número par de elétrons (neste caso, os momentos magnéticos devido aos *spins* se cancelam). De acordo com Halliday e Krane (1996), os elétrons que orbitam o núcleo com uma frequência angular ω_0 , ao serem submetidos a um campo de indução magnético externo b , sofrem a influência de uma força magnética que altera a frequência de rotação em:

$$\Delta\omega \approx \pm \frac{eb}{2m_e}, \quad (2.15)$$

aumentando a velocidade angular dos elétrons que giram em determinado sentido e diminuindo os que percorrem o sentido oposto. Este fato impacta diretamente os momentos magnéticos produzidos gerando um momento magnético residual, por elétron, dado por:

$$\Delta m = -\frac{e^2 r^2}{4m_e} \cdot b, \quad (2.16)$$

que pela lei de Faraday, gera um campo de indução magnética contrário ao campo indutor, resultando em uma magnetização residual negativa. A propriedade susceptibilidade magnética (χ_m), para meios isotrópicos, é linear e dada por:

$$\chi_m = \frac{\vec{M}}{\vec{H}}, \quad (2.17)$$

sendo sempre negativa e usualmente na faixa entre 10^{-5} e 10^{-6} na maioria dos materiais, não variando com a temperatura (Figura 2.8).

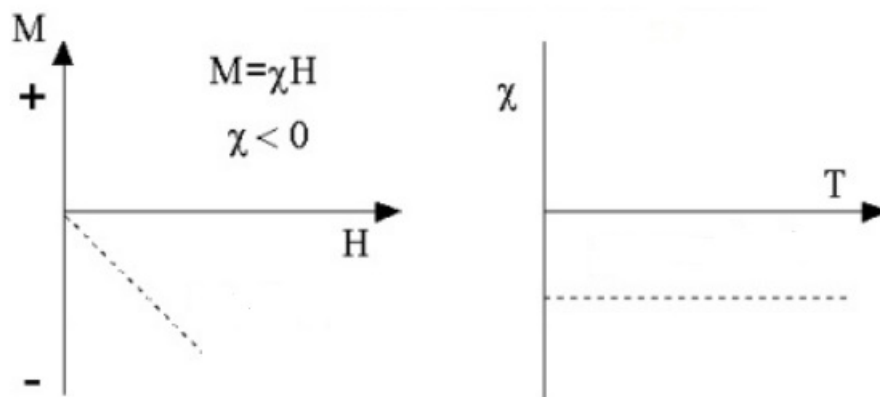


Figura 2.8: Variação da susceptibilidade no diamagnetismo, elaborado pelo autor (2026).

Cessando o campo indutor, a magnetização residual se anula. Exemplos de materiais diamagnéticos são água, matéria orgânica, ouro e alumínio.

2.2.3 Paramagnetismo

O paramagnetismo ocorre devido ao desbalanceamento oriundo de um número ímpar de elétrons no átomo, que em condições normais, não apresenta magnetização resultante devido à orientação randômica. No entanto, quando um campo magnético externo exerce influência, ocorre um alinhamento nos *spins* dos elétrons ímpares no mesmo sentido do campo indutor, resultando numa magnetização residual positiva. No paramagnetismo, a magnetização é proporcional ao campo indutor (b) e decai com a temperatura (T) pela Lei de Curie, onde C é uma constante ²:

$$M = C \frac{b}{T}, \quad (2.18)$$

uma vez que quanto maior a temperatura, maior a agitação atômica e mais difícil é manter o alinhamento do *spin* com o campo indutor. A lei de Curie concorda com dados experimentais desde que a razão b/T não seja grande. Assim como no diamagnetismo, a propriedade susceptibilidade (χ_m), para meios isotrópicos, é linear e dada por:

$$\chi_m = \frac{\vec{M}}{\vec{H}}, \quad (2.19)$$

sendo sempre positiva e usualmente na faixa entre 10^{-3} e 10^{-5} na maioria dos materiais.

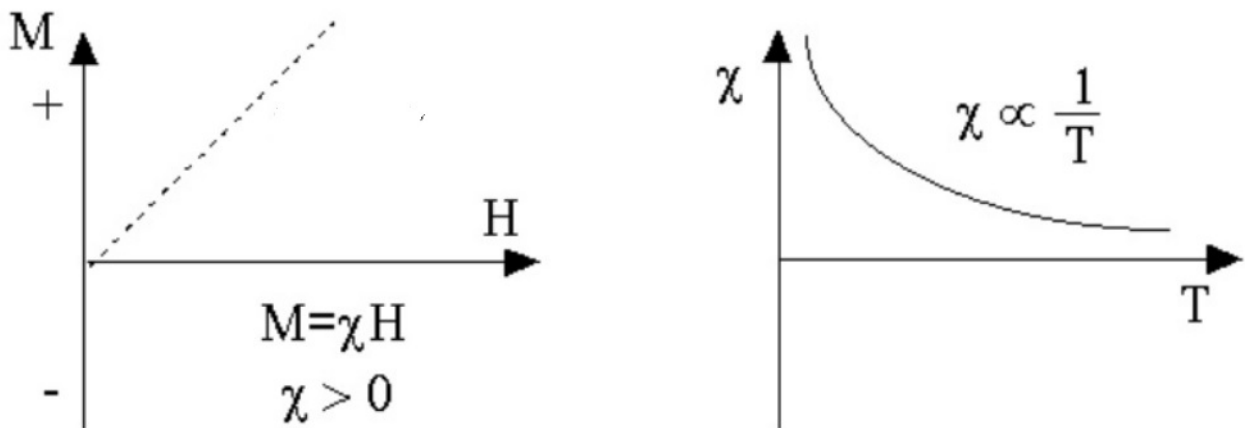


Figura 2.9: Variação da susceptibilidade no paramagnetismo, elaborado pelo autor (2026).

Exemplos de materiais paramagnéticos são oxigênio e cálcio.

²Expressão linear válida para valores pequenos da razão $\frac{b}{T}$, uma vez que há saturação da magnetização para valores altos de campo magnético.

2.2.4 Ferromagnetismo

Quando a estrutura atômica possui vários elétrons não emparelhados (como ocorre nos átomos dos elementos Fe, Co, Ni, Gd e Dy e ligas destes com outros elementos) ocorre uma espécie de cooperação conhecida como acoplamento de troca³ que gera um alto grau de alinhamento entre *spins* e um domínio magnético é criado gerando um rígido paralelismo, fato que resulta no fenômeno de ferromagnetismo e suas variantes (Halliday e Krane, 1996). Acima de um valor crítico de temperatura (valor limiar conhecido como temperatura de Curie, variável de acordo com cada elemento), este fenômeno desaparece subitamente e a substância torna-se paramagnética. No ferromagnetismo, a relação entre os vetores \vec{M} (ou \vec{B} , onde $\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H}$) e \vec{H} deixa de ser linear, e a susceptibilidade (χ_m) é definida como:

$$\chi_m = \frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{H}}, \quad (2.20)$$

sendo melhor compreendida pela curva de histerese do material (vide curva genérica Figura 2.10). Na qual ficam evidentes valores de saturação ($B = \pm B_1$) para determinados valores

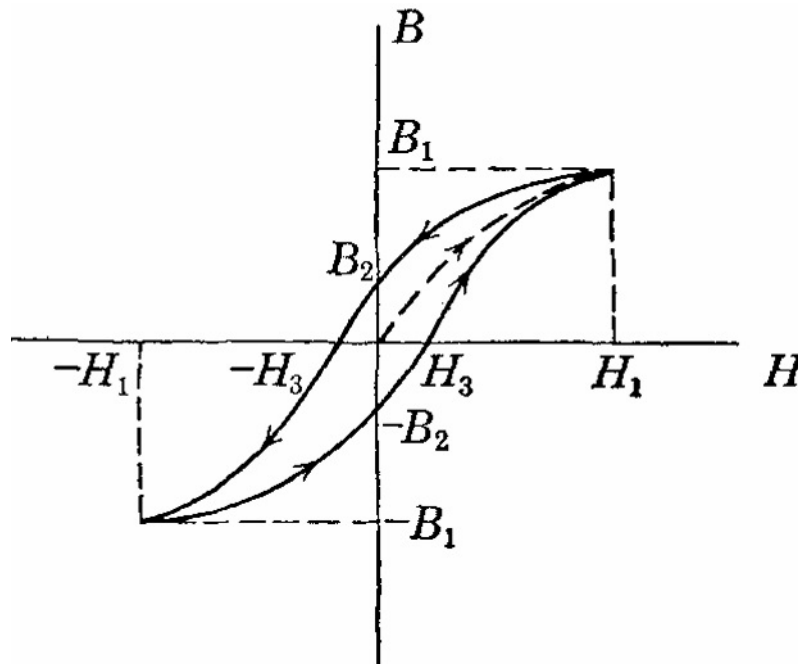


Figura 2.10: Curva de histerese (atraso em grego) de um material ferromagnético (Stratton, 1941).

limiares de campo indutor ($H = \pm H_1$), e valores remanescentes de magnetização ($B = \pm B_2$) quando o campo indutor se anula $H = 0$. Além disso, percebem-se os valores de campo coercitivo ($H = \pm H_3$) que são necessários para anular a magnetização ($B = 0$).

³Fenômeno não explicado pela Física clássica.

Particularidade do ferromagnetismo

Conforme observado na Figura 2.10, após um ciclo inicial de magnetização, materiais ferromagnéticos possuem a propriedade de reter uma magnetização mesmo quando o campo indutor for nulo (Blakely, 1996). Tal magnetização residual é conhecida como remanente (ou permanente) “ M_r ” e seu valor depende de questões atômicas, histórico térmico e geológico (para rochas). Desta forma, a magnetização associada ao campo indutor definida pela susceptibilidade do meio é definida como magnetização induzida ($M_i = \chi_m H$) e a magnetização total do corpo é dada por:

$$\vec{M} = \vec{M}_r + \vec{M}_i, \quad (2.21)$$

Na qual a importância relativa da magnetização permanente sobre a induzida é quantificada pela razão de Koenigsberger “ Q ”:

$$Q = \frac{|\vec{M}_r|}{|\vec{M}_i|}, \quad (2.22)$$

$$Q = \frac{M_r}{\chi_m H}. \quad (2.23)$$

Processos de desmagnetização

Conforme mencionado nas seções anteriores, substâncias ferromagnéticas se tornam paramagnéticas após atingirem a temperatura de Currie, ou seja, após um efeito térmico. No entanto, durante o resfriamento para a temperatura ambiente, o corpo ficará sobre o efeito do CMT local onde uma nova orientação magnética, seguindo o CMT, será definida, reduzindo a possibilidade de zerar o magnetismo remanente. De acordo com Holmes (2022), uma outra técnica conhecida como *deperming* (Figura 2.11) pode ser aplicada visando desmagnetizar o material. A técnica consiste em submeter o corpo à campos magnéticos cíclicos com diferentes intensidades. Para isto, o corpo é enrolado por meio de bobinas elétricas, onde o campo indutor é ajustado agindo diretamente no ciclo de histerese do material. Conforme observado na Figura 2.11, o processo se inicia zerando o campo indutor (onde será possível perceber o nível de magnetização residual (permanente - ponto 1 da curva). Após a aplicação de campos com sentidos contrários (pontos 2, 3 e 4), atingem os níveis de saturação. A técnica consiste então em ir diminuindo a intensidade e repetir os ciclos (pontos 5, 6 e 7), até minimizar a magnetização do material ao máximo (ponto 8).

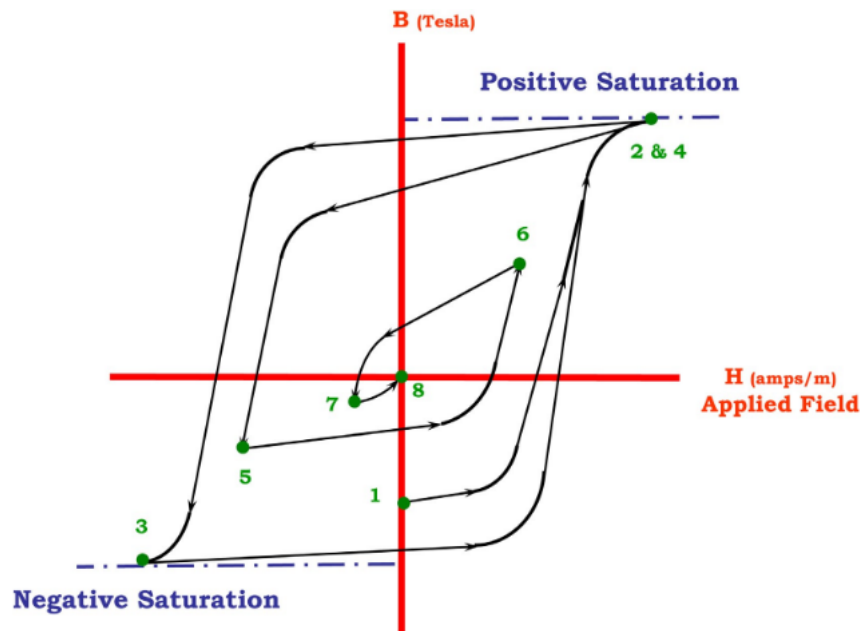


Figura 2.11: Redução do magnetismo permanente através do procedimento *deperming* (Holmes, 2022).

2.2.5 Antiferromagnetismo

Nas substâncias antiferromagnéticas (tal como o MnO_2), o acoplamento de troca fixa os íons vizinhos em um rigoroso antiparalelismo, resultando numa fraca magnetização resultante a nível macroscópico. Nestes materiais, após o aquecimento a uma temperatura limiar (conhecida como temperatura de Néel), o comportamento do paramagnetismo se torna dominante.

2.2.6 Ferrimagnetismo

No ferrimagnetismo existem duas espécies diferentes de íons magnéticos e o acoplamento de troca fixa os íons numa disposição cuja magnetização macroscópica fica intermediária entre o ferromagnetismo e o antiferromagnetismo (alinhamento antiparalelo mas com intensidades diferentes).

A Figura 2.12 ilustra os momentos magnéticos dos fenômenos mencionados e a Figura 2.13 apresenta a tabela periódica vista em termos da classificação dos elementos do ponto de vista magnético. Pode-se notar que a maioria dos elementos químicos são paramagnéticos, seguido de diamagnéticos. Poucos elementos químicos em temperatura ambiente são ferromagnéticos (apenas Fe, Co e Níquel) enquanto outros elementos apresentam carácter ferromagnético/antiferromagnético apenas em temperaturas baixas.

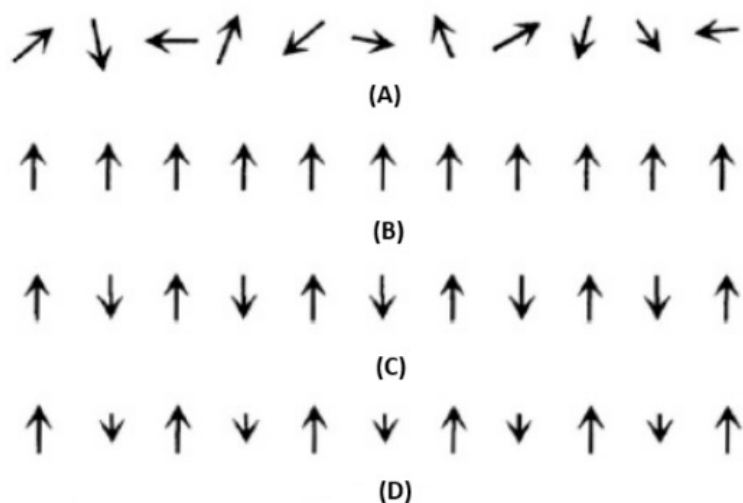


Figura 2.12: Ilustração dos momentos magnéticos: (A) Paramagnetismo (B) Ferromagnetismo (C) Antiferromagnetismo (D) Ferrimagnetismo, elaborado pelo autor (2026).

Magnetic Periodic Table

Atomic Number →

Typical ionic charge

Antiferromagnetic T_N (K)

66 Dy

162.5

3 + 4f

178, 85

← Atomic symbol

← Atomic weight

← Ferromagnetic T_C (K)

¹ H 1.00																	² He 4.00						
³ Li 6.94 1 + 2s ¹	⁴ Be 9.01 2 + 2s ²																	⁵ B 10.81	⁶ C 12.01	⁷ N 14.01	⁸ O 16.00 3s	⁹ F 19.00	¹⁰ Ne 20.18
¹¹ Na 22.99 1 + 3s ¹	¹² Mg 24.21 2 + 3s ²																	¹³ Al 26.98 3 + 2p ¹	¹⁴ Si 28.09	¹⁵ P 30.97	¹⁶ S 32.07	¹⁷ Cl 35.45	¹⁸ Ar 39.95
¹⁹ K 38.21 1 + 4s ¹	²⁰ Ca 40.08 2 + 4s ²	²¹ Sc 44.96 3 + 3d ¹	²² Ti 47.88 4 + 3d ²	²³ V 50.94 3 + 3d ²	²⁴ Cr 52.00 3 + 3d ⁵	²⁵ Mn 55.85 2 + 3d ⁵	²⁶ Fe 55.85 3 + 3d ⁶	²⁷ Co 58.93 2 + 3d ⁷	²⁸ Ni 58.69 2 + 3d ⁸	²⁹ Cu 63.55 2 + 3d ⁹	³⁰ Zn 65.39 2 + 3d ¹⁰	³¹ Ga 69.72 3 + 3d ¹⁰	³² Ge 72.61	³³ As 74.92	³⁴ Se 78.96	³⁵ Br 79.90	³⁶ Kr 83.80						
³⁷ Rb 85.47 1 + 5s ¹	³⁸ Sr 87.62 2 + 5s ²	³⁹ Y 88.91 2 + 4d ¹	⁴⁰ Zr 91.22 4 + 4d ²	⁴¹ Nb 92.91 5 + 4d ⁴	⁴² Mo 95.94 5 + 4d ⁵	⁴³ Tc 97.9	⁴⁴ Ru 101.1 3 + 4d ⁶	⁴⁵ Rh 102.4 3 + 4d ⁷	⁴⁶ Pd 106.4 2 + 4d ⁸	⁴⁷ Ag 107.9 1 + 4d ¹⁰	⁴⁸ Cd 112.4 2 + 4d ¹⁰	⁴⁹ In 114.8 3 + 4d ¹⁰	⁵⁰ Sn 118.7 4 + 4d ¹⁰	⁵¹ Sb 121.8	⁵² Te 127.6	⁵³ I 126.9	⁵⁴ Xe 83.80						
⁵⁵ Cs 132.9 1 + 6s ¹	⁵⁶ Ba 137.3 2 + 6s ²	⁵⁷ La 138.9 3 + 4f ¹	⁷² Hf 178.5 4 + 5d ²	⁷³ Ta 180.9 5 + 5d ³	⁷⁴ W 183.8 6 + 5d ⁴	⁷⁵ Re 186.2 4 + 5d ⁵	⁷⁶ Os 190.2 3 + 5d ⁶	⁷⁷ Ir 192.2 4 + 5d ⁷	⁷⁸ Pt 195.1 2 + 5d ⁸	⁷⁹ Au 197.0 1 + 5d ¹⁰	⁸⁰ Hg 200.6 2 + 5d ¹⁰	⁸¹ Tl 204.4 3 + 5d ¹⁰	⁸² Pb 207.2 4 + 5d ¹⁰	⁸³ Bi 209.0	⁸⁴ Po 209	⁸⁵ At 210	⁸⁶ Rn 222						
⁸⁷ Fr 223	⁸⁸ Ra 226.0 2 + 7s ²	⁸⁹ Ac 227.0 3 + 5f ¹																					
			⁵⁸ Ce 140.1 4 + 4f ¹	⁵⁹ Pr 140.9 3 + 4f ¹	⁶⁰ Nd 144.2 3 + 4f ¹	⁶¹ Pm 145	⁶² Sm 150.4 3 + 4f ¹	⁶³ Eu 152.0 2 + 4f ¹	⁶⁴ Gd 157.3 3 + 4f ¹	⁶⁵ Tb 158.9 3 + 4f ¹	⁶⁶ Dy 162.5 3 + 4f ¹	⁶⁷ Ho 164.9 3 + 4f ¹	⁶⁸ Er 167.3 3 + 4f ¹	⁶⁹ Tm 168.9 3 + 4f ¹	⁷⁰ Yb 173.0 3 + 4f ¹	⁷¹ Lu 175.0 3 + 4f ¹							
			⁹⁰ Th 232.0 4 + 5f ¹	⁹¹ Pa 231.0 5 + 5f ¹	⁹² U 238.0 4 + 5f ¹	⁹³ Np 238.0 5 + 5f ¹	⁹⁴ Pu 244	⁹⁵ Am 243	⁹⁶ Cm 247	⁹⁷ Bk 247	⁹⁸ Cf 251	⁹⁹ Es 252	¹⁰⁰ Fm 267	¹⁰¹ Md 268	¹⁰² No 269	¹⁰³ Lr 260							

	Nonmetal		Diamagnet		Ferromagnet $T_C > 290K$
	Metal		Paramagnet		Antiferromagnet with $T_N > 290K$
X	Radioactive	X	Magnetic atom		Antiferromagnet/Ferromagnet with $T_N/T_C < 290 K$

Figura 2.13: Tabela Periódica Magnética (T_C = Temperatura de Curie, T_N = Temperatura de Néel) (Coe, 2010).

2.3 Campo Magnético Gerado por um Corpo Magnetizado

Conforme mencionado na seção 2.1, quando não há correntes elétricas externas, o campo vetorial indução magnética “ \vec{b} ” fora de um material magnético pode ser obtido através do potencial magnético escalar V :

$$\vec{b} = \mu_o \cdot \nabla V, \quad (2.24)$$

em que V , o potencial gerado por um corpo com momento magnético \vec{m} a uma distância \vec{r} de seu centro, é dado por:

$$V = \frac{\vec{m} \cdot \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (2.25)$$

que, em sua forma infinitesimal:

$$dV = \frac{d\vec{m} \cdot \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (2.26)$$

como a magnetização \vec{M} é o momento de dipolo \vec{m} por unidade de volume:

$$dV = \frac{\vec{M} \cdot \vec{r} dv}{4\pi r^3}, \quad (2.27)$$

o potencial V fica:

$$V = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{M} \cdot \vec{r} dv}{r^3}, \quad (2.28)$$

na qual o campo densidade de fluxo magnético pode ser obtido mais facilmente aplicando a Equação 2.24, a partir do cálculo de V dado a distribuição volumétrica da magnetização do corpo em questão.

$$\vec{b} = \frac{\mu_o}{4\pi} \nabla \int \frac{\vec{M} \cdot \vec{r} dv}{r^3}, \quad (2.29)$$

O elemento diferencial de volume “ dv ” pode ser representado por uma espessura fixa “ e ” vezes um elemento de área “ dS ” ou pelo produto de uma área “ S ” fixa por um elemento de comprimento “ dl ” (a depender da geometria do problema).

2.3.1 O Campo Magnético Gerado por um Dipolo Magnético

Coordenadas Esféricas

Conforme desenvolvimento apresentado para o CMT no início do capítulo, as equações do campo indução magnética para um dipolo de momento magnético \vec{m} em um ponto distante “ r ” de seu centro (Figura 2.14), podem ser obtidas diretamente através do gradiente do potencial magnético:

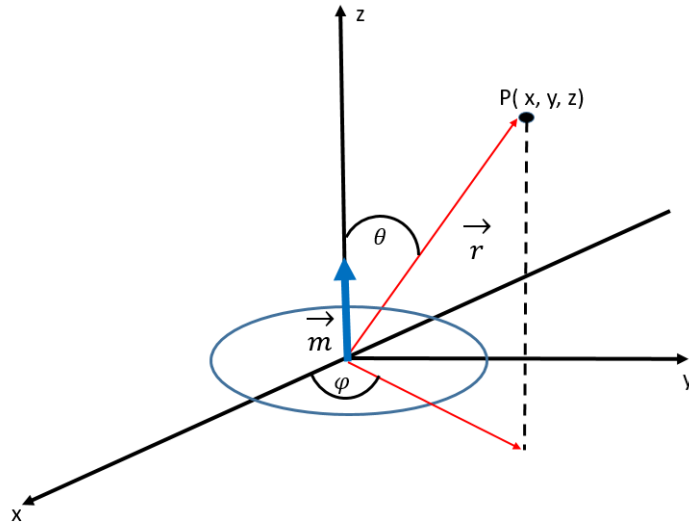


Figura 2.14: Potencial magnético produzido por um dipolo magnético, elaborado pelo autor (2026).

$$V = \frac{\vec{m} \cdot \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (2.30)$$

$$V = \frac{m \cdot \cos(\theta)}{4\pi r^2}, \quad (2.31)$$

$$\vec{b} = \mu \cdot \nabla V, \quad (2.32)$$

$$\vec{b} = \mu \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial r} \cdot \vec{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot \vec{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \cdot \vec{a}_\phi \right), \quad (2.33)$$

$$\vec{b} = \frac{\mu m}{4\pi r^3} \cdot (2\cos(\theta) \cdot \vec{a}_r + \sin(\theta) \cdot \vec{a}_\theta), \quad (2.34)$$

Cujo módulo é:

$$b(r, \theta, \phi) = \frac{\mu m}{4\pi r^3} \sqrt{3\cos^2(\theta) + 1}, \quad (2.35)$$

A análise da Equação 2.35 permite concluir que o campo indução magnética gerado por um dipolo decai com o cubo da distância, varia com a co-latitudes e é invariante com a longitude.

Coordenadas Retangulares

Aplicando as operações algébricas necessárias para transformar as equações obtidas em coordenadas esféricas para cartesianas Sadiku e Nelatury (2001):

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (2.36)$$

$$\vec{a}_r = \text{sen}(\theta)\cos(\phi)\vec{i} + \text{sen}(\theta)\text{sen}(\phi)\vec{j} + \cos(\theta)\vec{k}, \quad (2.37)$$

$$\vec{a}_\theta = \cos(\theta)\cos(\phi)\vec{i} + \cos(\theta)\text{sen}(\phi)\vec{j} - \text{sen}(\theta)\vec{k}, \quad (2.38)$$

$$\cos(\theta) = \frac{z}{r}, \quad (2.39)$$

$$\text{sen}(\theta) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r}, \quad (2.40)$$

$$\text{sen}(\phi) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (2.41)$$

$$\cos(\phi) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (2.42)$$

a expressão do campo produzido por um dipolo com momento magnético ($m_z\vec{k}$), torna-se:

$$\vec{b} = \frac{\mu m_z}{4\pi r^3} \cdot (2\cos(\theta) \cdot \vec{a}_r + \text{sen}(\theta) \cdot \vec{a}_\theta), \quad (2.43)$$

$$\vec{b} = \frac{\mu m_z}{4\pi r^3} \cdot (3\cos(\theta)\text{sen}(\theta)\cos(\phi)\vec{i} + 3\cos(\theta)\text{sen}(\theta)\text{sen}(\phi)\vec{j} + (2\cos^2(\theta) - 1)\vec{k}), \quad (2.44)$$

$$\vec{b} = \frac{\mu m_z}{4\pi r^3} \cdot \left(\frac{3xz}{r^2}\vec{i} + \frac{3yz}{r^2}\vec{j} + \left(\frac{3z^2}{r^2} - 1 \right)\vec{k} \right), \quad (2.45)$$

$$\vec{b} = \frac{\mu m_z}{4\pi \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^5}} \cdot (3xz\vec{i} + 3yz\vec{j} + (2z^2 - x^2 - y^2)\vec{k}), \quad (2.46)$$

que, por analogia, para um momento magnético orientado no eixo “y” ($m_y\vec{j}$):

$$\vec{b} = \frac{\mu m_y}{4\pi \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^5}} \cdot (3xy\vec{i} + (2y^2 - x^2 - z^2)\vec{j} + 3yz\vec{k}), \quad (2.47)$$

e “x” ($m_x\vec{i}$):

$$\vec{b} = \frac{\mu m_x}{4\pi \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^5}} \cdot ((2x^2 - y^2 - z^2)\vec{i} + 3xy\vec{j} + 3xz\vec{k}), \quad (2.48)$$

resulta na forma matricial $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$ para um corpo com momentos nos três eixos: ($\vec{m} = m_x\vec{i} + m_y\vec{j} + m_z\vec{k}$):

$$\begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \frac{\mu}{4\pi \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^5}} \begin{bmatrix} 2x^2 - y^2 - z^2 & 3xy & 3xz \\ 3xy & 2y^2 - x^2 - z^2 & 3yz \\ 3xz & 3yz & 2z^2 - x^2 - y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

A importância e simplicidade do campo magnético de um dipolo

Uma outra importante observação associada à simplicidade do dipolo magnético é o conceito de escala. De acordo com Blakely (1996), desde que a distância de interesse em se estudar o campo seja suficiente maior que as dimensões do corpo magnetizado, todos os corpos podem ser assemelhados a um dipolo magnético (desde micro escalas como no caso do magnéton de Bohr para um físico, uma caracterização aeromagnética de um plutão para um geofísico e macro escalas como no caso de planetas ou estrelas para um astrofísico). Além disso, um aspecto de grande interesse na análise das anomalias de um dipolo magnético, é a identificação da profundidade do dipolo a partir dos perfis das componentes verticais e horizontais, onde as relações entre picos (facilmente perceptível via análise gráfica ou instrumental) e cruzamentos por zero são valores associados à profundidade, conforme observado na Figura 2.15.

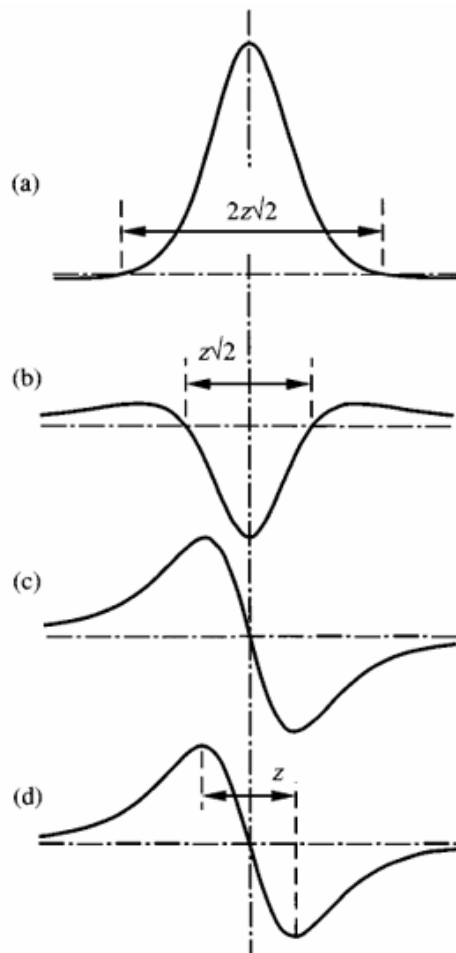


Figura 2.15: Relações geométricas entre máximos e mínimos de um dipolo (a) Componente vertical de um dipolo vertical (b) Componente horizontal de um dipolo horizontal (c) Componente horizontal de um dipolo vertical e (d) Componente vertical de um dipolo horizontal (Blakely, 1996).

2.3.2 Geometrias Complexas

Considerando corpos magnetizados com geometrias básicas, a análise do campo magnético criado por um fio finito é apresentada no Anexo A e o cálculo do magnetismo induzido para algumas geometrias básicas é apresentado no Anexo B. Embora alguns desenvolvimentos analíticos tenham sido apresentados para definir o cálculo do campo de corpos magnetizados com geometrias simples, na prática, a maioria dos problemas envolvem corpos com geometrias mais complexas. Além da magnetização como sendo a soma dos momentos de dipolo de um corpo pelo volume, Blakely (1996) apresenta outras três maneiras de representar o campo gerado por um corpo magnetizado: I - densidade superficial ($I_s = \vec{M} \cdot \vec{n}$) e volumétrica ($I_v = \nabla \times \vec{M}$) de corrente, II - representação por cargas magnéticas e III - relação de Poisson (analogia gravimétrica) (Figura 2.16).

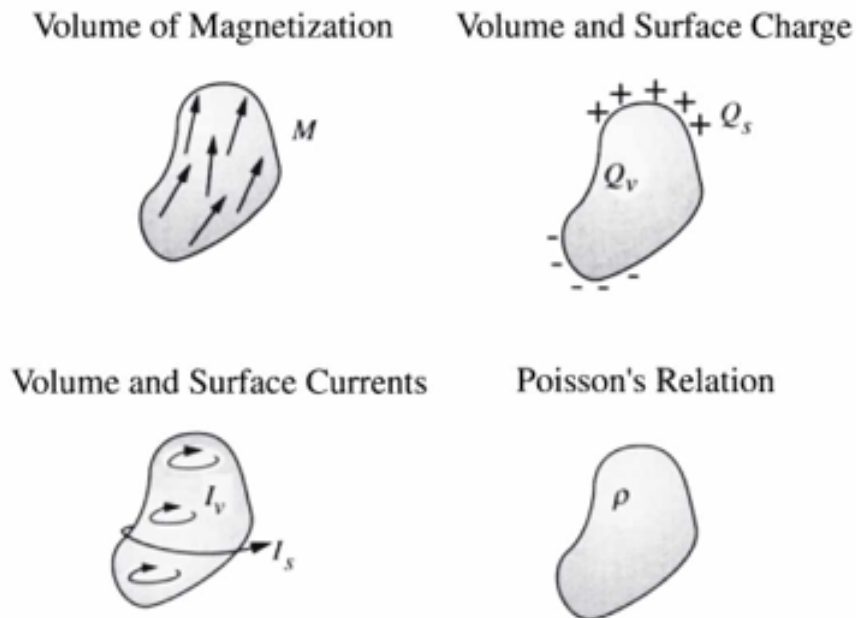


Figura 2.16: Maneiras de estudar a magnetização de corpos (Blakely, 1996).

Com tais métodos alternativos, alguns problemas podem ter uma modelagem matemática simplificada e, em virtude disso, algoritmos computacionais mais eficientes podem ser aplicados na resolução de problemas, onde técnicas tridimensionais representando um corpo por: soma de dipolos infinitesimais, prismas retangulares, polígonos e poliedros (Amarante, 2021), têm sido desenvolvidas e empregadas através de soluções numéricas de elementos finitos/contornos finitos.

3

Efeitos da Mobilidade de Dipolos Magnéticos em Ambiente Condutor

3.1 O Vetor Potencial de Hertz

De acordo com Stratton (1941), é comum resolver um problema de eletromagnetismo a partir de funções potenciais, nas quais os campos eletromagnéticos podem ser obtidos através de processos de diferenciação. Neste contexto, definem-se a partir das equações de Maxwell, os campos potenciais vetoriais \vec{a} e \vec{a}^* , e escalares ϕ e ϕ^* , que, por meio da condição de Lorentz e algebrismo associado, podem ser obtidos por meio dos potenciais vetores de Hertz $\vec{\pi}$ e $\vec{\pi}^*$:

$$\vec{b} = \nabla \times \vec{a}, \quad (3.1)$$

$$\vec{d} = -\nabla \times \vec{a}^*, \quad (3.2)$$

$$\vec{a} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{\pi}}{\partial t} + \mu\sigma \vec{\pi}, \quad (3.3)$$

$$\vec{a}^* = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t}, \quad (3.4)$$

$$\phi = -\nabla \cdot \vec{\pi}, \quad (3.5)$$

$$\phi^* = -\nabla \cdot \vec{\pi}^*. \quad (3.6)$$

O vetor potencial de Hertz $\vec{\pi}$ pode ser obtido através da equação:

$$\nabla^2 \vec{\pi} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{\pi}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\pi}}{\partial t} = -\frac{\vec{P}}{\epsilon}, \quad (3.7)$$

e o vetor potencial de Hertz magnético $\vec{\pi}^*$:

$$\nabla^2 \vec{\pi}^* - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{\pi}^*}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t} = -\vec{M}, \quad (3.8)$$

onde \vec{P} representa a polarização elétrica e \vec{M} a magnetização inserida por uma fonte externa no meio com propriedades eletromagnéticas μ , ϵ e σ .

Uma vez obtidos os potenciais vetores de Hertz, os campos elétrico e magnético podem ser calculados através das relações:

$$\vec{e} = \nabla \nabla \cdot \vec{\pi} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\pi}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{\pi}}{\partial t} - \mu \nabla \times \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t}, \quad (3.9)$$

$$\vec{h} = \epsilon \nabla \times \frac{\partial \vec{\pi}}{\partial t} + \sigma \nabla \times \vec{\pi} + \nabla \nabla \cdot \vec{\pi}^* - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\pi}^*}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t}. \quad (3.10)$$

Na ausência de fontes elétricas ($\vec{\pi} = 0$):

$$\vec{e} = -\mu \nabla \times \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t}, \quad (3.11)$$

$$\vec{h} = \nabla \nabla \cdot \vec{\pi}^* - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\pi}^*}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t}. \quad (3.12)$$

e, na ausência de variação temporal (caso estacionário):

$$\vec{e} = 0, \quad (3.13)$$

$$\vec{h} = \nabla \nabla \cdot \vec{\pi}^*. \quad (3.14)$$

Indicando que o campo magnético pode ser obtido através do gradiente de um campo escalar ($V = \nabla \cdot \vec{\pi}^*$), conforme apresentado no Capítulo 2.

3.2 A Solução da Equação do Vetor Potencial Magnético de Hertz para um Dipolo Magnético Móvel

Sampaio (2006) detalha o método para solucionar o tipo da Equação 3.8. A abordagem consiste em trabalhar no domínio do tempo e espaço transformado ¹ $(x, y, z, t) \rightarrow (k_x, k_y, k_z, w)$. Assim, para um dipolo magnético de momento “ $m \cdot \vec{i}$ ” se movimentando com velocidade constante “ v ” no eixo x, $\vec{M} = m \delta(x - (x_0 + vt)) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \vec{i}$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \vec{\pi}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{\pi}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{\pi}^*}{\partial z^2} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\pi}^*}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t} = -m \delta(x - x_0 - vt) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0), \\ & -k_x^2 \Pi^* - k_y^2 \Pi^* - k_z^2 \Pi^* + \omega^2 \mu \epsilon \Pi^* - i \omega \mu \sigma \Pi^* = \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m \delta(x - x_0 - vt) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) e^{-ik_z z} e^{-ik_y y} e^{-ik_x x} e^{-i \omega t} dz dy dx dt \end{aligned} \quad (3.15)$$

¹Definição do par de transformadas de Fourier consideradas: $F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i \omega t} dt$ e $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i \omega t} d\omega$. $\delta(a)$ representa a função delta de Dirac.

Considerando $k = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - i \omega \mu \sigma}$:

$$\Pi^* = \frac{e^{-i(k_z z_0 + k_y y_0 + k_x x_0)}}{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - k^2} \xi(\omega, k_x, v), \quad (3.16)$$

$$\xi(\omega, k_x, v) = \int_{-\infty}^{\infty} m(t) e^{-it(\omega + k_x v)} dt. \quad (3.17)$$

Devido à simetria do problema, após o algebrismo necessário via emprego da transformada de Hankel e da integral de Sommerfeld, a expressão analítica (para $m(t)$ simples) ou então numérica otimizada pode ser encontrada. Conforme demonstrado em Sampaio (2006), onde o vetor campo potencial magnético produzido por um dipolo elétrico pode ser substituído pelo potencial magnético de Hertz, têm-se, por analogia, as seguintes soluções para a Equação 3.8:

1. Dipolo magnético com magnetização horizontal constante $m(\vec{t}) = m_x \vec{i}$ se movendo ao longo do eixo x, com velocidade constante:

$$\vec{\pi}^*(x, y, z, t) = \frac{m_x}{4\pi\beta R} e^{-\frac{\mu\sigma v\beta}{2}[\beta(x-x_0-vt)+R(t)]} \vec{i}, \quad (3.18)$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \mu\epsilon v^2}}, \quad (3.19)$$

$$R(t) = \sqrt{\beta^2(x - x_0 - vt)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}. \quad (3.20)$$

2. Dipolo magnético com magnetização horizontal variável $m(\vec{t}) = m_x \cos(\omega_0 t) \vec{i}$ se movendo ao longo do eixo x, com velocidade constante:

$$\vec{\pi}^*(x, y, z, t) = \frac{m_x}{4\pi R} e^{[-\frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2} - \alpha_i R(t)]} \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \vec{i}, \quad (3.21)$$

$$\alpha_r = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\mu\sigma v}{2}\right)^4 + (\mu\sigma\omega_0)^2} - \left(\frac{\mu\sigma v}{2}\right)^2}, \quad (3.22)$$

$$\alpha_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\mu\sigma v}{2}\right)^4 + (\mu\sigma\omega_0)^2} + \left(\frac{\mu\sigma v}{2}\right)^2}. \quad (3.23)$$

3. Dipolo magnético com magnetização arbitrária se movendo ao longo do eixo x, com velocidade constante:

$$\vec{\pi}^*(x, y, z, t) = \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{8\sqrt{\pi^3}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(t) e^{-\frac{\mu\sigma R(\tau)^2}{4(t-\tau)}}}{\sqrt{(t-\tau)^3}} H(t-\tau) d\tau \vec{i}. \quad (3.24)$$

Na qual $H(t - \tau)$ é a função degrau de Heaviside.

3.3 Efeitos de um Dipolo Móvel no Mar - Variação do Campo Magnético

A fim de analisar os efeitos da mobilidade no campo produzido por um dipolo magnético, dois diferentes cenários serão estudados (Figura 3.1):

1. Magnetização horizontal constante com velocidade constante no mar; e
2. Magnetização horizontal oscilatória com velocidade constante no mar.

Em ambos cenários, considera-se o mar como um meio infinito (profundidade suficientemente afastada das interfaces com o ar e com o leito do mar). O ponto de análise $P(x, y, z)$, onde os efeitos serão computados, está localizado alguns metros de profundidades do dipolo $P_0(x_0, y_0, z_0)$, que possui momento magnético m_x e se move com velocidade v ao longo do eixo x numa faixa horizontal.

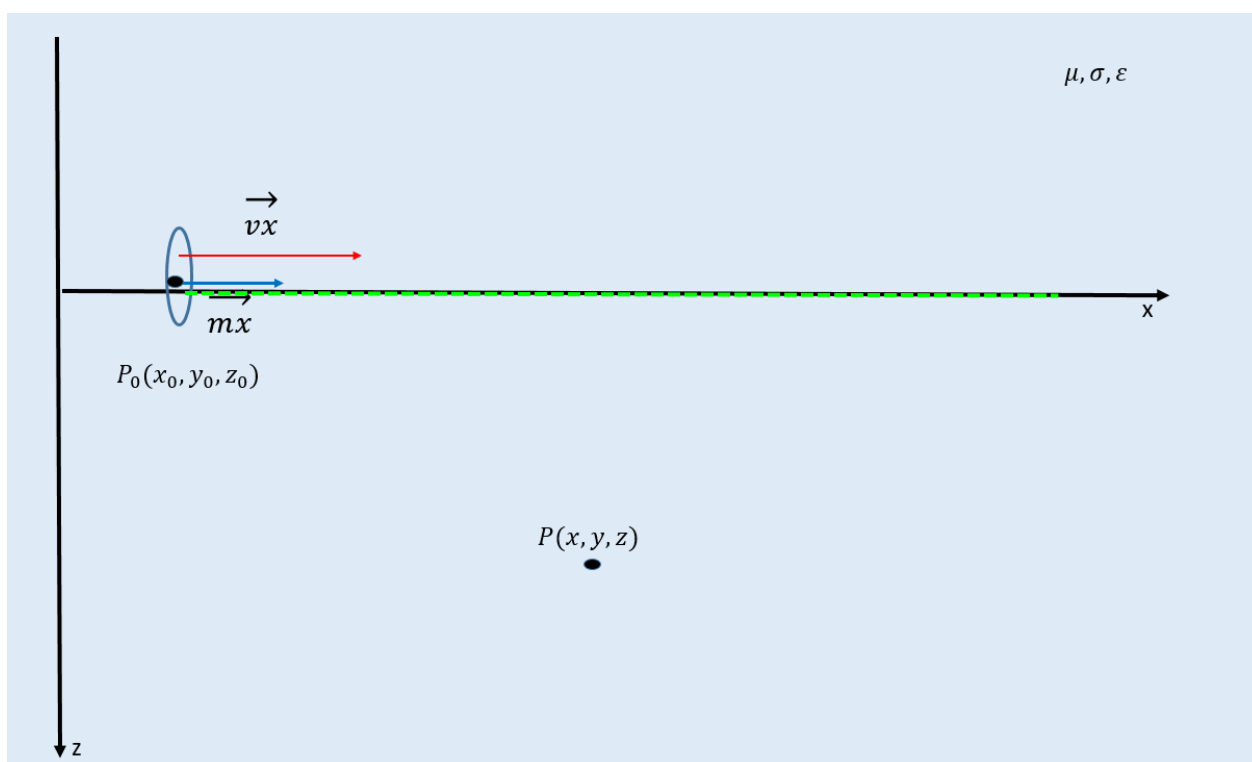


Figura 3.1: Cenário para estudo dos efeitos da mobilidade de um dipolo, elaborado pelo autor (2026).

3.3.1 Anomalia Magnética Criada por um Dipolo Móvel com Magnetização Constante na Água do Mar

Substituindo a equação 3.18 na equação 3.12, obtém-se a seguinte expressão para o terceiro termo do lado direito:

$$-\mu\sigma\frac{\partial\vec{\pi}^*}{\partial t} = \frac{-\mu\sigma m_x}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v\beta}{2}[\beta(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu\sigma v^2\beta}{2} + \frac{\mu\sigma v^2\beta^2(x-x_0-vt)}{2R(t)} + \frac{\beta v(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right] \vec{i} \quad (3.25)$$

Embora possa ser devidamente calculado, o segundo termo do lado direito da equação 3.12 pode ser negligenciado devido ao fator “ $\mu\epsilon$ ” que o torna insignificante quando comparado ao primeiro e ao terceiro termo da mesma equação. Assim, é possível considerar que:

$$-\mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{\pi}^*}{\partial t^2} \simeq 0\vec{i} \quad (3.26)$$

Finalmente, a expressão para o primeiro termo é dada por:

$$\begin{aligned} \nabla(\nabla \cdot \vec{\pi}^*) &= \frac{m_x}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v\beta}{2}[\beta(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu^2\sigma^2 v^2\beta^3}{4} + \frac{\mu^2\sigma^2 v^2\beta^4(x-x_0-vt)}{2R(t)} - \frac{\mu\sigma v\beta^2}{2R(t)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\mu\sigma v\beta^3(x-x_0-vt)}{R(t)^2} + \frac{\mu^2\sigma^2 v^2\beta^5(x-x_0-vt)^2}{4R(t)^2} - \frac{\beta}{R(t)^2} + \frac{3\mu\sigma v\beta^4(x-x_0-vt)^2}{2R(t)^3} + \right. \\ &\quad \left. \frac{3\beta^3(x-x_0-vt)^2}{R(t)^4} \right] \vec{i} + \\ &\quad \frac{m_x(y-y_0)}{4\pi R(t)^2} e^{-\frac{\mu\sigma v\beta}{2}[\beta(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu\sigma v\beta}{2R(t)} + \frac{3\mu\sigma v\beta^2(x-x_0-vt)}{2R(t)^2} + \frac{3\beta(x-x_0-vt)}{R(t)^3} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\mu^2\sigma^2 v^2\beta^2}{4} + \frac{\mu^2\sigma^2 v^2\beta^3(x-x_0-vt)}{4R(t)} \right] \vec{j} + \\ &\quad \frac{m_x(z-z_0)}{4\pi R(t)^2} e^{-\frac{\mu\sigma v\beta}{2}[\beta(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu\sigma v\beta}{2R(t)} + \frac{3\mu\sigma v\beta^2(x-x_0-vt)}{2R(t)^2} + \frac{3\beta(x-x_0-vt)}{R(t)^3} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\mu^2\sigma^2 v^2\beta^2}{4} + \frac{\mu^2\sigma^2 v^2\beta^3(x-x_0-vt)}{4R(t)} \right] \vec{k} \quad (3.27) \end{aligned}$$

Resultando em \vec{b} ($\vec{b} = \mu\vec{h}$):

$$\begin{aligned}
\vec{b} = & \frac{\mu m_x}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v\beta}{2}[\beta(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta^3}{4} + \frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta^4(x-x_0-vt)}{2R(t)} - \frac{\mu\sigma v\beta^2}{2R(t)} + \right. \\
& \frac{\mu\sigma v\beta^3(x-x_0-vt)}{R(t)^2} + \frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta^5(x-x_0-vt)^2}{4R(t)^2} - \frac{\beta}{R(t)^2} + \frac{3\mu\sigma v\beta^4(x-x_0-vt)^2}{2R(t)^3} + \\
& \left. \frac{3\beta^3(x-x_0-vt)^2}{R(t)^4} - \frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta}{2} - \frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta^2(x-x_0-vt)}{2R(t)} - \frac{\mu\sigma\beta v(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right] \vec{i} + \\
& \frac{\mu m_x(y-y_0)}{4\pi R(t)^2} e^{-\frac{\mu\sigma v\beta}{2}[\beta(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu\sigma v\beta}{2R(t)} + \frac{3\mu\sigma v\beta^2(x-x_0-vt)}{2R(t)^2} + \frac{3\beta(x-x_0-vt)}{R(t)^3} + \right. \\
& \left. \frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta^2}{4} + \frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta^3(x-x_0-vt)}{4R(t)} \right] \vec{j} + \\
& \frac{\mu m_x(z-z_0)}{4\pi R(t)^2} e^{-\frac{\mu\sigma v\beta}{2}[\beta(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu\sigma v\beta}{2R(t)} + \frac{3\mu\sigma v\beta^2(x-x_0-vt)}{2R(t)^2} + \frac{3\beta(x-x_0-vt)}{R(t)^3} + \right. \\
& \left. \frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta^2}{4} + \frac{\mu^2\sigma^2v^2\beta^3(x-x_0-vt)}{4R(t)} \right] \vec{k}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Desprezando os termos associados com μ^2 e assumindo $\beta \simeq 1$ para baixas velocidades:

$$\begin{aligned}
\vec{b} = & \frac{\mu m_x}{4\pi R(t)^2} e^{-\frac{\mu\sigma v}{2}[(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[-\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{R(t)} - \frac{1}{R(t)} + \frac{3\mu\sigma v(x-x_0-vt)^2}{2R(t)^2} + \right. \\
& \left. \frac{3(x-x_0-vt)^2}{R(t)^3} \right] \vec{i} + \\
& \frac{\mu m_x(y-y_0)}{4\pi R(t)^2} e^{-\frac{\mu\sigma v}{2}[(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu\sigma v}{2R(t)} + \frac{3\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2R(t)^2} + \frac{3(x-x_0-vt)}{R(t)^3} \right] \vec{j} + \\
& \frac{\mu m_x(z-z_0)}{4\pi R(t)^2} e^{-\frac{\mu\sigma v}{2}[(x-x_0-vt)+R(t)]} \left[\frac{\mu\sigma v}{2R(t)} + \frac{3\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2R(t)^2} + \frac{3(x-x_0-vt)}{R(t)^3} \right] \vec{k}
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Uma importante conclusão que pode ser obtida pela análise da Equação 3.29, é que em todos os termos onde a velocidade está atuando como fator multiplicador separado do tempo, a permeabilidade magnética e a condutividade também atuam, reduzindo significativamente a influência dos termos com velocidade devido ao baixo valor de μ e inferindo que num meio não condutor ($\sigma = 0$) o efeito da velocidade é inexistente. A complexidade envolvida com a análise temporal do movimento do dipolo pode ser visualizada na expressiva quantidade de termos que surgem quando comparada ao caso estático. De fato, pode-se facilmente verificar que quando a velocidade é nula ($v = 0, \beta \simeq 1$), apenas dois termos da componente horizontal e um da vertical e transversal, não se anulam, resultando na equação do caso estático apresentado no Capítulo 2:

$$\vec{b} = \frac{\mu m_x}{4\pi R^2} \left\{ \left[\frac{2(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}{R^3} \right] \vec{i} + (y-y_0) \frac{3(x-x_0)}{R^3} \vec{j} + (z-z_0) \frac{3(x-x_0)}{R^3} \vec{k} \right\} \quad (3.30)$$

O seguinte cenário com valores quantitativos (Figura 3.1) foi definido para verificar a relevância do efeito da velocidade na alteração do campo magnético produzido por um dipolo:

1. Dipolo com momento magnético horizontal de $100 \text{ A} \cdot \text{m}^2$;
2. Velocidades de 1, 5, 10, 15, 20, 25 e 30 m/s (a velocidade de 10m/s foi escolhida para análise comparativa com o caso estático);
3. Condutividade do mar 4 S/m;
4. Permeabilidade magnética do mar $\mu = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$;
5. Sensor triaxial localizado em (0,0 10); e
6. Posição inicial do dipolo em -100 m e final em +100 m (faixa de 200 m).

A fim de comparar o efeito da mobilidade, a anomalia estática (dipolo imóvel centralizado no centro da faixa de medição) é sobreposta pelo efeito do dipolo móvel no instante que passa pelo centro da raia (Figura 3.2). Como o dipolo e o ponto de análise em questão estão alinhados na horizontal, não há componente b_y e somente as componentes b_x e b_z são analisadas. A visualização da anomalia também é representada por mapas (espaço x tempo) do valor do campo produzido em cada instante (quando em movimento, Figuras 3.3 e 3.6) quanto ao valor que se estivesse parado naquela posição (transposição dos valores apresentados no centro da raia (Figuras 3.4 e 3.7) para os mesmos pontos em análise da mobilidade). Conforme observado através das Figuras 3.5 e 3.8, ao subtrair-se os valores do caso dinâmico e estático, nota-se a anomalia gerada pelo efeito da velocidade no campo magnético (efeito aparentemente imperceptível na Figura 3.2). Além disso, a fim de observar o efeito da variação da velocidade, valores de 1 à 30 m/s são analisados no centro da faixa (valor do campo no instante que o dipolo passa na região central menos o valor estático, Figuras 3.9 e 3.10). Os gráficos apresentados pelo cenário proposto permitem concluir que o efeito da velocidade existe e cresce proporcionalmente com esta, podendo ser significativo em velocidades onde β seja menor que 1. No entanto, para baixas velocidades (valores que β seja considerado como 1), no caso do dipolo com momento magnético horizontal constante ($v=10 \text{ m/s}$), a amplitude da anomalia é cerca de 0.03% da amplitude do campo no cenário estático, indicando que a anomalia identificada será provavelmente incluída na faixa do ruído do aparelho de medição em questão, podendo desta forma, ser negligenciada.

Componentes do Campo Magnético Produzido por um Dipolo no Centro da Raia
(sensor em 0,0,10m) $m_x = 100 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ e $V = 10 \text{ m/s}$

— Bx Estático - Bx Dinâmico — Bz Estático ···· Bz Dinâmico

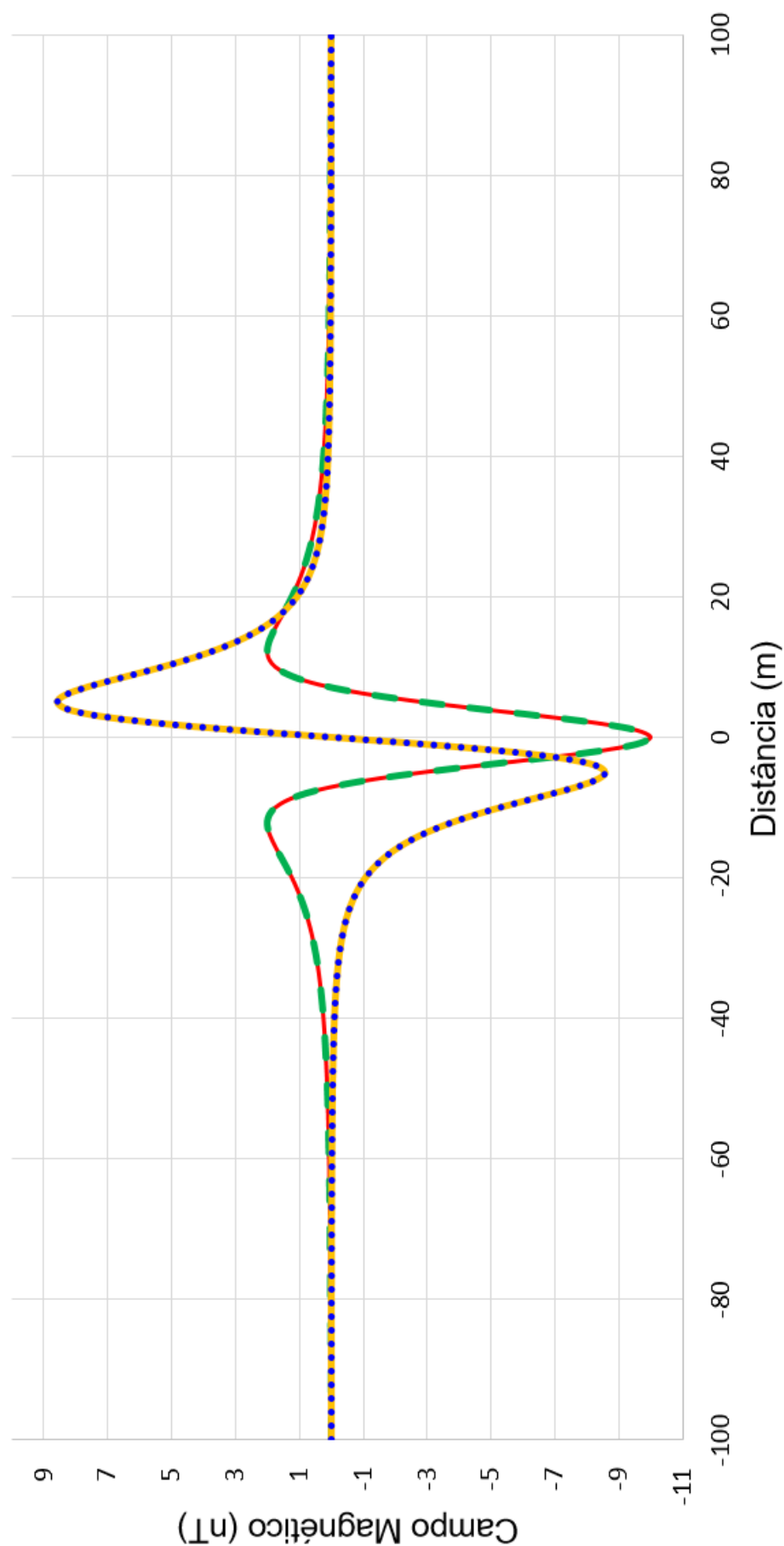


Figura 3.2: Componentes do campo magnético produzido por um dipolo no meio da raia (parado e em movimento no instante que passa no meio da raia), elaborado pelo autor (2026).

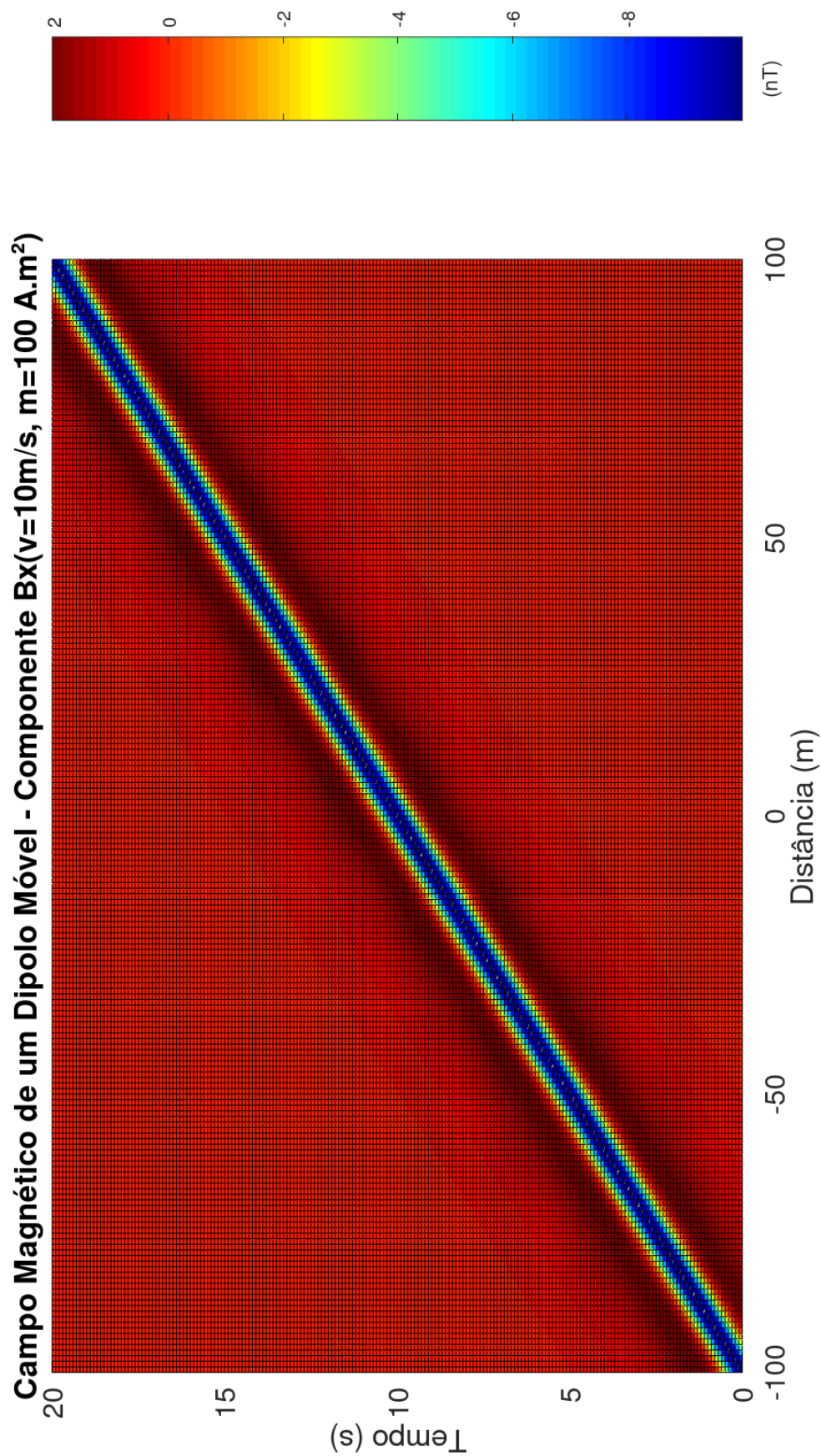


Figura 3.3: Mapa espaço-temporal da componente B_x do dipolo em movimento posicionado inicialmente em $(-100,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).

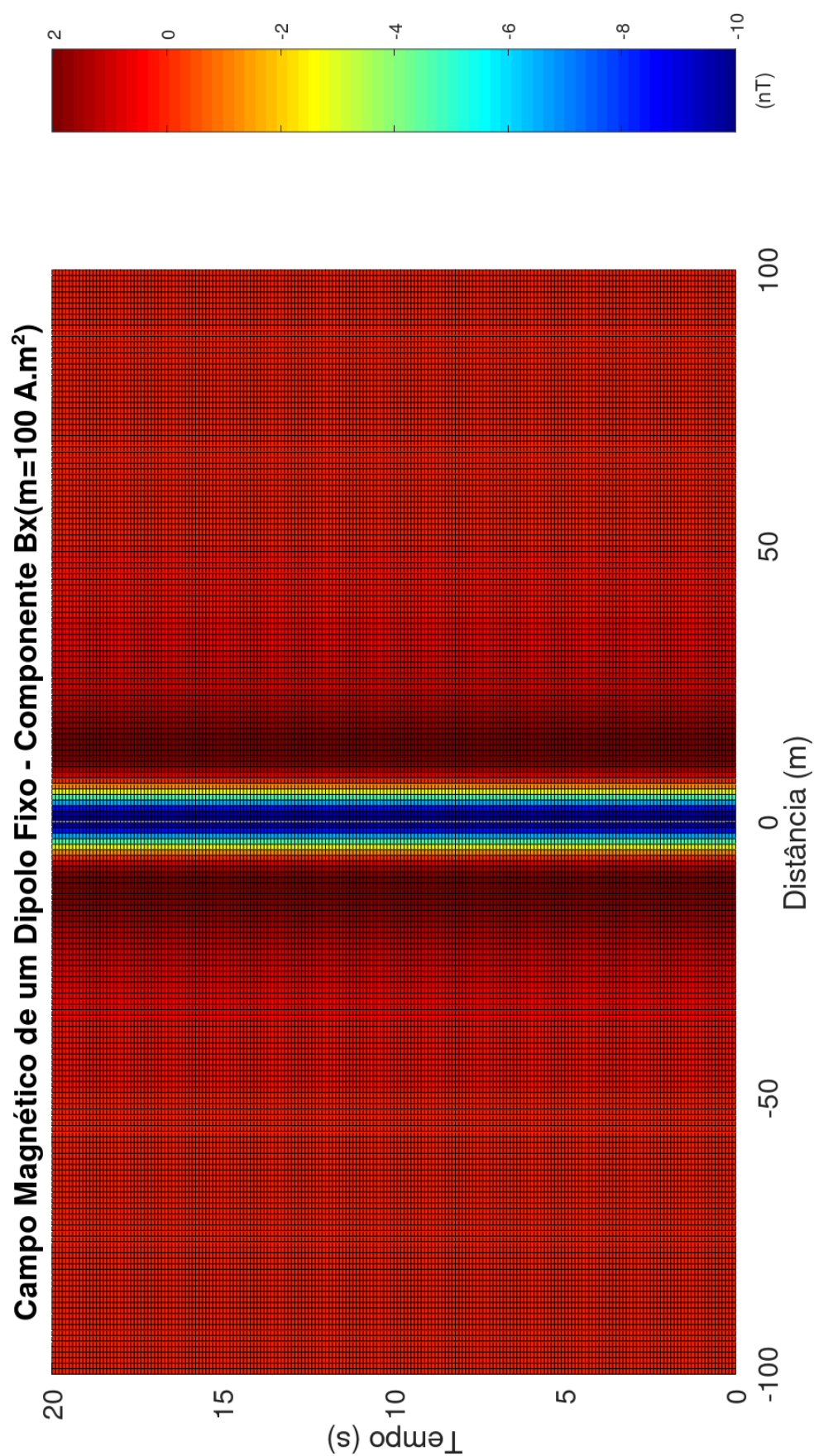


Figura 3.4: Mapa espaço-temporal da componente B_x do dipolo estático centrado em $(0,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).

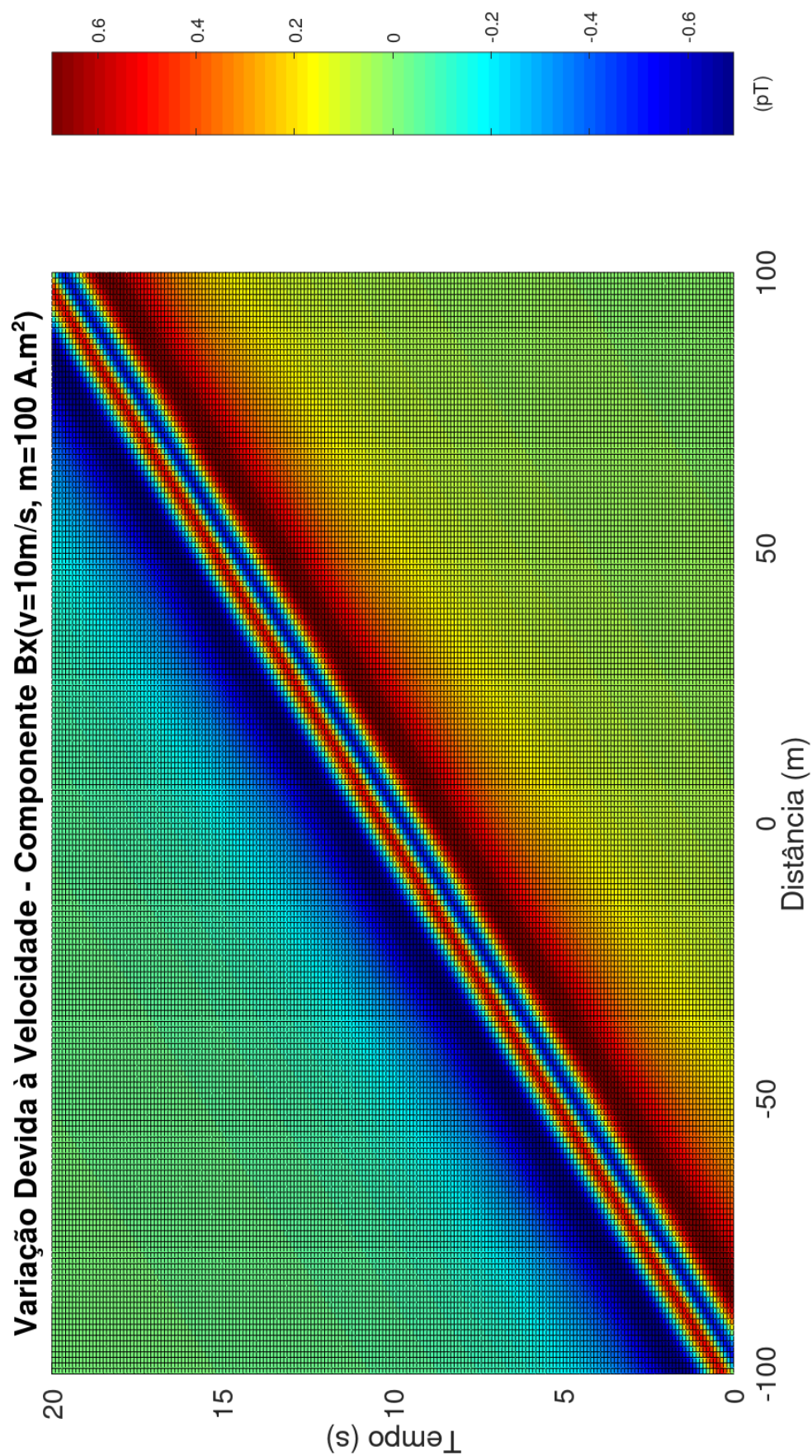


Figura 3.5: Mapa espaço-temporal da variação da componente B_x , elaborado pelo autor (2026).

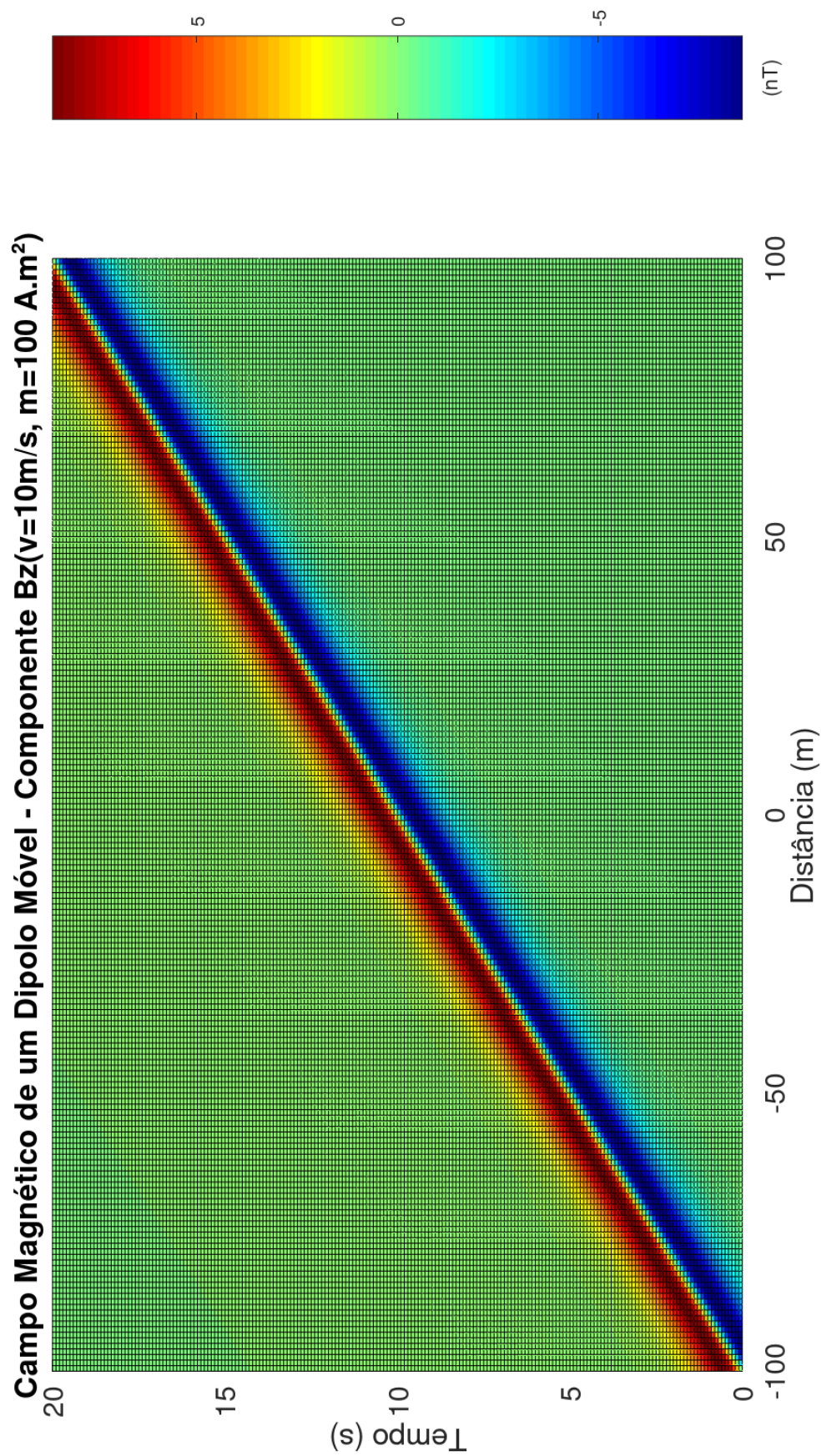


Figura 3.6: Mapa espaço-temporal da componente B_z do dipolo em movimento posicionado inicialmente em $(-100,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).

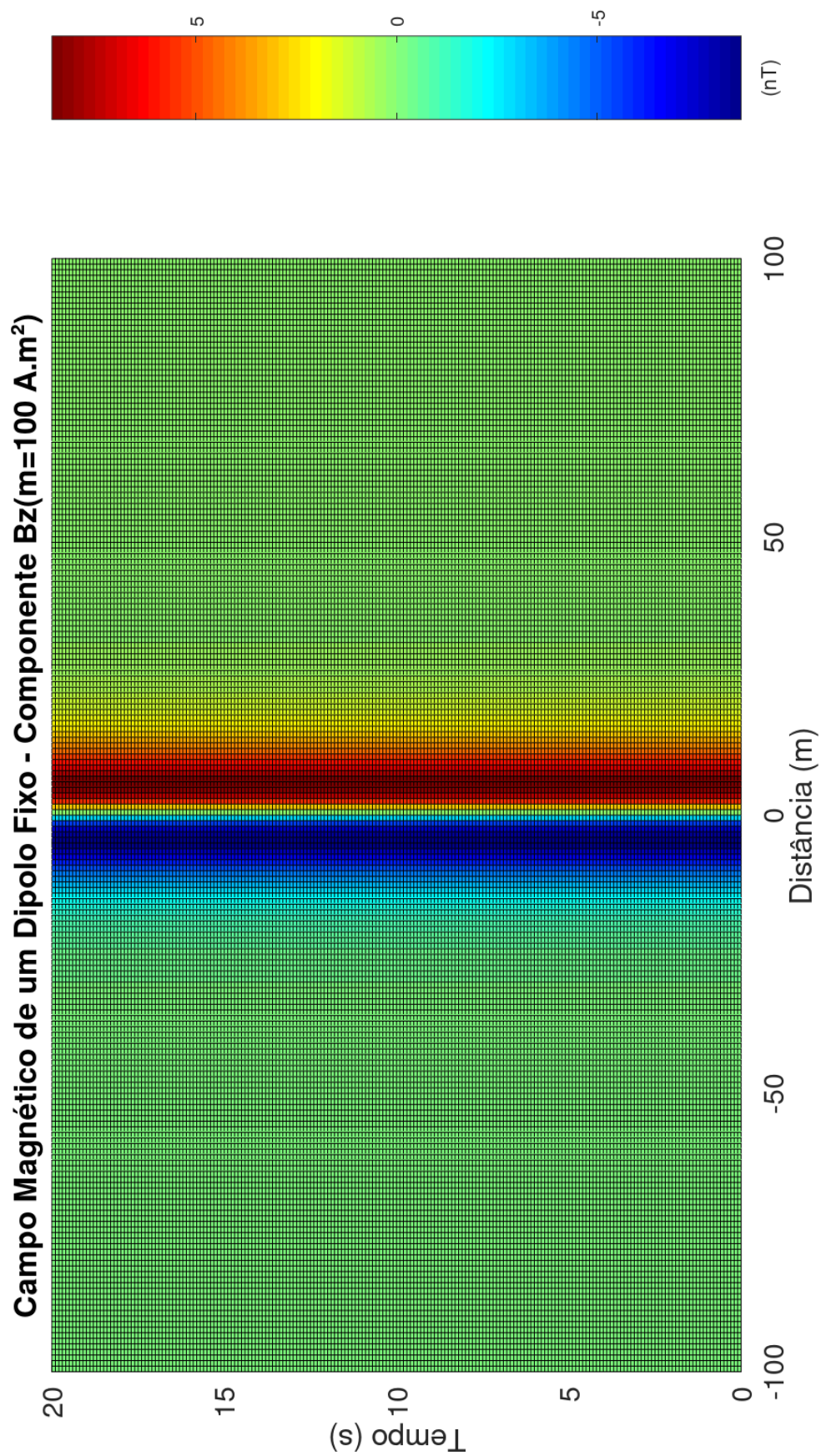


Figura 3.7: Mapa espaço-temporal da componente B_z do dipolo estático centrado em $(0,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).

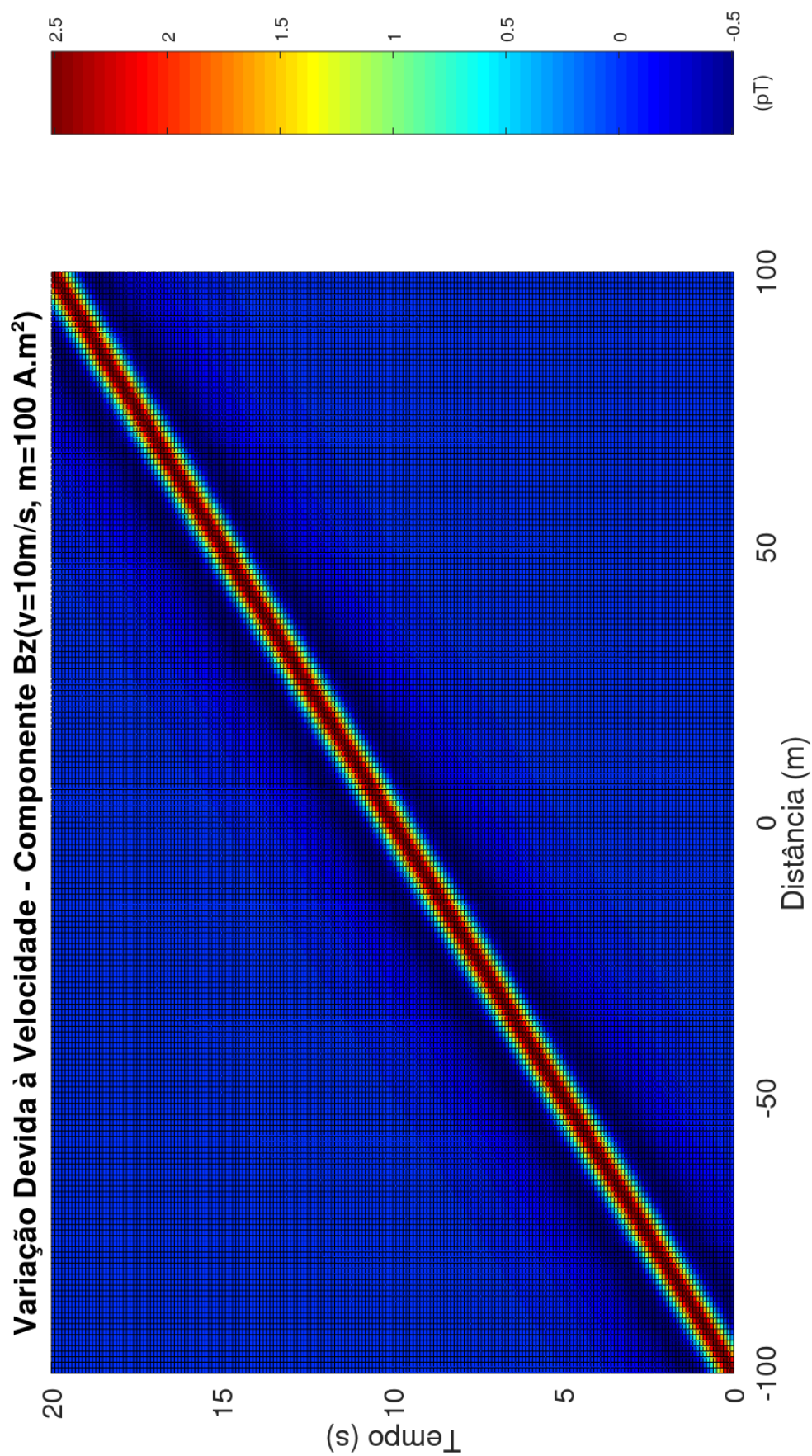


Figura 3.8: Mapa espaço-temporal da variação da componente B_z , elaborado pelo autor (2026).

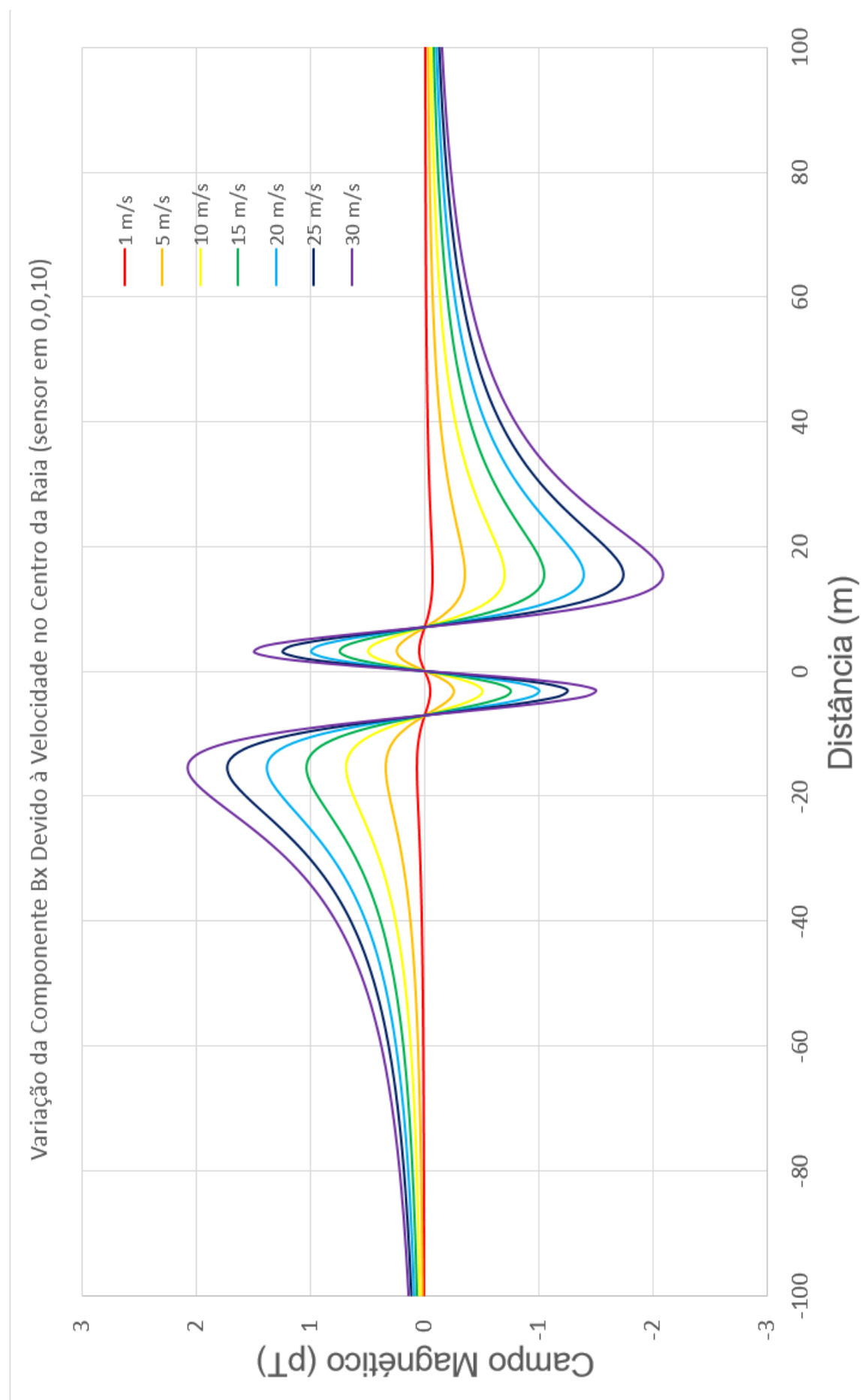


Figura 3.9: Efeito da variação da velocidade na anomalia - componente bx, elaborado pelo autor (2026).

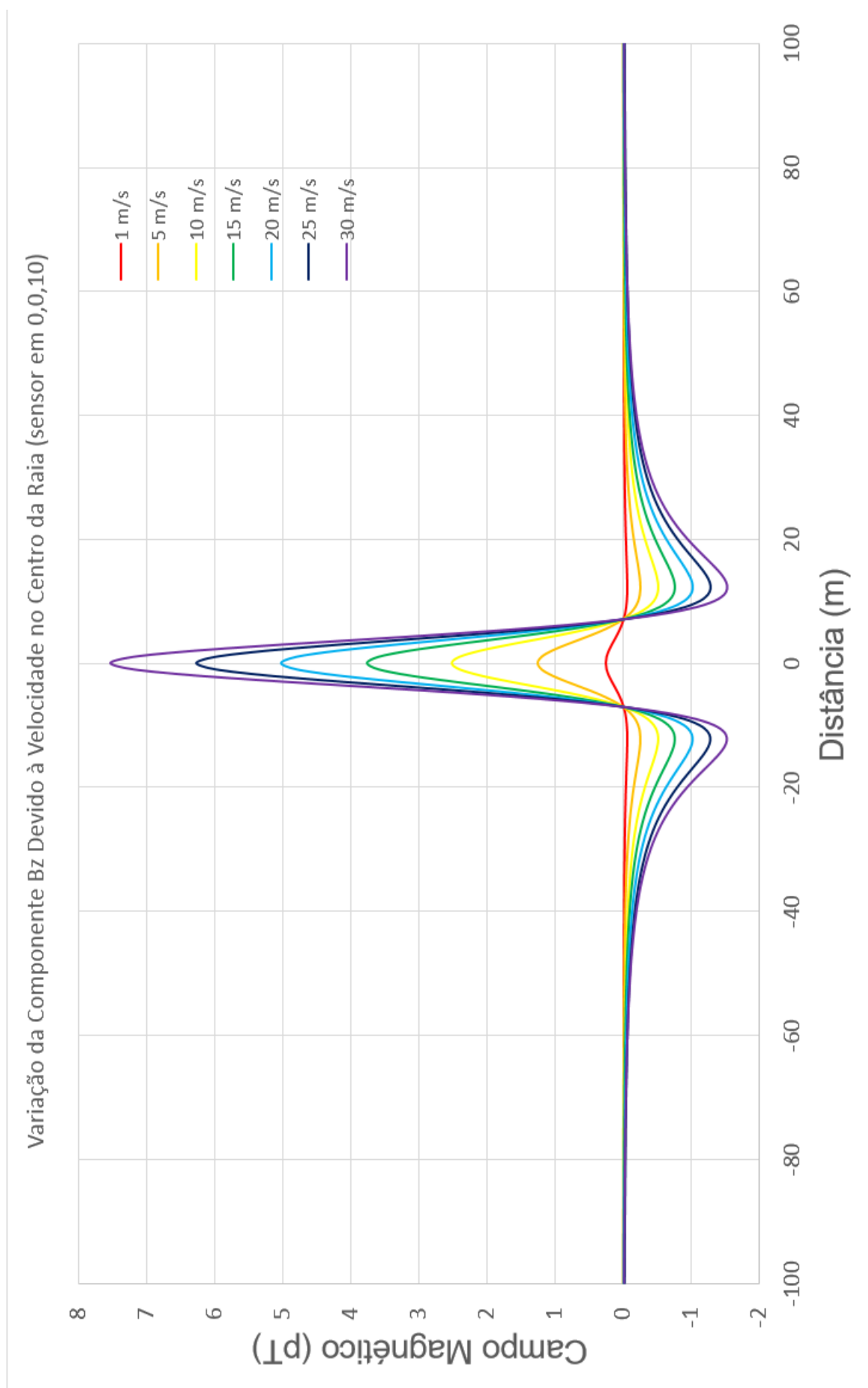


Figura 3.10: Efeito da variação da velocidade na anomalia- componente bz, elaborado pelo autor (2026).

3.3.2 Anomalia Magnética Criada por um Dipolo Móvel com Magnetização Oscilatória na Água do Mar

O mesmo cenário (Figura 3.1) foi definido para verificar a relevância do efeito da velocidade no campo magnético produzido por um dipolo, agora considerando uma magnetização variável no tempo com uma frequência de 0,1 Hz (típico de ondas do mar):

1. Dipolo com momento magnético horizontal de $100 \text{ A} \cdot \text{m}^2$;
2. Velocidades de 1, 5, 10, 15, 20, 25 e 30 m/s;
3. Condutividade do mar 4 S/m;
4. Permeabilidade magnética do mar $\mu = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$;
5. Sensor triaxial localizado em (0,0 10); e
6. Posição inicial do dipolo em -100 m e final em +100 m (raia de 200 m).

O desenvolvimento algébrico para verificar o efeito de uma magnetização variável oscilatória $m_x(t) = m_x \cos(\omega_0 t)$ requer a substituição da equação 3.21 na equação 3.12, obtendo-se a seguinte expressão para o terceiro termo do lado direito:

$$\begin{aligned}
 -\mu\sigma \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t} &= \frac{-\mu\sigma m_x}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2} - \alpha_i R(t)} \left\{ \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[+ \frac{\mu\sigma v^2}{2} + \frac{\alpha_i v(x-x_0-vt)}{R(t)} \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{v(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right] - \sin(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\omega_0 + \alpha_r \frac{v(x-x_0-vt)}{R(t)} \right] \right\} \vec{i}
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Novamente o segundo termo do lado direito da equação 3.12 pode ser negligenciado devido ao fator “ $\mu\epsilon$ ” que o torna insignificante quando comparado ao primeiro e ao terceiro termo da mesma equação. Assim é possível considerar que:

$$-\mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{\pi}^*}{\partial t^2} \simeq 0 \vec{i} \tag{3.32}$$

Finalmente, a expressão para o primeiro termo $\nabla(\nabla \cdot \vec{\pi}^*)$ é dada por:

$$\begin{aligned}
\nabla(\nabla \cdot \vec{\pi}^*) = & \frac{m_x}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2}-\alpha_i R(t)} \left\{ \alpha_r \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\frac{R(t)^2 - (x-x_0-vt)^2}{R(t)^3} \right] \right. \\
& - \frac{\alpha_r^2 (x-x_0-vt)^2 \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} \\
& - \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\frac{\alpha_i (R(t)^2 - (x-x_0-vt)^2)}{R(t)^3} + \frac{(R(t)^2 - 2(x-x_0-vt)^2)}{R(t)^4} \right] \\
& - \frac{2\alpha_r (x-x_0-vt) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \left[\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right] + \\
& \left. \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right]^2 \right\} \vec{i} \\
& + \frac{m_x (y-y_0)}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2}-\alpha_i R(t)} \left\{ \frac{(-\alpha_i R(t) - 1)}{R(t)^2} \left[\frac{\alpha_r (x-x_0-vt) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \right] \right. \\
& - \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left(\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right) \left. \right] \\
& + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^3} + \frac{2(x-x_0-vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^4} \\
& - \frac{\alpha_r \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \left(\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{2(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right) \\
& - \frac{\alpha_r^2 (x-x_0-vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} \left. \right\} \vec{j} \\
& + \frac{m_x (z-z_0)}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2}-\alpha_i R(t)} \left\{ \frac{(-\alpha_i R(t) - 1)}{R(t)^2} \left[\frac{\alpha_r (x-x_0-vt) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \right] \right. \\
& - \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left(\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right) \left. \right] \\
& + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^3} + \frac{2(x-x_0-vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^4} \\
& - \frac{\alpha_r \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \left(\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{2(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right) \\
& - \frac{\alpha_r^2 (x-x_0-vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} \left. \right\} \vec{k}
\end{aligned}
\tag{3.33}$$

Resultando em \vec{b} :

$$\begin{aligned}
\vec{b} = & \frac{\mu m_x}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2} - \alpha_i R(t)} \left\{ \alpha_r \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\frac{R(t)^2 - (x-x_0-vt)^2}{R(t)^3} \right] \right. \\
& - \frac{\alpha_r^2 (x-x_0-vt)^2 \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} \\
& - \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\frac{\alpha_i (R(t)^2 - (x-x_0-vt)^2)}{R(t)^3} + \frac{(R(t)^2 - 2(x-x_0-vt)^2)}{R(t)^4} \right] \\
& - \frac{2\alpha_r (x-x_0-vt) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \left[\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right] \\
& + \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right]^2 \\
& - \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\frac{\mu^2 \sigma^2 v^2}{2} + \frac{\mu\sigma \alpha_i v (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{\mu\sigma v (x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right] \\
& \left. + \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left[\mu\sigma \omega_0 + \mu\sigma \alpha_r \frac{v(x-x_0-vt)}{R(t)} \right] \right\} \vec{i} \\
& + \frac{\mu m_x (y-y_0)}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2} - \alpha_i R(t)} \left\{ \frac{(-\alpha_i R(t) - 1)}{R(t)^2} \left[\frac{\alpha_i (x-x_0-vt) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \right] \right. \\
& - \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left(\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right) \\
& + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt) \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^3} + \frac{2(x-x_0-vt) \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^4} \\
& - \frac{\alpha_r \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \left(\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{2(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right) \\
& \left. - \frac{\alpha_r^2 (x-x_0-vt) \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} \right\} \vec{j} \\
& + \frac{\mu m_x (z-z_0)}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v(x-x_0-vt)}{2} - \alpha_i R(t)} \left\{ \frac{(-\alpha_i R(t) - 1)}{R(t)^2} \left[\frac{\alpha_i (x-x_0-vt) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \right] \right. \\
& - \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \left(\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right) \\
& + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt) \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^3} + \frac{2(x-x_0-vt) \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^4} \\
& - \frac{\alpha_r \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)} \left(\frac{\mu\sigma v}{2} + \frac{\alpha_i (x-x_0-vt)}{R(t)} + \frac{2(x-x_0-vt)}{R(t)^2} \right) \\
& \left. - \frac{\alpha_r^2 (x-x_0-vt) \cos(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} \right\} \vec{k}
\end{aligned}$$

(3.34)

A complexidade envolvida com a análise temporal do dipolo pode ser visualizada na expressiva quantidade de termos que surgem quando comparada ao caso estático (velocidade de translação no eixo horizontal e variação temporal oscilatória da magnetização). De fato, pode-se facilmente verificar que quando a velocidade e frequência de oscilação são nulas ($v = 0, \omega_0 = 0, \alpha_i = \alpha_r = 0$), a expressão do campo resulta no caso estático conforme apresentado no Capítulo 2:

$$\vec{b} = \frac{\mu m_x}{4\pi R^2} \left\{ \left[\frac{2(x-x_0)^2 + (y-y_0) + (z-z_0)}{R^3} \right] \vec{i} + (y-y_0) \frac{3(x-x_0)}{R^3} \vec{j} + (z-z_0) \frac{3(x-x_0)}{R^3} \vec{k} \right\} \quad (3.35)$$

Ao tornar nula a frequência de oscilação ($v \neq 0, \omega_0 = 0, \alpha_i = \frac{\mu\sigma v}{2}, \alpha_r = 0$) obtém-se exatamente as expressões do caso de magnetização constante conforme tópico anterior. Por fim, tornando nula apenas a velocidade (dipolo oscilando na mesma posição) ($v = 0, \omega_0 \neq 0, \alpha_i = \alpha_r = \alpha = \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega_0}{2}}$), a expressão para o campo resulta em:

$$\begin{aligned} \vec{b} = & \frac{\mu m_x}{4\pi R} e^{-\alpha R} \left\{ \frac{\alpha [\text{sen}(\omega_0 t - \alpha R) - \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)]}{R} \right. \\ & - \frac{\text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^2} - \frac{2\alpha^2(x-x_0)^2 \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^2} - \frac{3\alpha(x-x_0)^2 \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} + \\ & \left. \frac{3\alpha(x-x_0)^2 \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} + \frac{3(x-x_0)^2 \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^4} \right\} \vec{i} + \\ & \frac{\mu m_x (y-y_0)}{4\pi R} e^{-\alpha R} \left\{ - \frac{2\alpha^2(x-x_0) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^2} - \frac{3\alpha(x-x_0) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} \right. \\ & \left. + \frac{3\alpha(x-x_0) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} + \frac{3(x-x_0) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^4} \right\} \vec{j} + \\ & \frac{\mu m_x (z-z_0)}{4\pi R} e^{-\alpha R} \left\{ - \frac{2\alpha^2(x-x_0) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^2} - \frac{3\alpha(x-x_0) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} \right. \\ & \left. + \frac{3\alpha(x-x_0) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} + \frac{3(x-x_0) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^4} \right\} \vec{k} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Indicando que o ambiente condutor exerce influência atenuando o campo pelo termo exponencial não nulo (mesmo com o corpo parado). Uma outra importante análise que pode ser feita a partir da equação do dipolo estático oscilatório é o efeito da atenuação imposto pela condutividade. Quando comparado à um caso de um dipolo estático oscilatório num meio de condutividade zero, seria esperado apenas adequar a componente oscilatória da magnetização na equação geral do dipolo (substituir m_x por $m_x \cos(\omega t)$).

$$\vec{b}_x = \frac{\mu m_x \cos(\omega t)}{4\pi R^5} \left[2(x - x_0)^2 + (y - y_0) + (z - z_0) \right] \vec{i} \quad (3.37)$$

$$\vec{b}_z = \frac{3\mu m_x \cos(\omega t)}{4\pi R^5} (x - x_0)(z - z_0) \vec{k} \quad (3.38)$$

No entanto, conforme demonstrado, o efeito da condutividade atuando num dipolo estático mas com magnetização oscilatória em meio condutor pode ser visualizado pelo surgimento de diversos outros termos, além da atenuação dada pela componente exponencial.

$$\begin{aligned} \vec{b}_x = \frac{\mu m_x}{4\pi R} e^{-\alpha R} \left\{ \begin{aligned} & \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R) (\mu \sigma \omega_0) + \frac{\alpha [\text{sen}(\omega_0 t - \alpha R) - \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)]}{R} \\ & - \frac{\text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^2} - \frac{2\alpha^2 (x - x_0)^2 \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^2} - \frac{3\alpha (x - x_0)^2 \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} + \\ & \frac{3\alpha (x - x_0)^2 \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} + \frac{3(x - x_0)^2 \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^4} \end{aligned} \right\} \vec{i} \quad (3.39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{b}_z = \frac{\mu m_x (z - z_0)}{4\pi R} e^{-\alpha R} \left\{ \begin{aligned} & - \frac{2\alpha^2 (x - x_0) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^2} - \frac{3\alpha (x - x_0) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} \\ & + \frac{3\alpha (x - x_0) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^3} + \frac{3(x - x_0) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha R)}{R^4} \end{aligned} \right\} \vec{k} \quad (3.40) \end{aligned}$$

O efeito da complexidade algébrica inserido pelo ambiente condutor (termos contendo α) pode ser diagnosticado nas Figuras 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16, onde se varia a frequência (0.1, 1 e 10 Hz) e analisa-se a diferença das equações apresentadas. Conforme pode ser observado, o efeito da condutividade inserido pelo meio condutor cresce com a frequência, mas pode ser negligenciado devido à pouca relevância em baixas frequências. Assim, presume-se que apenas inserir a componente oscilatória na expressão simples do dipolo é suficiente para se analisar o problema em baixas frequências. Similarmente ao caso com magnetização constante, as Figuras 3.19 e 3.23 sintetizam o efeito da velocidade na variação do campo magnético de um dipolo móvel, enquanto as Figuras 3.20 e 3.24 apresentam a variação da anomalia para diferentes valores de velocidade. Novamente, nota-se a existência do efeito da velocidade do dipolo, mas de pouca relevância para baixas velocidades, uma vez que a anomalia é cerca de 1000 vezes menos intensa que o campo gerado.

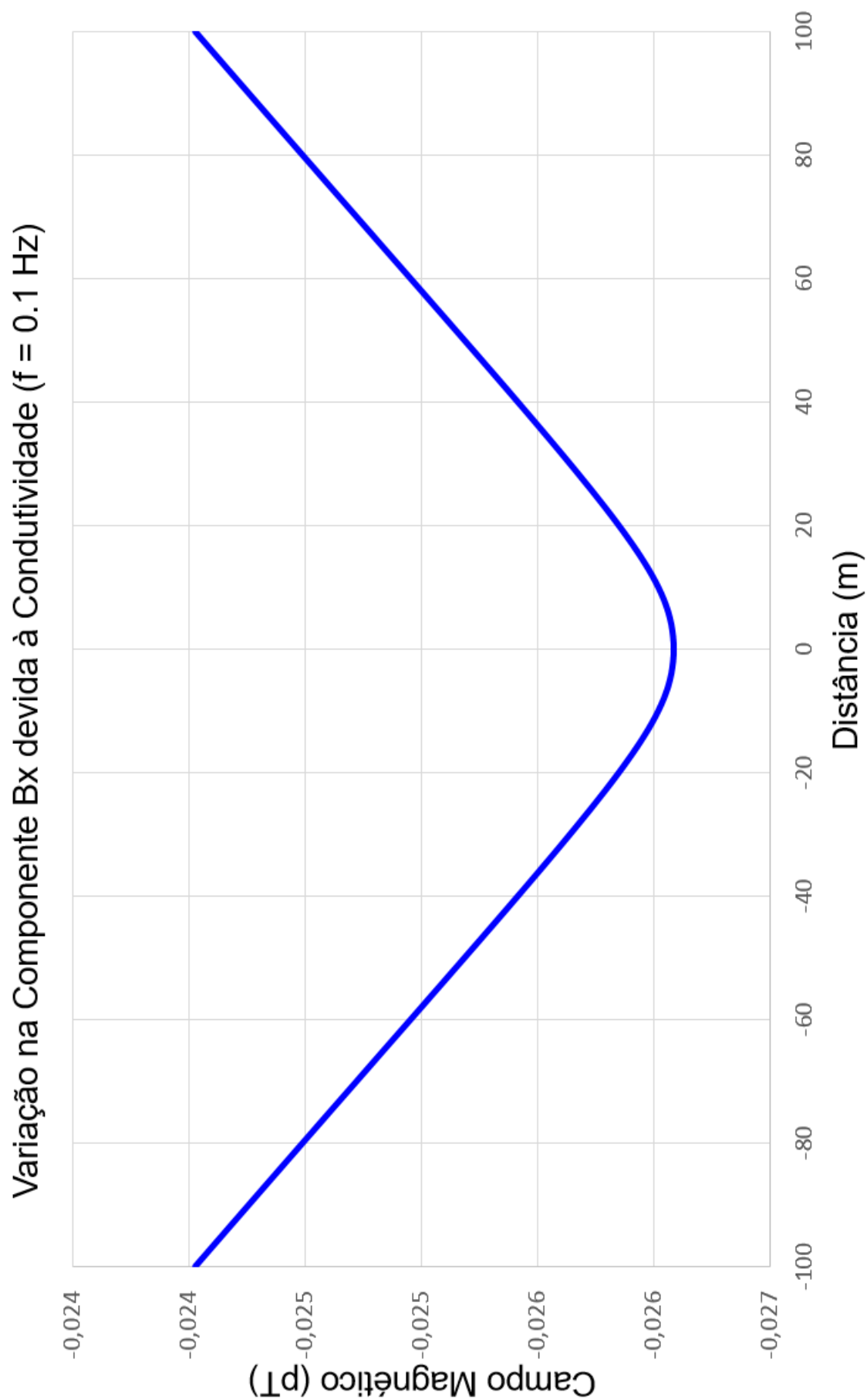


Figura 3.11: Efeito da Condutividade na Componente Bx, $f=0.1$ Hz, elaborado pelo autor (2026).

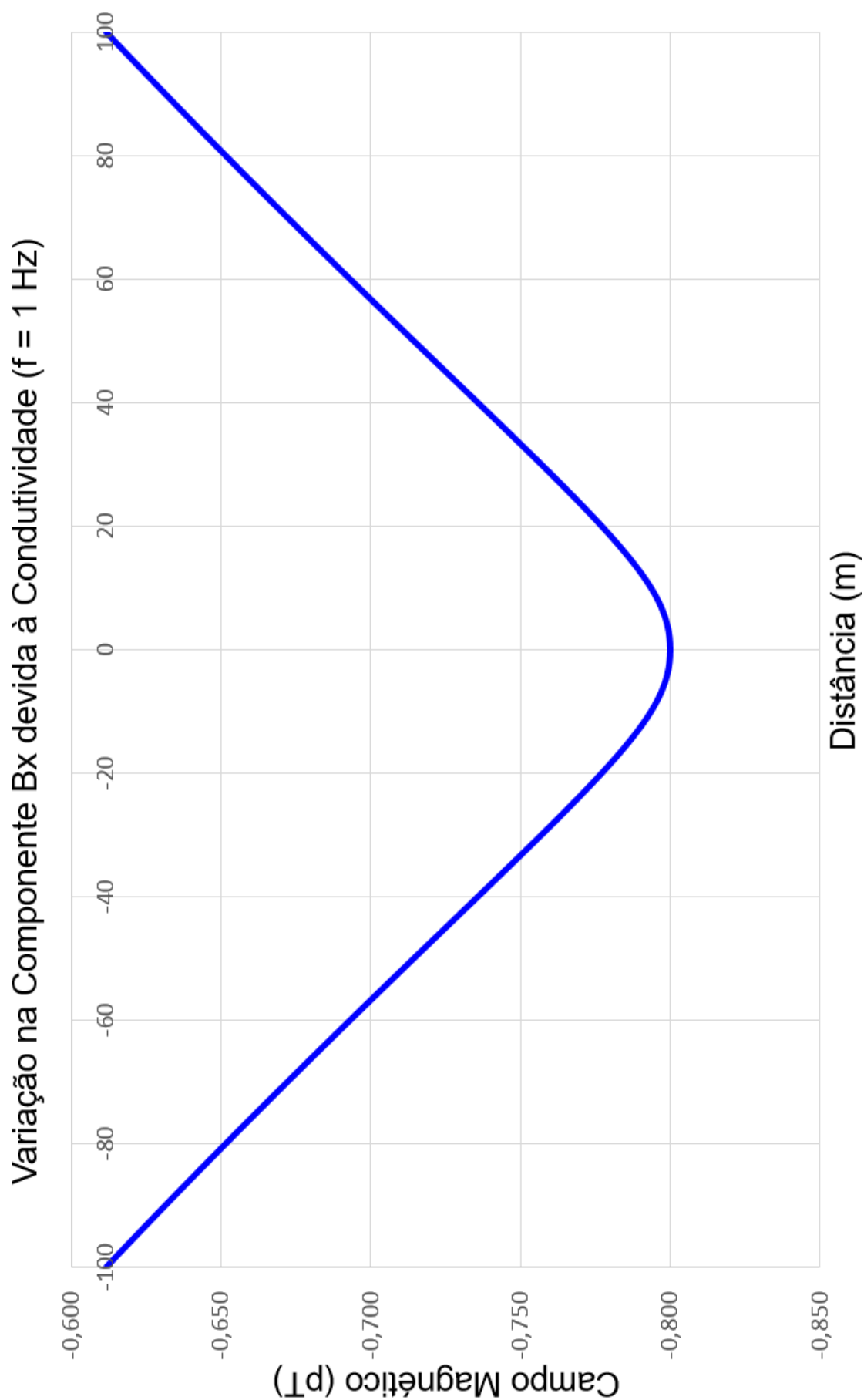


Figura 3.12: Efeito da Condutividade na Componente Bx, $f=1$ Hz, elaborado pelo autor (2026).

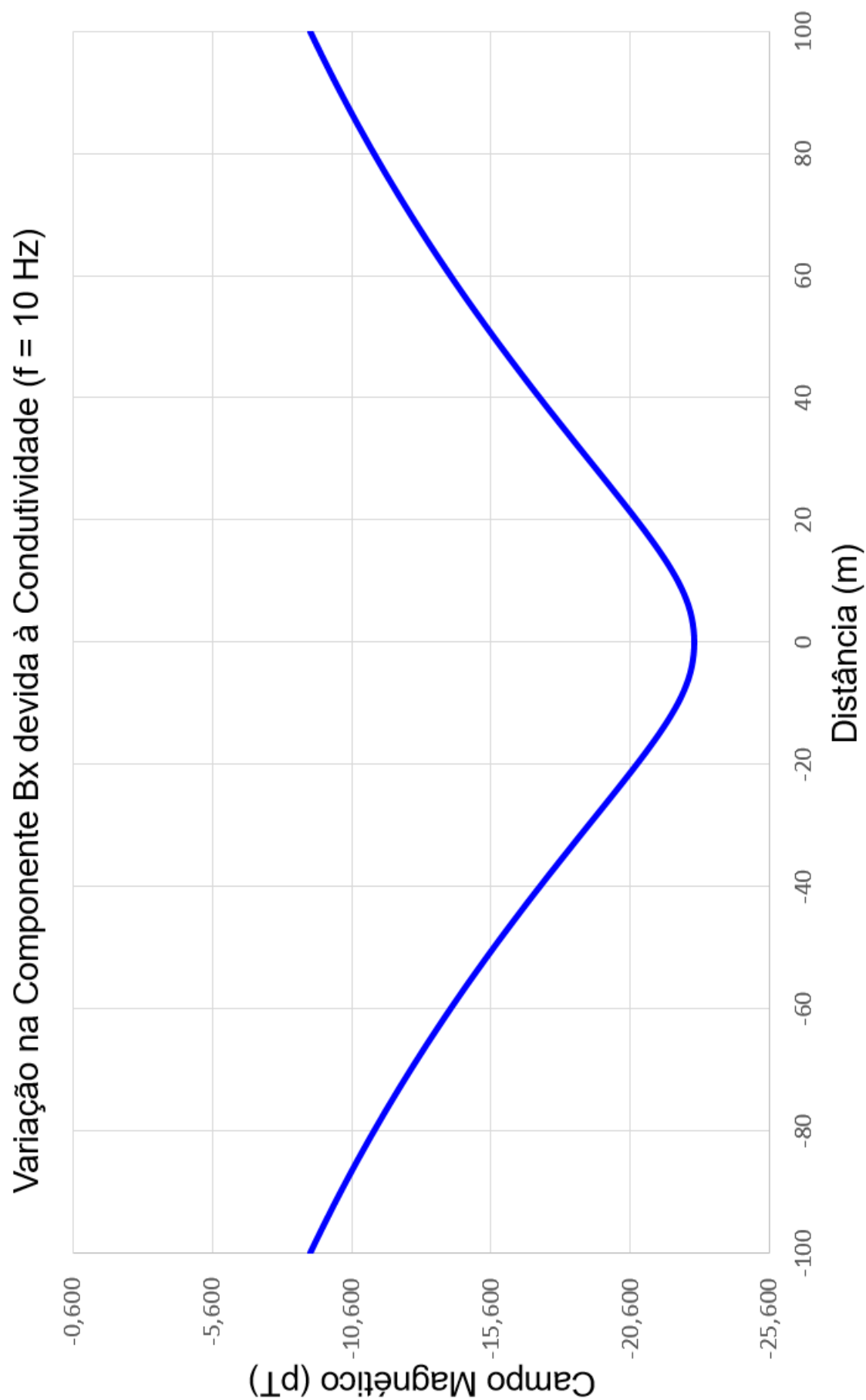


Figura 3.13: Efeito da Condutividade na Componente Bx, $f=10$ Hz, elaborado pelo autor (2026).

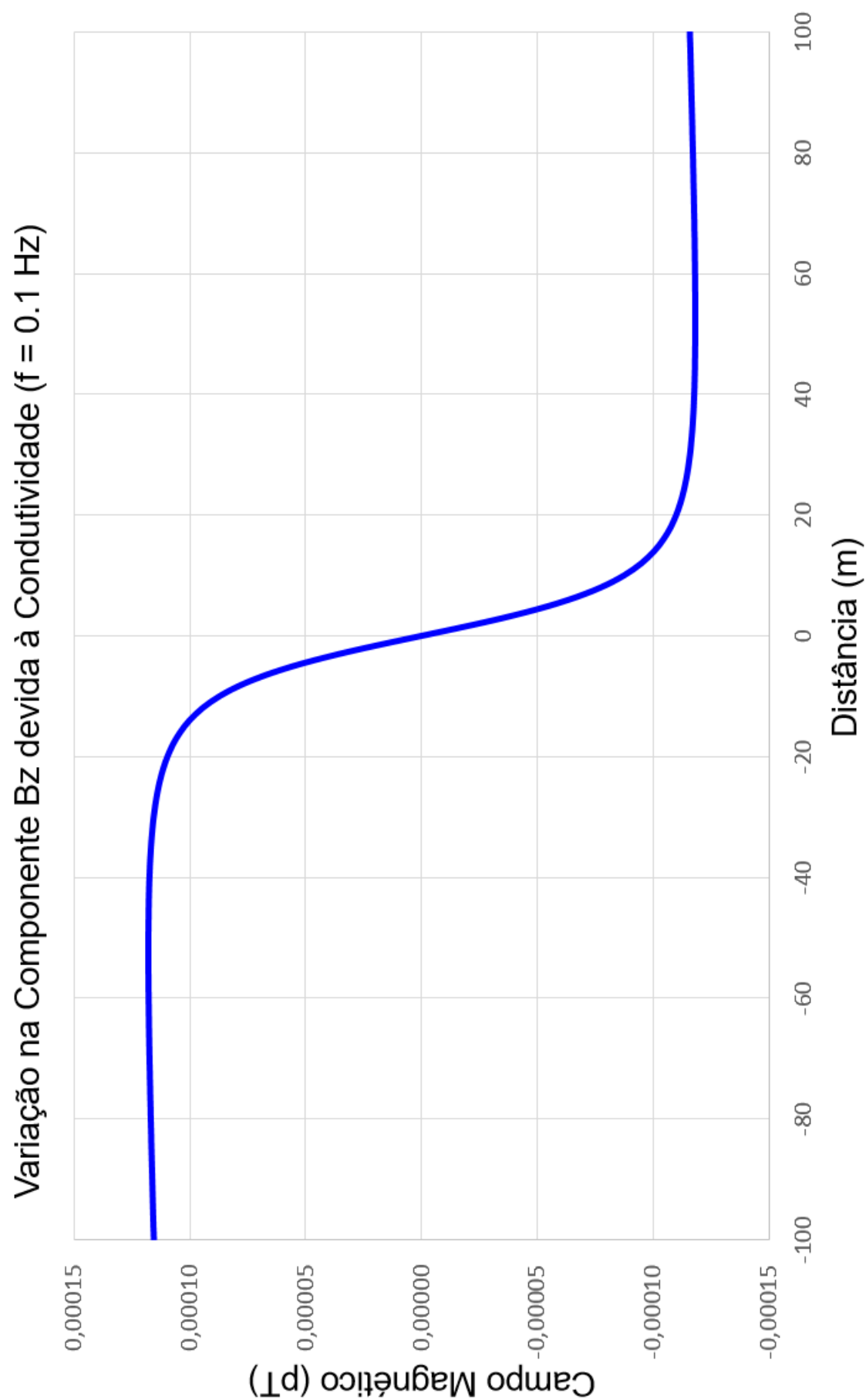


Figura 3.14: Efeito da Condutividade na Componente B_z , $f=0.1$ Hz, elaborado pelo autor (2026).

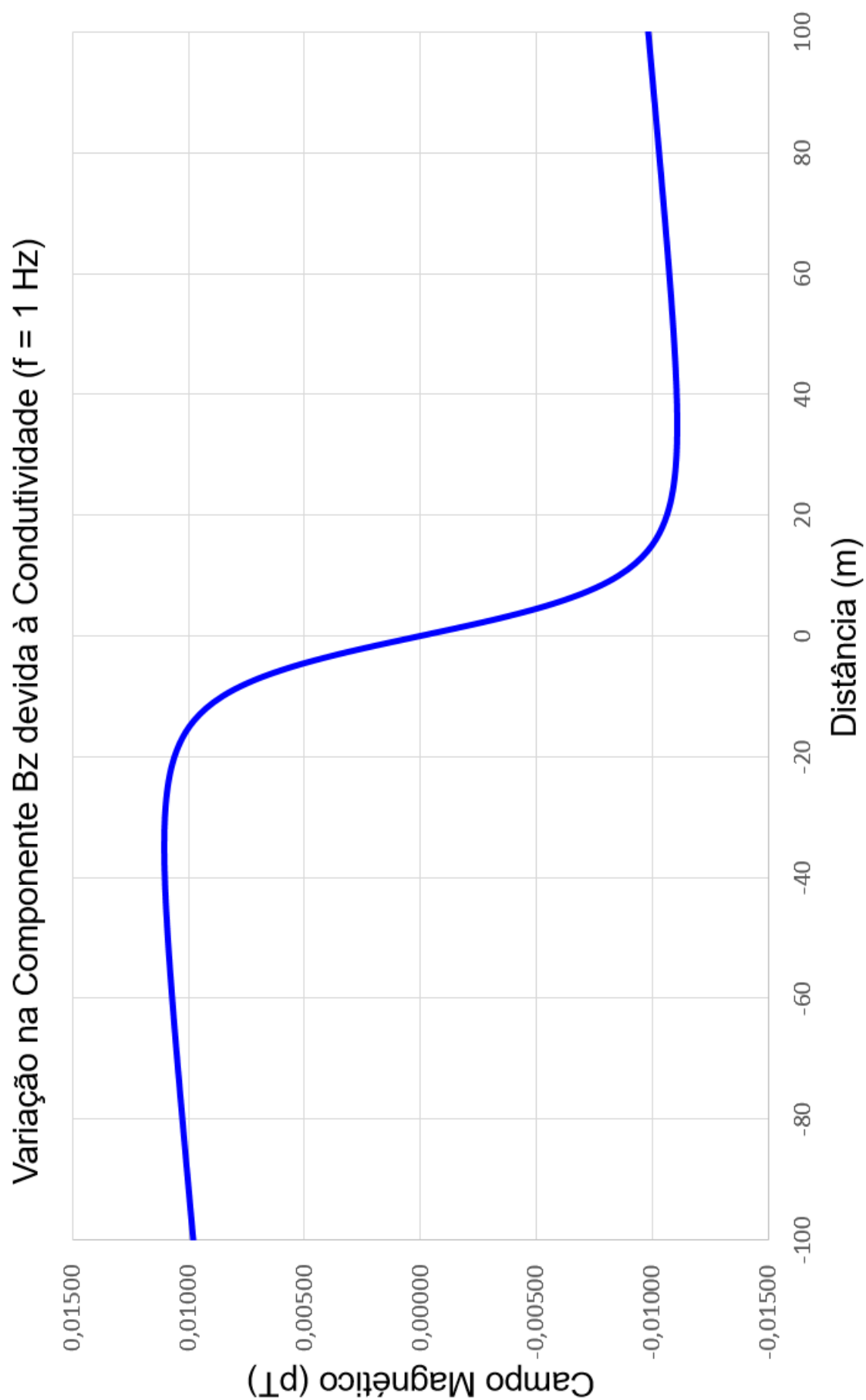


Figura 3.15: Efeito da Condutividade na Componente B_z , $f=1$ Hz, elaborado pelo autor (2026).

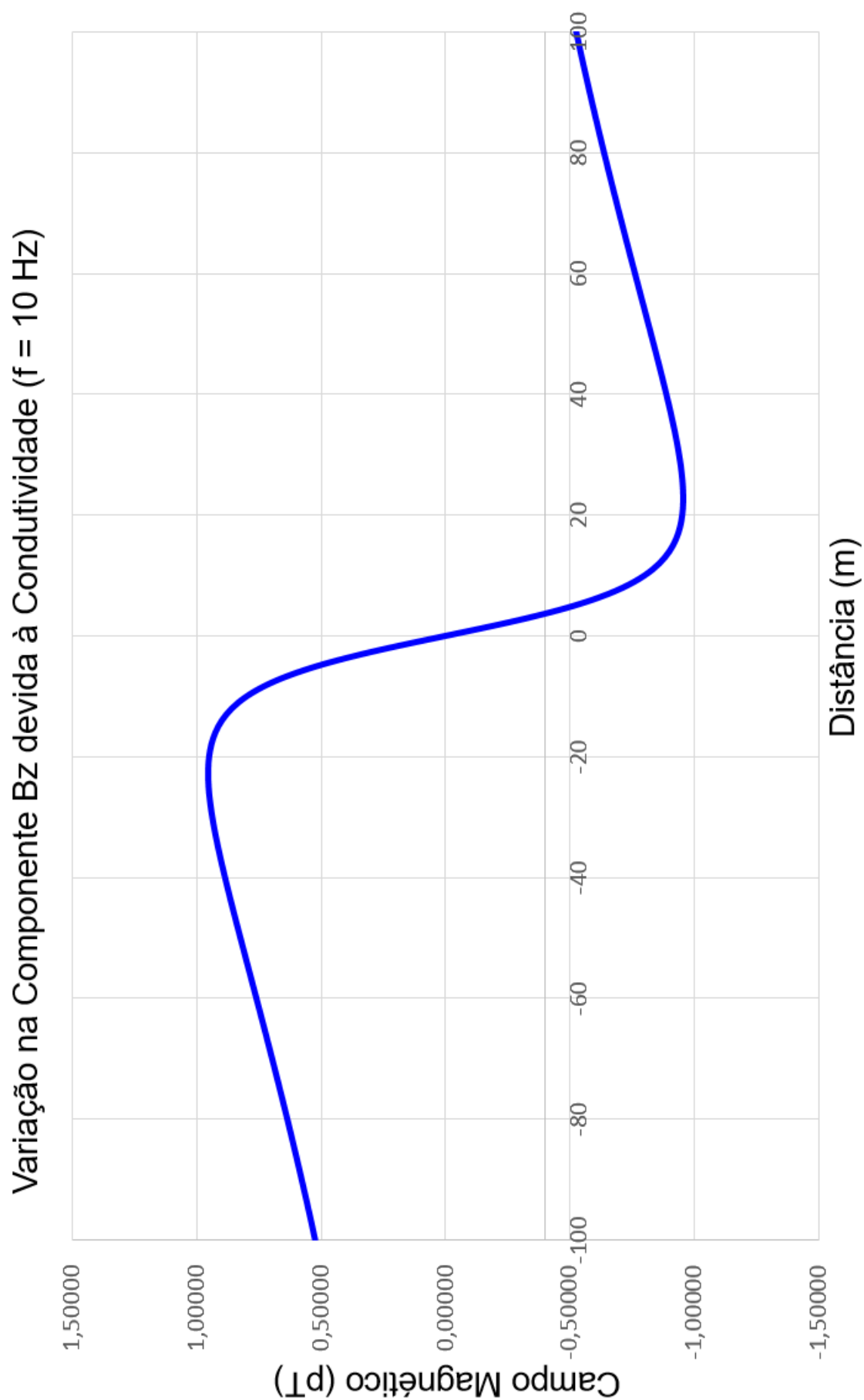


Figura 3.16: Efeito da Condutividade na Componente Bz, $f=10 \text{ Hz}$, elaborado pelo autor (2026).

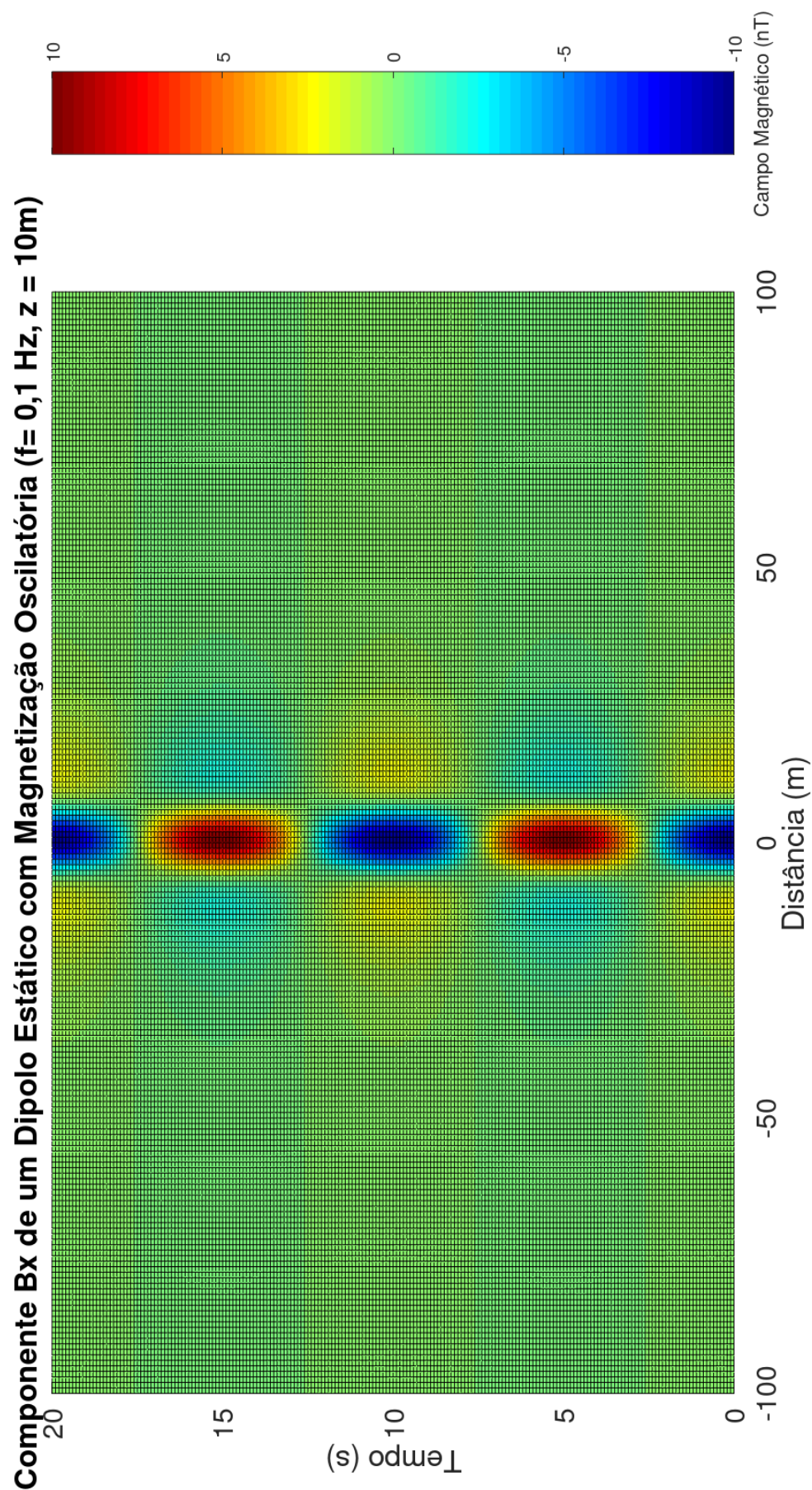


Figura 3.17: Mapa espaço-temporal da componente Bx do dipolo estático com magnetização oscilatória ($f=0.1$ Hz) centrado no meio da raia (0,0,10 m), elaborado pelo autor (2026).

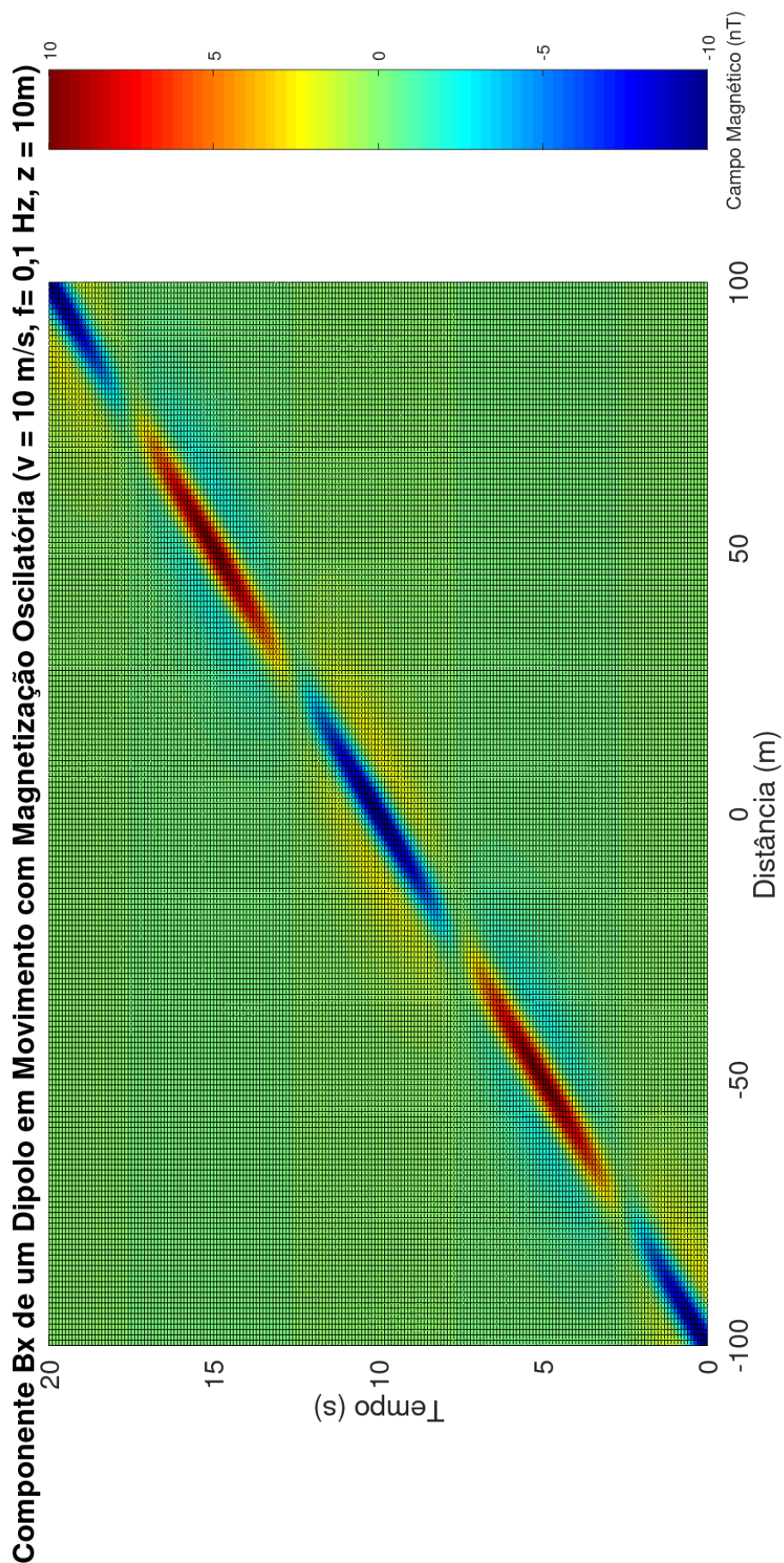


Figura 3.18: Mapa espaço-temporal da componente B_x do dipolo móvel ($v=10$ m/s) com magnetização oscilatória ($f=0.1$ Hz) posicionado inicialmente em $(-100,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).

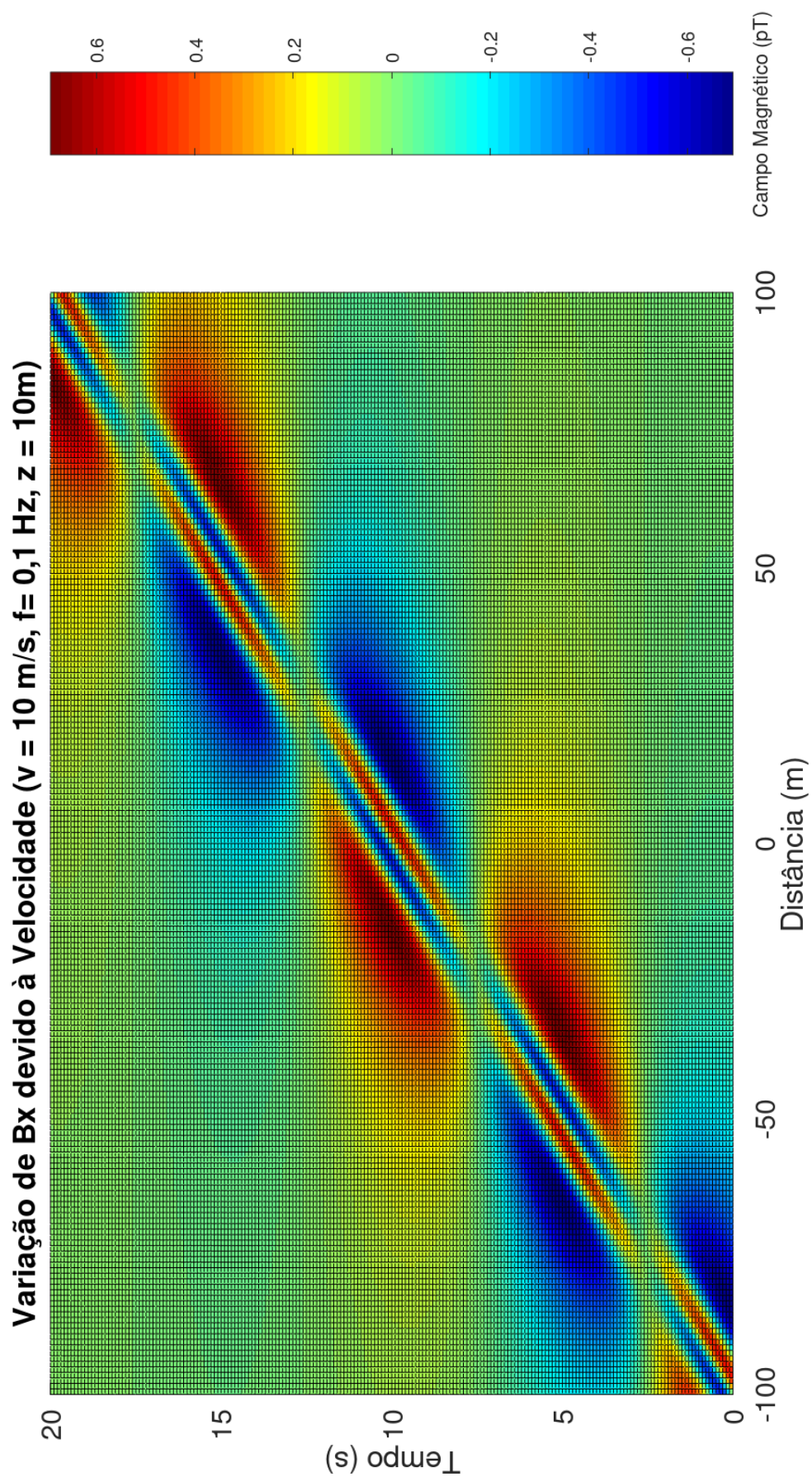


Figura 3.19: Mapa espaço-temporal da variação da componente B_x devido à velocidade, elaborado pelo autor (2026).

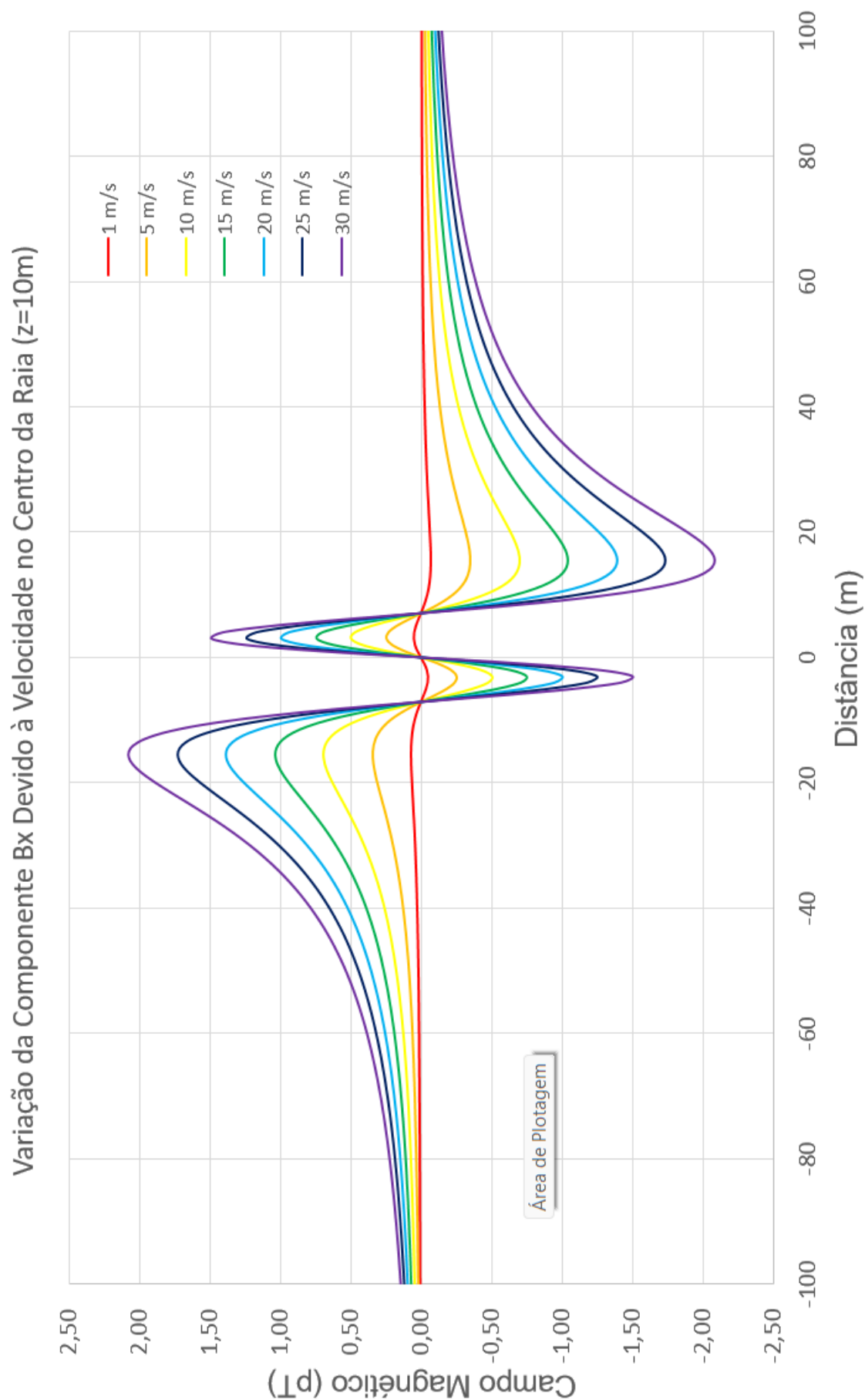


Figura 3.20: Efeito da variação da velocidade na anomalia registrado no centro da Raia $(0,0,10\text{m})$ - componente Bx, elaborado pelo autor (2026).

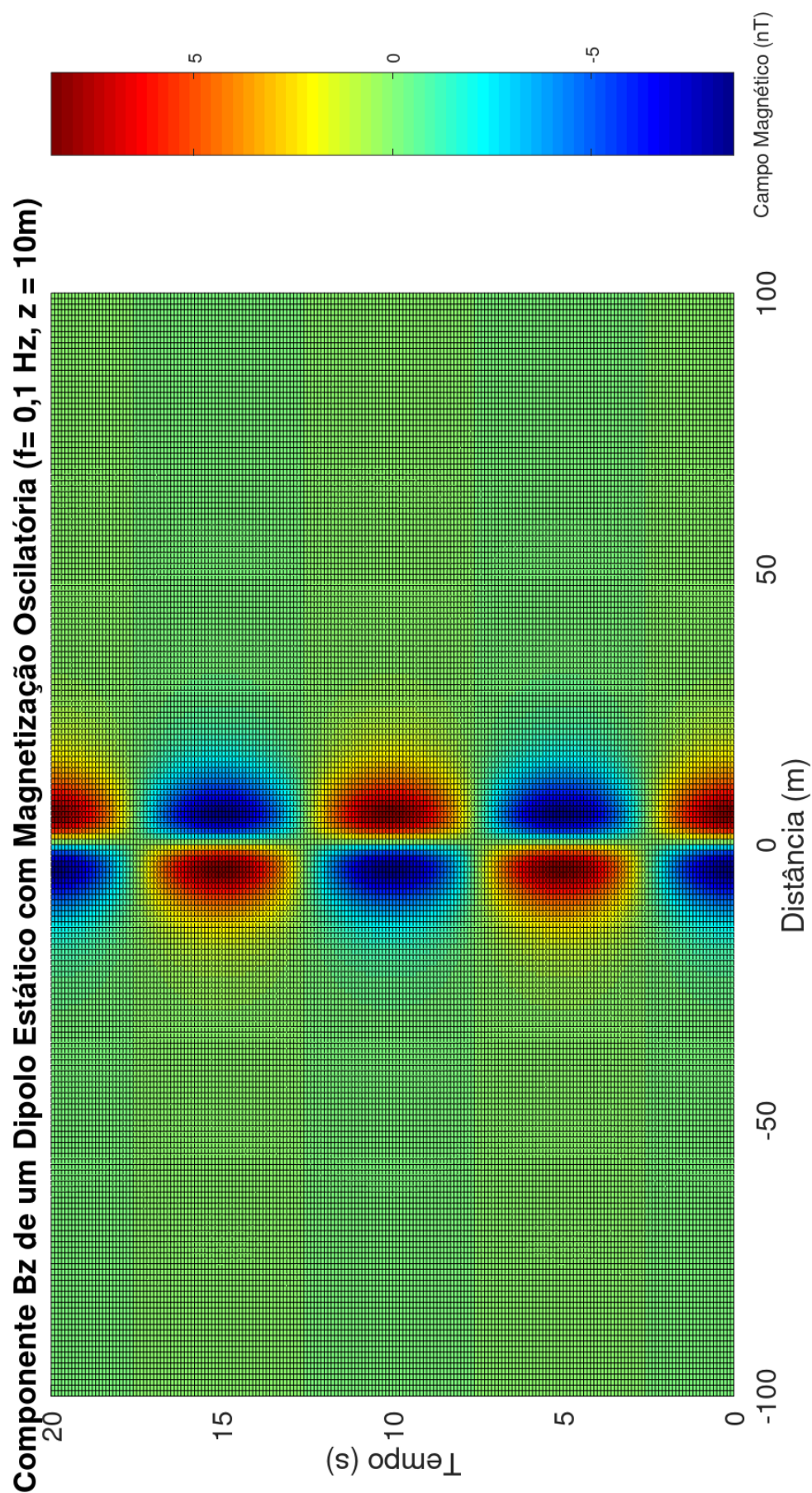


Figura 3.21: Mapa espaço-temporal da componente Bz do dipolo estático com magnetização oscilatória ($f=0,1$ Hz) centrado no meio da raia (0,0,10 m), elaborado pelo autor (2026).

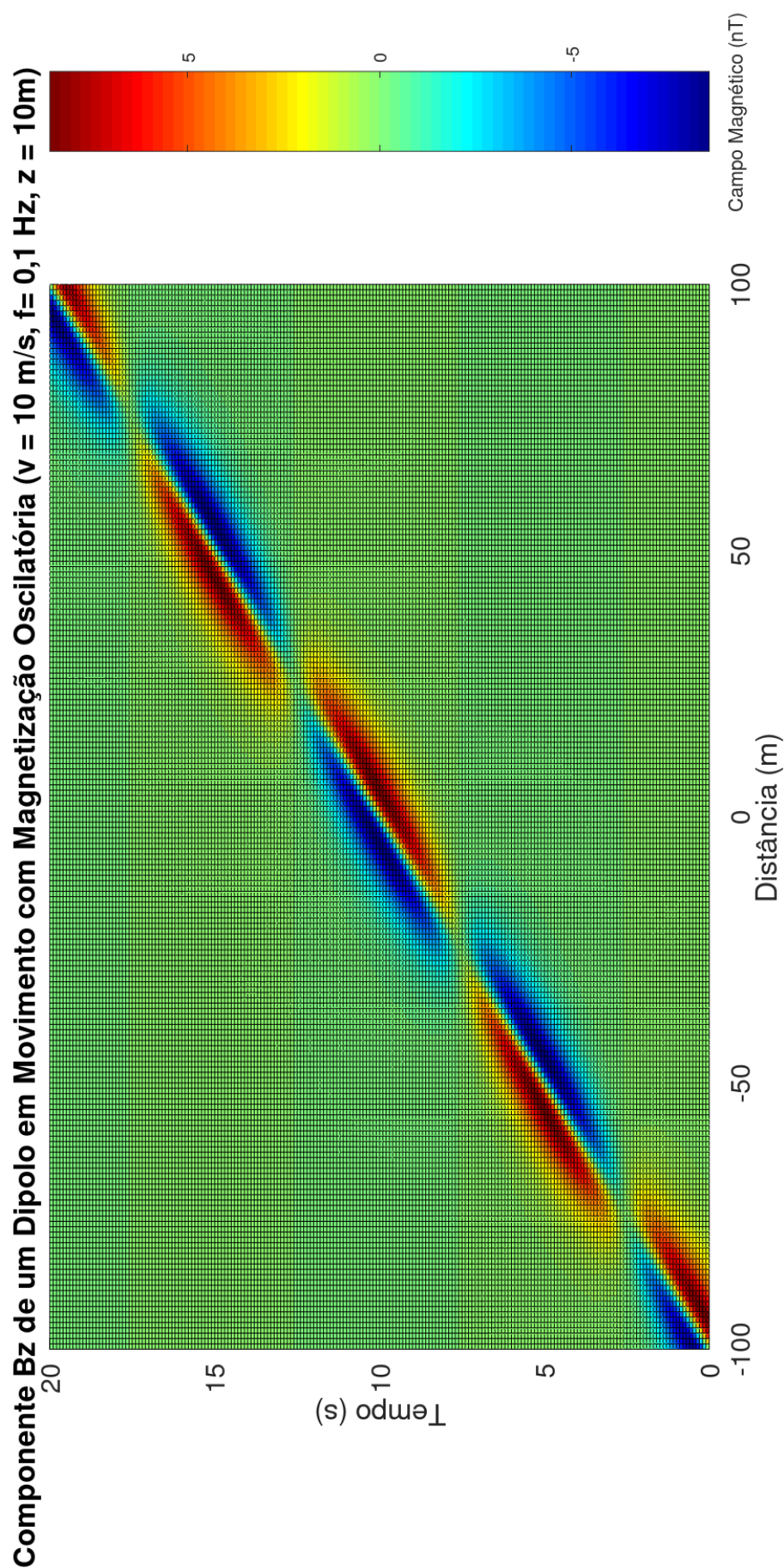


Figura 3.22: Mapa espaço-temporal da componente B_z do dipolo móvel ($v=10$ m/s) com magnetização oscilatória ($f=0.1$ Hz) posicionado inicialmente em $(-100,0,0)$, elaborado pelo autor (2026).

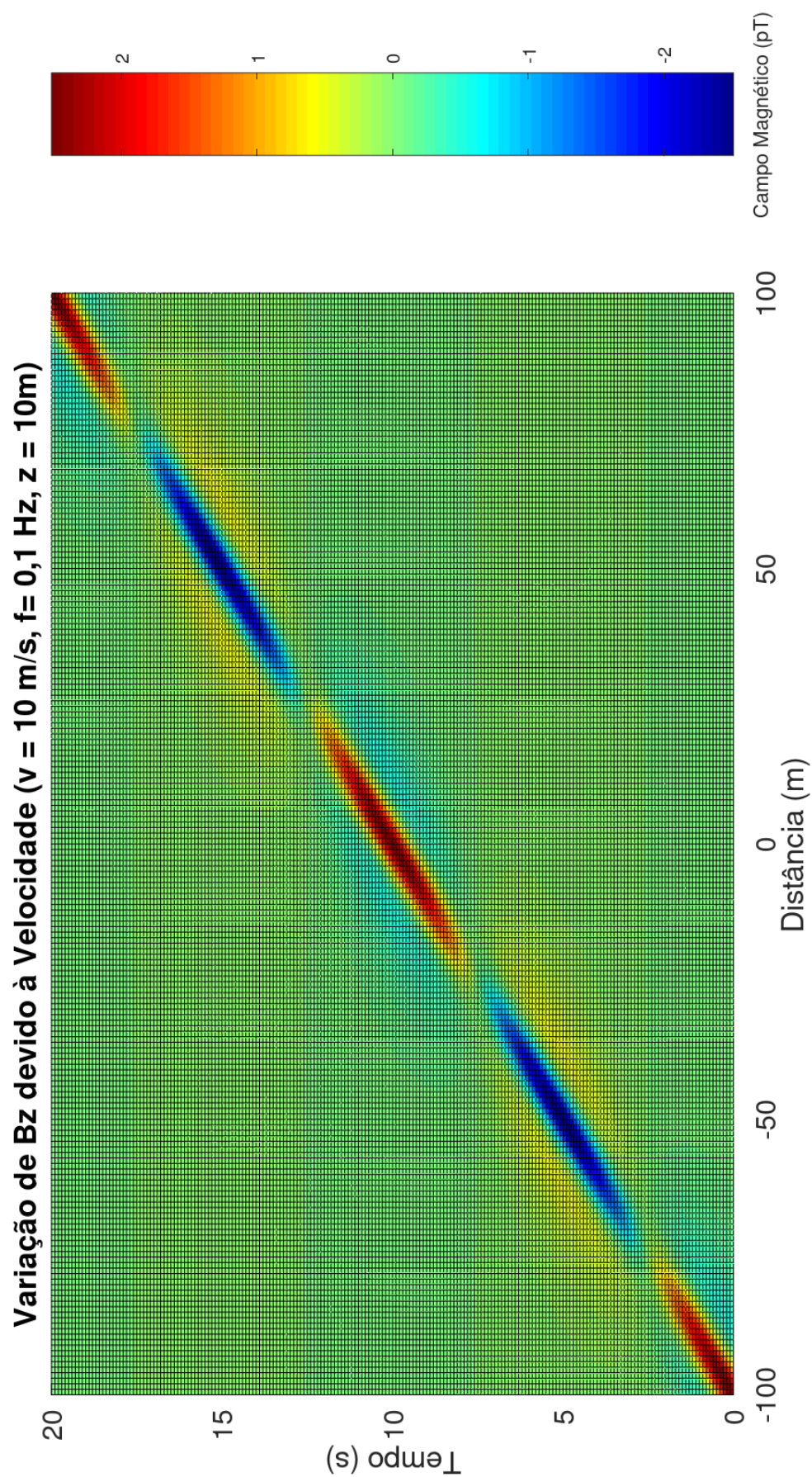


Figura 3.23: Mapa espaço-temporal da variação da componente B_z devido à velocidade, elaborado pelo autor (2026).

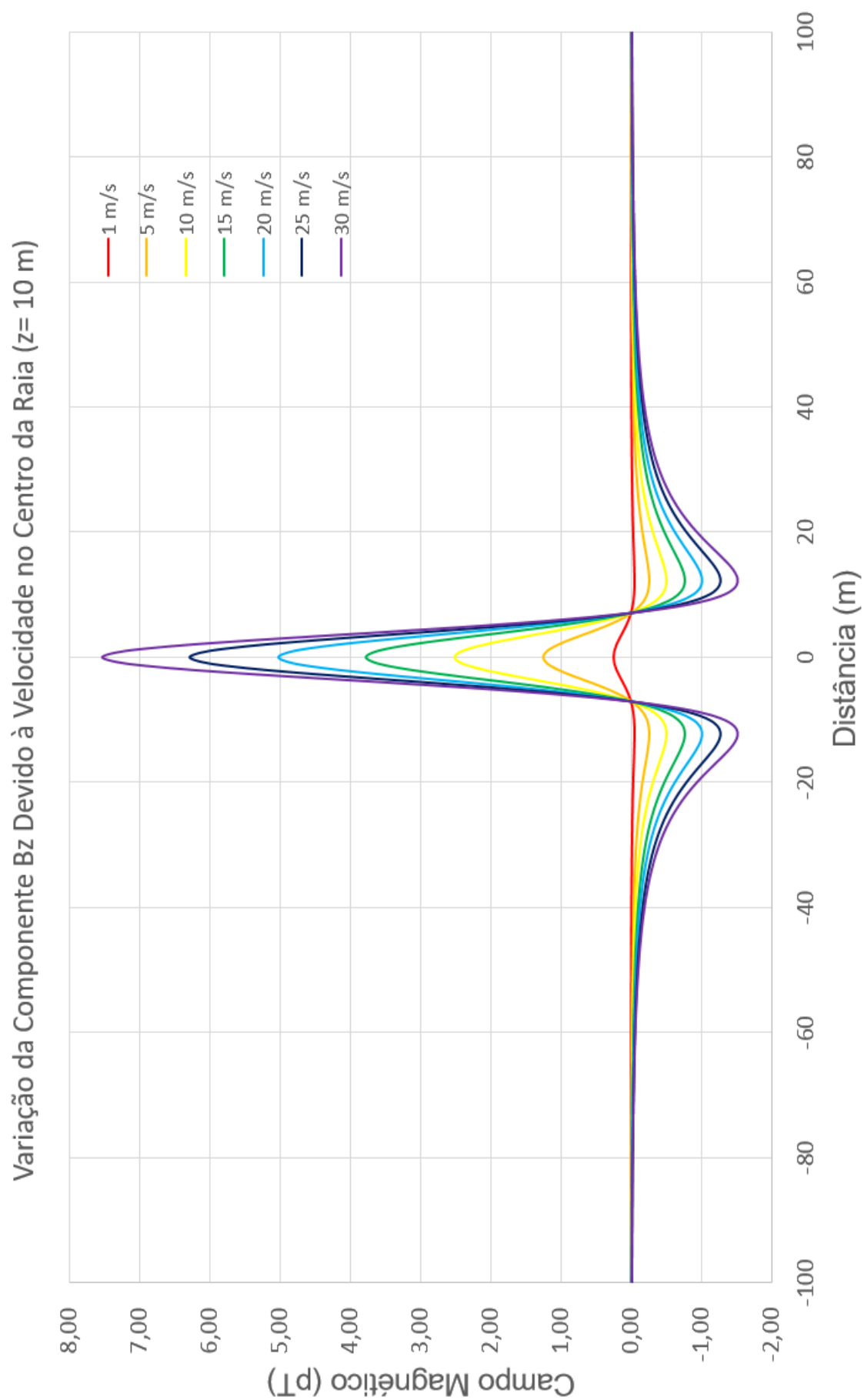


Figura 3.24: Efeito da variação da velocidade na anomalia - componente Bz, elaborado pelo autor (2026).

3.4 Efeitos de um Dipolo Móvel no Mar - Surgimento de Campo Elétrico

Além da variação no campo magnético, outro efeito notável ocasionado pela mobilidade de um dipolo magnético é o surgimento de campo elétrico. Conforme previsto pela Equação 3.11, a variação temporal do vetor potencial magnético de Hertz gera campo elétrico.

$$\vec{e} = -\mu \nabla \times \frac{\partial \vec{\pi}^*}{\partial t} \quad (3.41)$$

Para o estudo em questão, como $\vec{\pi}^*$ possui apenas componente horizontal:

$$\vec{e} = -\mu \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \pi^*}{\partial t} \vec{j} + \mu \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \pi^*}{\partial t} \vec{k} \quad (3.42)$$

Substituindo a equação 3.21 em 3.11, obtém-se:

$$\begin{aligned} \vec{e} = & \frac{-\mu m_x (z - z_0)}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu \sigma v (x - x_0 - vt)}{2} - \alpha_i R(t)} \left[\left(\alpha_r \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) - \alpha_i \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \right) \right. \\ & \left(\frac{\mu \sigma v^2}{2R(t)} + \frac{3v(x - x_0 - vt)}{R(t)^3} \right) + \frac{\omega_0 (\alpha_r \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) - \alpha_i \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)))}{R(t)} \\ & + \frac{\omega_0 \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} - \frac{\mu \sigma v^2 \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{2R(t)^2} + \frac{2\alpha_i \alpha_r v (x - x_0 - vt) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} \\ & \left. + \frac{v(x - x_0 - vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} (\alpha_r^2 - \alpha_i^2) - \frac{3v(x - x_0 - vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^4} \right] \vec{j} \\ & + \frac{\mu m_x (y - y_0)}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu \sigma v (x - x_0 - vt)}{2} - \alpha_i R(t)} \left[\left(\alpha_r \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) - \alpha_i \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) \right) \right. \\ & \left(\frac{\mu \sigma v^2}{2R(t)} + \frac{3v(x - x_0 - vt)}{R(t)^3} \right) + \frac{\omega_0 (\alpha_r \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)) - \alpha_i \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t)))}{R(t)} \\ & + \frac{\omega_0 \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} - \frac{\mu \sigma v^2 \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{2R(t)^2} + \frac{2\alpha_i \alpha_r v (x - x_0 - vt) \text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} \\ & \left. + \frac{v(x - x_0 - vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^2} (\alpha_r^2 - \alpha_i^2) - \frac{3v(x - x_0 - vt) \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R(t))}{R(t)^4} \right] \vec{k} \end{aligned} \quad (3.43)$$

A fim de verificar casos particulares da expressão acima, as equações do campo elétrico para um dipolo estático com magnetização oscilatória são ($v = 0, \omega_0 \neq 0, \alpha_i = \alpha_r = \alpha = \sqrt{\frac{\mu \sigma \omega_0}{2}}$):

$$\begin{aligned} \vec{e} = & \frac{\mu m_x (z - z_0) \omega_0}{4\pi R} e^{-\alpha_i R} \left[\frac{\alpha (\text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R) - \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R))}{R} - \frac{\text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R)}{R^2} \right] \vec{j} \\ & - \frac{\mu m_x (y - y_0) \omega_0}{4\pi R} e^{-\alpha_i R} \left[\frac{\alpha (\text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R) - \text{cos}(\omega_0 t - \alpha_r R))}{R} - \frac{\text{sen}(\omega_0 t - \alpha_r R)}{R^2} \right] \vec{k} \end{aligned} \quad (3.44)$$

E ao tornar nula a frequência de oscilação ($v \neq 0, \omega_0 = 0, \alpha_i = \frac{\mu\sigma v}{2}, \alpha_r = 0$), obtém-se:

$$\begin{aligned} \vec{e} = & \frac{\mu m_x (z - z_0)}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v [(x - x_0 - vt) + R(t)]}{2}} \left[\frac{\mu^2 \sigma^2 v^3}{4R} + \frac{\mu^2 \sigma^2 v^3 (x - x_0 - vt)}{4R(t)^2} + \frac{\mu\sigma v^2}{2R(t)^2} \right. \\ & \left. + \frac{3\mu\sigma v^2 (x - x_0 - vt)}{2R(t)^3} + \frac{3v(x - x_0 - vt)}{R(t)^4} \right] \vec{j} \\ & - \frac{\mu m_x (y - y_0)}{4\pi R(t)} e^{-\frac{\mu\sigma v [(x - x_0 - vt) + R(t)]}{2}} \left[\frac{\mu^2 \sigma^2 v^3}{4R} + \frac{\mu^2 \sigma^2 v^3 (x - x_0 - vt)}{4R(t)^2} + \frac{\mu\sigma v^2}{2R(t)^2} \right. \\ & \left. + \frac{3\mu\sigma v^2 (x - x_0 - vt)}{2R(t)^3} + \frac{3v(x - x_0 - vt)}{R(t)^4} \right] \vec{k} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Os gráficos abaixo representam os mapas espaço temporais para três diferentes condições no cenário definido na Figura 3.1 (como a faixa situa-se no eixo horizontal, apenas a componente transversal do campo é representada): (1) dipolo com velocidade constante e magnetização fixa (Figura 3.25), (2) dipolo estacionário no centro da faixa de medição com magnetização oscilatória (Figura 3.26), e (3) dipolo se movendo com velocidade constante e magnetização oscilatória (Figura 3.27). A Figura 3.28 exibe o surgimento do campo variando a velocidade entre 1 e 30 m/s para a magnetização oscilatória de 0,1 Hz (diferença entre o instante em que o dipolo passa no meio da faixa e o caso estacionário). O efeito da mobilidade de um corpo magnetizado pode ser significante em navios ferromagnéticos pois estes podem produzir, além da anomalia magnética, outra fonte de campo elétrico (além da origem eletroquímica) que pode atuar como mecanismo precursor de dispositivos explosivos, tais como minas navais. Para o cenário apresentado o valor do campo gerado está na ordem de nV/m, mas pode facilmente atingir mV/m em grandes navios em menores profundidades. Um outro aspecto digno de nota é verificar que o campo elétrico devido ao efeito da magnetização só existe quando há velocidade. No entanto, mesmo em um ambiente não condutor ($\sigma = 0$) tal efeito pode ser identificado, uma vez que a última parcela da equação não envolve a grandeza física da condutividade.

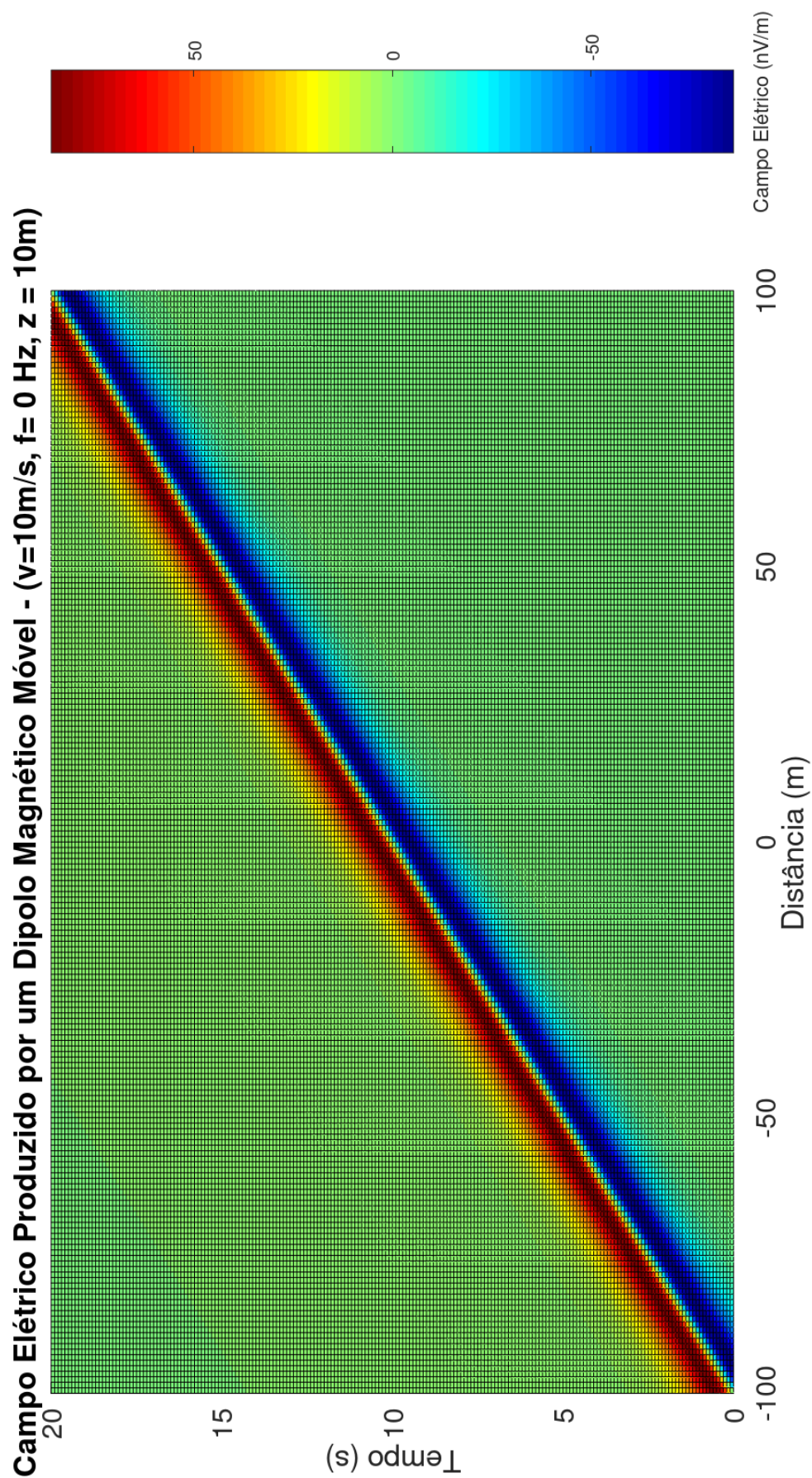


Figura 3.25: Campo elétrico (componente e_y) do dipolo magnético com velocidade constante inicialmente posicionado em $(-100,0,0\text{ m})$ se movendo à 10 m/s , elaborado pelo autor (2026).

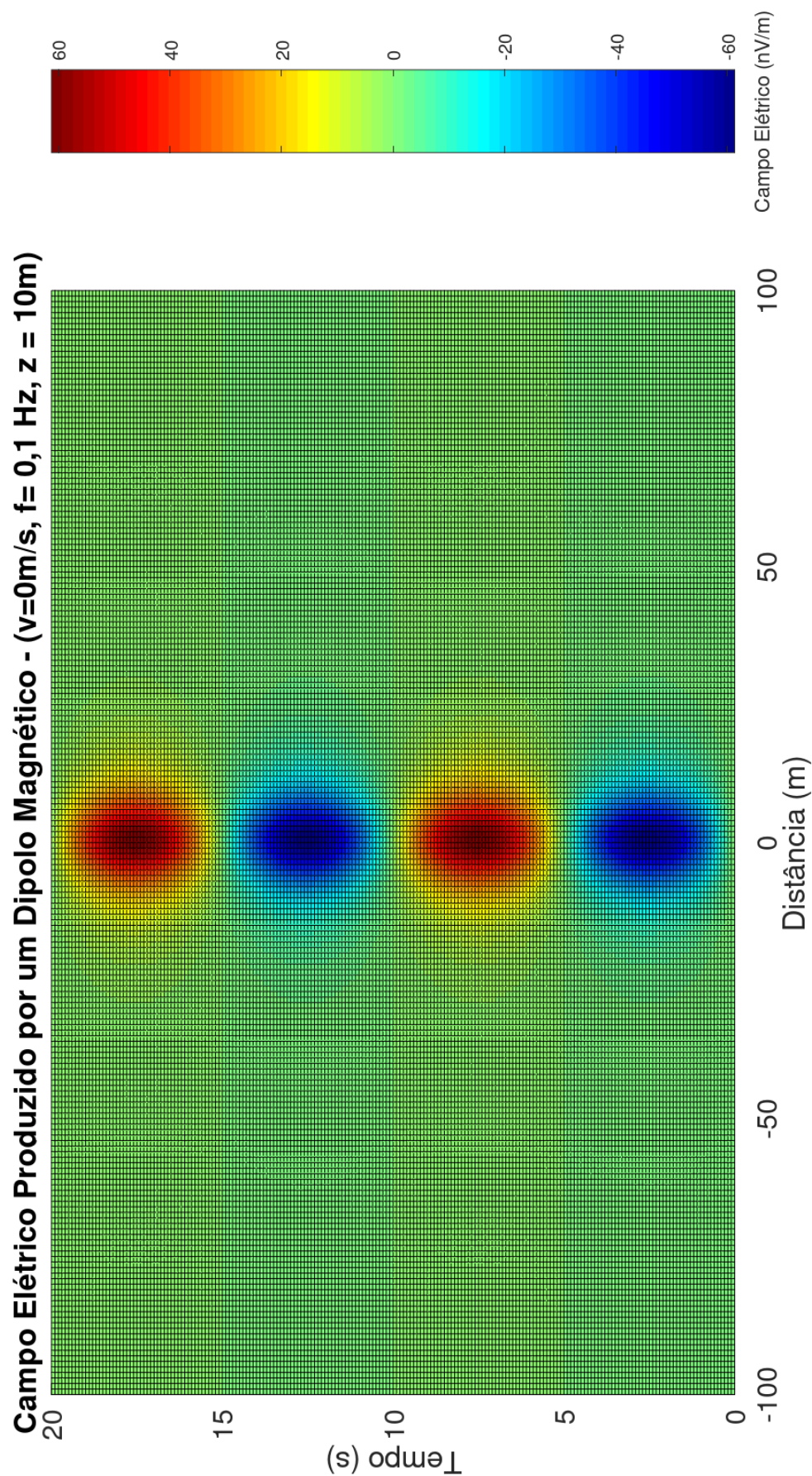


Figura 3.26: Campo elétrico (componente e_y) gerado por um dipolo com magnetização oscilatória de 0,1 Hz no centro da raia, elaborado pelo autor (2026).

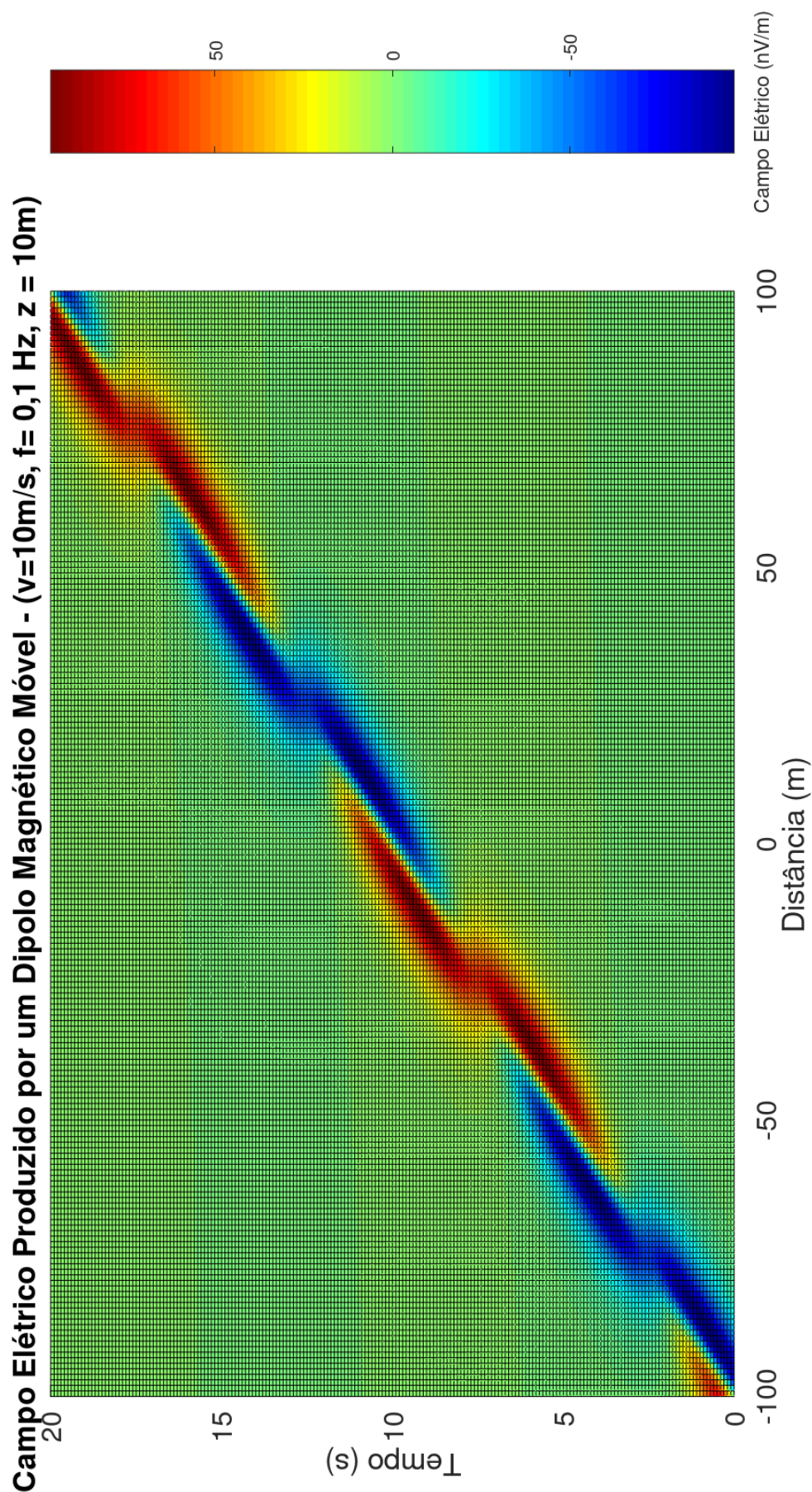


Figura 3.27: Campo elétrico (componente e_y) do dipolo magnético com magnetização oscilatória e velocidade constante (10 m/s) inicialmente posicionado em $(-100,0,0\text{ m})$, elaborado pelo autor (2026).

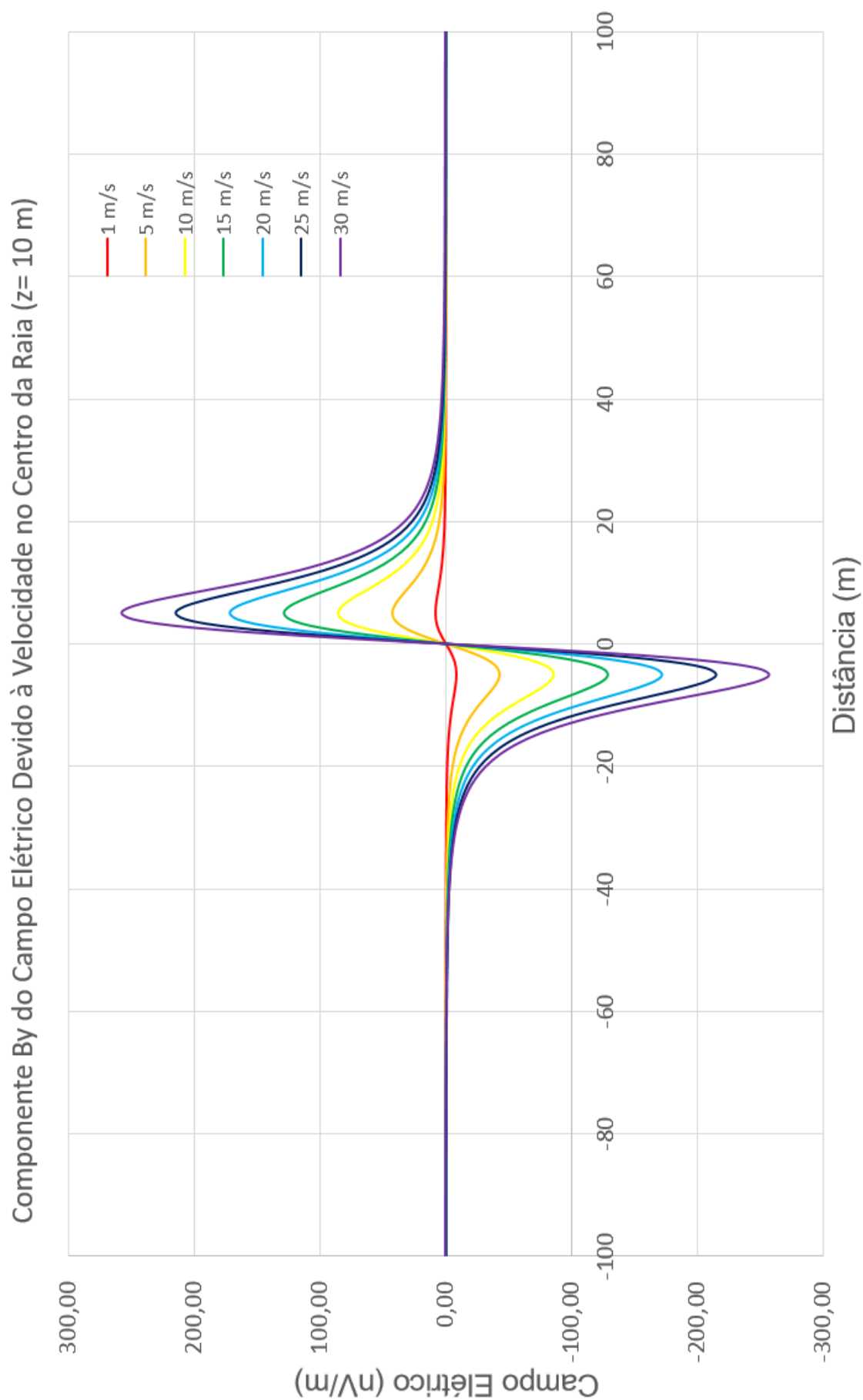


Figura 3.28: Variação do campo elétrico (componente e_y) do dipolo magnético com a velocidade (medição no centro da raia), elaborado pelo autor (2026).

4

Conclusões

Através da pesquisa realizada no Capítulo 1, conclui-se que:

- O mar é um ambiente eletromagnético dispersivo no qual as propriedades de condutividade elétrica e permissividade dielétrica podem sofrer consideráveis variações, sobretudo para altos valores de frequência. Por ser não magnético, apenas a permeabilidade magnética pode ser considerada como um parâmetro real e constante;
- Modelos teóricos ajustados empiricamente prevêem a caracterização da variabilidade da condutividade elétrica e permissividade dielétrica da água do mar para faixas específicas de temperatura, salinidade, pressão e frequência. Importantes questões ainda precisam ser esclarecidas para a permissividade dielétrica em baixas frequências, embora a influência deste parâmetro no número de onda “ k ” seja significativamente reduzida nessa faixa;
- Sinais eletromagnéticos de baixa frequência são os mais adequados para aplicações marinhas, pois sofrem baixa atenuação e defasagem, mantendo a integridade do sinal em maiores alcances; e
- Os oceanos atuam como um imenso filtro passa-baixas na qual campos magnetostáticos são indiferentes ao meio ar/água do mar.

O apanhado teórico exibido no Capítulo 2 reforçou que:

- O CMT é composto pelo CMP, CE e campo crustal. Para a análise da anomalia magnética de um determinado corpo magnetizado, a influência dessas 3 componentes precisa ser compreendida e removida;

- Particularidades do ferromagnetismo dificultam a análise da magnetização devido à existência da parcela remanente, que não pode ser modelada devido ao histórico do material, em contraste com a componente induzida, que pode ser estudada analiticamente;
- Para a obtenção do campo indução magnética produzido por um corpo magnetizado, é mais conveniente definir a expressão do potencial magnético aplicando em seguida o operador gradiente; e
- Para o cálculo do campo magnético gerado por corpos magnetizados com geometrias complexas, soluções computacionais baseadas em aproximações elementares são necessárias. A depender da distância em questão, todos os corpos podem ser aproximados por dipolos magnéticos.

Com base nas análises algébricas e gráficas obtidas para o cenário proposto no Capítulo 3, conclui-se que:

- Um dipolo magnético móvel em um ambiente condutor gera uma anomalia magnética no campo magnético quando comparado ao caso estático. Esta anomalia pode ser considerada desprezível em baixas velocidades, por dificilmente poder ser distinguível do ruído em medições reais;
- A anomalia magnética só é gerada em ambiente condutor;
- Um dipolo magnético móvel cria um campo elétrico cuja intensidade é proporcional ao momento magnético do dipolo e também à velocidade;
- O campo elétrico produzido por um dipolo magnético móvel também é gerado em um meio não condutor; e
- O desenvolvimento algébrico desenvolvido para a magnetização horizontal pode ser replicado para magnetizações verticais e transversais no cenário cujo meio é considerado infinito, adequando-se apenas a análise vetorial do desenvolvimento matemático.

A pesquisa realizada indica haver potencial de exploração científica para considerar efeitos da mobilidade de um corpo magnetizado com geometria complexa (através da representação por dipolos elementares) além do efeito de interfaces com outros meios, tais como duas camadas (mar/ar) e três camadas (ar/água do mar e solo marinho), onde fenômenos de reflexão e refração de campos secundários podem modificar significativamente os campos em virtude da diferença das propriedades eletromagnéticas.

Referências Bibliográficas

- Amarante, Eduardo & Sampaio, E. (2021) Analysis of magnetic field components anomalies due to homogeneous polyhedrons, *Brazilian Journal of Geophysics*, **39**.
- Apel, J. R. (2013) *Principles of ocean physics*, vol. 38, Elsevier.
- Blakely, R. J. (1996) *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge university press.
- Chave, A. D.; Constable, S. C. e Edwards, R. N. (1991) *Electrical exploration methods for the seafloor*.
- Coey, J. M. (2010) *Magnetism and magnetic materials*, Cambridge university press.
- Debye, P. J. W. (1929) *Polar Molecules*, Dover Publications.
- Feynman, Richard P & Leighton, R. B. e Sandes, M. (2008) *Lições de física de feynman–eletromagnetismo e matéria*.
- Fowler, C. M. R. (1990) *The solid earth: an introduction to global geophysics*, Cambridge University Press.
- Hagen, Marilia & Azevedo, A. (2023) Investigation of potential factors on south atlantic magnetic anomaly, *Open Journal of Earthquake Research*, **13**(1):1–26.
- Halliday, David & Resnick, R. e Krane, K. S. (1996) *Física 3*, vol. 3, LTC.
- Hansen, Don A & Heinrichs Jr, W. E. . H. R. C. . M. R. E. . R. G. R. . S. J. S. . W. S. H. (1967) *Mining geophysics volume ii, theory*, Geophysics.
- Hattab, Ghaith & El-Tarhuni, M. . A.-A. M. . J. T. . Q. N. (2013) An underwater wireless sensor network with realistic radio frequency path loss model, *International journal of distributed sensor networks*, **9**(3):508708.
- Holmes, J. J. (2022) *Modeling a ship’s ferromagnetic signatures*, Springer Nature.

- ITU, R. (2021) Electrical characteristics of the surface of the earth, ITU-R P. 527-6.
- Jeffrey, I. e Brooking, B. (1998) A survey of new electromagnetic stealth technologies, In: *ASNE 21st Century Combatant Technology Symposium*, pp. 27–30.
- John, J. (2006) Exploitation of a ship's magnetic field signatures, *Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics*, pp. 23–35.
- Lowrie, William & Fichtner, A. (2020) *Fundamentals of geophysics*, Cambridge university press.
- Nyqvist, D.; Durif, C.; Johnsen, M. G.; De Jong, K.; Forland, T. N. e Sivle, L. D. (2020) Electric and magnetic senses in marine animals, and potential behavioral effects of electromagnetic surveys, *Marine environmental research*, **155**:104888.
- Ruiz-Suárez, F. G.-M. . J. (2012) Ac magnetic susceptibility at medium frequencies suggests a paramagnetic behavior of pure water, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, **324**(6):1129–1132.
- Sadiku, M. N. e Nelatury, S. (2001) *Elements of electromagnetics*, vol. 428, Oxford university press New York.
- Sampaio, E. (2006) Campo eletromagnético devido a uma linha de dipolos elétricos em um meio condutor (electromagnetic field due to a line of electric dipoles in a conductive medium).
- Sampaio, E. E. S. (2017) Propagation of radio and microwave frequency electromagnetic pulses in dielectric and magnetic dispersive media, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **55**(4):2340–2350.
- Stacey, Frank D & Davis, P. M. (2008) *Physics of the Earth*, Cambridge University Press.
- Stratton, J. A. (1941) *Electromagnetic Theory*, International Series in Physics, McGraw-Hill Book Company, New York and London, 1^o edic..
- Terra-Nova, F.; Amit, H.; Hartmann, Gelvam A & Trindade, R. I. e Pinheiro, K. J. (2017) Relating the south atlantic anomaly and geomagnetic flux patches, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **266**:39–53.
- Zheng, Zeyu & Fu, Y. . L. K. . X. R. . W. X. . S. H. (2018) Three-stage vertical distribution of seawater conductivity, *Scientific reports*, **8**(1):9916.

Agradecimentos

Apaixonado por exatas tardiamente, ingressei na engenharia quase como um acidente do destino. Na época, eu cuidava de um Rottweiler chamado Thor. Lembro-me como se fosse hoje: a dona do cão, Marise Tesch Kiefer, e seu marido, o “Careca” (cujo nome real até hoje não sei), da janela da casa de cima, falaram-me sobre o programa “Nossa Bolsa”, do governo do Espírito Santo, que concedia bolsas integrais em faculdades particulares para bons alunos da rede estadual. Naquele dia, eu tinha somente 50 centavos para comprar pão, mas optei por ir a uma lan house para me inscrever no programa (o valor dava direito a 30 minutos de internet, tempo suficiente). Marise e Careca (*in memoriam*), agradeço-lhes pela dica.

Algum tempo depois, ao me preparar para dar uma volta com meu grande companheiro Tico, um Beagle, deparo-me com Dona Rita, a diretora “general” da maravilhosa escola pública de Domingos Martins onde cursei o ensino fundamental e o médio. Ela estava parada na porta da minha casa segurando um jornal com a lista dos alunos agraciados e meu nome estava destacado como ganhador da bolsa integral para o curso de Engenharia Elétrica. Nunca esquecerei aquele dia. Dona Rita, nunca fui seu aluno de sala, mas a senhora é uma das cinco pessoas que tive a honra de conhecer e que admirarei por toda a vida. Representando todos os bons professores que tive, muito obrigado!

No dia da matrícula na Faculdade Novo Milênio, onde eu e minha mãe fomos levar a documentação, a funcionária Áurea, que irradiava simpatia, acolheu-nos com café e biscoitos. Estávamos tensos e com fome; sua gentileza aliviou nossa tensão e sua cordialidade saciou nossa fome. Muito obrigado, Áurea! Você também é uma das cinco pessoas por quem tenho profunda admiração e que marcaram minha vida com um gesto tão simples.

No quinto período, tive a honra de ser aluno do professor mais temido da faculdade, Luiz Gonzaga de Oliveira (*in memoriam*), na disciplina mais temida do curso: Eletromagnetismo. O conhecimento adquirido e suas sábias palavras no discurso de paraninfo, durante a formatura, penetraram em minha alma. O senhor é uma das cinco pessoas que tive a honra de

conhecer e que irei sempre admirar nesta curta jornada.

Na Marinha do Brasil - instituição da qual tive a honra de me tornar membro um mês após me formar em engenharia - meu agradecimento vai para o exemplo de engenheiro, gestor, militar, pai e ser humano: CMG (EN) Salvador. Sua humildade e maneira de conduzir, raras no mundo militar, são como um farol da minha carreira. O senhor também está entre as cinco pessoas que mais me marcaram na vida.

Ainda na Marinha, meu agradecimento especial vai para o CC Piter, que conduziu um processo seletivo de mestrado justo, no qual a meritocracia como critério supremo me fez ser escolhido para cursar e me especializar em Eletromagnetismo Marinho no curso de Pós-graduação em Geofísica da UFBA. Sua garra por inovar e buscar o melhor para nossa instituição também é um exemplo a ser seguido.

Aos meus professores do Mestrado, em especial ao Dr. Hédson Kiuiky Sato e ao meu orientador, Dr. Edson Sampaio, meu muito obrigado pelos ensinamentos de eletromagnetismo. Os senhores me ensinaram como a disciplina pode ser assimilada a uma colmeia de abelha onde, de maneira cautelosa, é possível extrair o “mel” e observar quão lindo é desbravar a matemática e física através das equações de Maxwell, onde pude observar e estudar um importante fenômeno pouco estudado na literatura. Professor Sampaio, seu cuidado com o corpo e mente, também marcou como uma das cinco pessoas mais influentes em minha vida.

À Mente cósmica universal, o meu agradecimento por ser uma de suas criações, por ter me proporcionado a vinda a este mundo por um portal especial: minha mãe, Arleide, que me concedeu o privilégio de conhecer o amor e me deu as condições de chegar até aqui e de seguir adiante.

Aos demais amigos e conhecidos que fizeram e fazem parte, de alguma forma, da minha jornada, meu muito obrigado!