

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE- FURG
CURSO DE GESTÃO EM OPERAÇÕES E LOGÍSTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

NOME COMPLETO: LÍVIO GUARDIANO

TÍTULO: PLANEJAMENTO DA POSIÇÃO PARA O MORTEIRO 81MM
ATRÁVES DA MODELAGEM COM PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

PÓS-GRADUAÇÃO *LATO SENSU*

RIO DE JANEIRO, RJ
2021

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO E APROVAÇÃO

AUTOR LÍVIO GUARDIANO

PLANEJAMENTO DA POSIÇÃO PARA O MORTEIRO 81MM ATRAVÉS DA MODELAGEM COM PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

Autorizo que o presente artigo científico apresentado ao Curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* da FURG, como requisito parcial para obtenção do certificado de Especialista em Gestão de Operações e Logística, e aprovado pelos professores responsáveis pela orientação e sua aprovação, seja utilizado para pesquisas acadêmicas de outros participantes deste ou de outros cursos, a fim de aprimorar o ambiente acadêmico e a discussão entorno das temáticas aqui propostas.

TÍTULO: PLANEJAMENTO DA POSIÇÃO PARA O MORTEIRO 81MM ATRAVÉS DA MODELAGEM COM PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA**AUTOR: LÍVIO GUARDIANO****ORIENTADORA: Prof.^a CATIA MARIA DOS SANTOS MACHADO****RESUMO**

É desejável que, nas operações de Fuzileiros Navais sejam ofensivas ou defensivas, o Batalhão de Infantaria de Fuzileiros Navais (BtlInfFuzNav), possa sempre contar com o maior poder de combate através de apoios externos e apoios orgânicos do Batalhão, que por sua vez possui o Pelotão de Morteiro 81mm. Dadas as demandas e as limitações para o posicionamento da arma, surge a busca do planejador para encontrar quais são as melhores posições (ou posições ótimas) para que as peças de morteiro, sejam capaz de atingir o maior número de alvos com o mínimo de deslocamento possível. Assim, modelado como um problema de programação linear inteira, o problema de planejamento pode ser facilitado na obtenção das posições ótimas para as peças. Partindo de alvos hipotéticos, distribuídos em posições aleatórias, o problema pode ser modelado com um problema p-medianas e p-centros, onde o número p é o número de peças de um pelotão de morteiro 81mm. Os resultados apontam, para o problema hipotético, na direção de que o número de peças para atingir todos os alvos é menor do que o esperado materializando um instrumento de apoio à tomada de decisão uma vez que oferece possíveis posições.

PALAVRAS-CHAVE: Planejamento de posição do morteiro 81mm, programação linear inteira, p-medianas.

PLANEJAMENTO DA POSIÇÃO PARA O MORTEIRO 81MM ATRAVÉS DA MODELAGEM COM PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

Lívio Guardiano¹, fnguardiano@hotmail.com

Declaro que sou autor(a)¹ deste Trabalho de Conclusão de Curso. Declaro também que o mesmo foi por mim elaborado e integralmente redigido, não tendo sido copiado ou extraído, seja parcial ou integralmente, de forma ilícita de nenhuma fonte além daquelas públicas consultadas e corretamente referenciadas ao longo do trabalho ou daqueles cujos dados resultaram de investigações empíricas por mim realizadas para fins de produção deste trabalho.

Assim, declaro, demonstrando minha plena consciência dos seus efeitos civis, penais e administrativos, e assumindo total responsabilidade caso se configure o crime de plágio ou violação aos direitos autorais. (Consulte a 3ª Cláusula, § 4º, do Contrato de Prestação de Serviços).

¹

fnguardiano@hotmail.com

1 INTRODUÇÃO

O Corpo de Fuzileiros Navais (CFN), com sua característica expedicionária, tem a capacidade de atuar através de um Grupamento Operativo de Fuzileiros Navais (GptOpFuzNav) em **operações anfíbias** ou em **operações terrestres de carácter naval**, contribuindo assim para o cumprimento da **missão da Marinha do Brasil (MB)**. Além disso, tem a especial tarefa básica de **projetar poder sobre terra**, fazendo jus a tropa de **caráter anfíbio** e compondo parcela do **conjugado anfíbio**. Assim, em relação ao nível **Unidade Anfíbia** (UAnf), o qual é nucleado por um Batalhão de Infantaria de Fuzileiros Navais (BtlInfFuzNav), em operação, devem contar com o pleno poder de combate advindo de seus **apoios orgânicos** e **apoios externos**.

Considera-se que, o máximo poder de combate de um BtlInfFuzNav se dá quando suas unidades de combate, apoio ao combate e apoio de serviço ao combate atuam de forma plena. Nesse sentido, surge a necessidade de otimização dos recursos, em especial, o elemento de apoio orgânico do BtlInfFuzNav, o Pelotão de Morteiro 81mm (PelMrt81mm), necessitando fazer um melhor planejamento com relação as posições que a arma irá assumir a fim de que se possa atingir seus alvos.

Assim, nesse planejamento, por parte do PelMrt81mm, as peças (armas) precisam satisfazer algumas condições para que sejam posicionadas. Atendendo as características do terreno, segurança e situação tática que são fatores variáveis, por outro lado o alcance do armamento é um fator fixo de forma que se torna viável a partir de alvos aleatórios encontrar as possíveis posições ótimas para que as peças de Mrt81mm atinjam o maior número de alvos com deslocamento mínimo possível. Ou ainda, dada a limitação de alcance do armamento, o número de peças de Mrt81mm que compõe o PelMrt81mm é possível determinar qual número máximo de alvos atingidos assumindo apenas uma posição para cada peça.

Nesse contexto, o trabalho é justificado na medida em que apoia o planejador de forma a otimizar a escolha da posição das peças levando em consideração o maior número de alvos atingidos.

Para isso, uma pesquisa bibliográfica foi realizada buscando, através da programação linear inteira, estudos sobre a análise das melhores posições para o morteiro, considerando limites fixos no alcance, posição dos alvos e o número de peças de morteiro.

O trabalho foi estruturado em três partes, sendo a primeira parte subdividida em cinco partes.

Na primeira subdivisão, seção 1, é apresentado objetivo geral e específico do trabalho. Na seção 2, segunda subdivisão comenta-se sobre a delimitação ao trabalho. Na terceira subdivisão, seção 3, o problema é exposto, onde o trabalho é justificado. Na quarta subdivisão, seção 4, é realizada a fundamentação teórica, trazendo conceitos da teoria dos grafos e programação linear inteira. Na quinta subdivisão, seção 5, é mostrado o modelo de programação linear inteira, que foi desenvolvido, a partir de um exemplo hipotético, para selecionar as melhores posições para o Mrt81mm.

Na segunda parte, são apresentadas as considerações finais e trabalhos futuros. E finalmente, na terceira parte, são expostas as referências consultadas.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 OBJETIVO

2.1.1 Objetivo Geral

Desenvolver um modelo de programação linear inteira, em uma situação hipotética de combate, para solucionar o problema do posicionamento das peças de Morteiro 81mm quanto ao maior número de alvos a serem atingidos.

2.1.2 Objetivo Específico

- a) Realizar uma revisão bibliográfica sobre grafos e problemas de programação linear inteira;
- b) Definir um modelo viável, para o posicionamento das peças de Morteiro 81mm em uma situação hipotética, para validação do modelo;
- c) Formular matematicamente o problema definido por uma situação hipotética;
- d) Apresentar uma solução para o problema.

2.2 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho fica delimitado a aplicação sobre uma situação hipotética de combate, mostrada na Figura 1, onde alvos e possíveis posições são estabelecidas para as peças de morteiro.

Entretanto, cabe salientar que como a situação é hipotética, não foi levado em consideração fatores de posicionamento do PelMrt81mm, no que diz respeito à natureza do solo, malha viária e massa cobridora.

Assim, a abrangência do estudo, fica limitada a região particularizada que engloba 7 alvos e o alcance útil do Mrt81mm. No entanto, entende-se que de forma análoga o trabalho pode ser particularizado para o Mrt60mm ou extrapolado para o Mrt120mm.

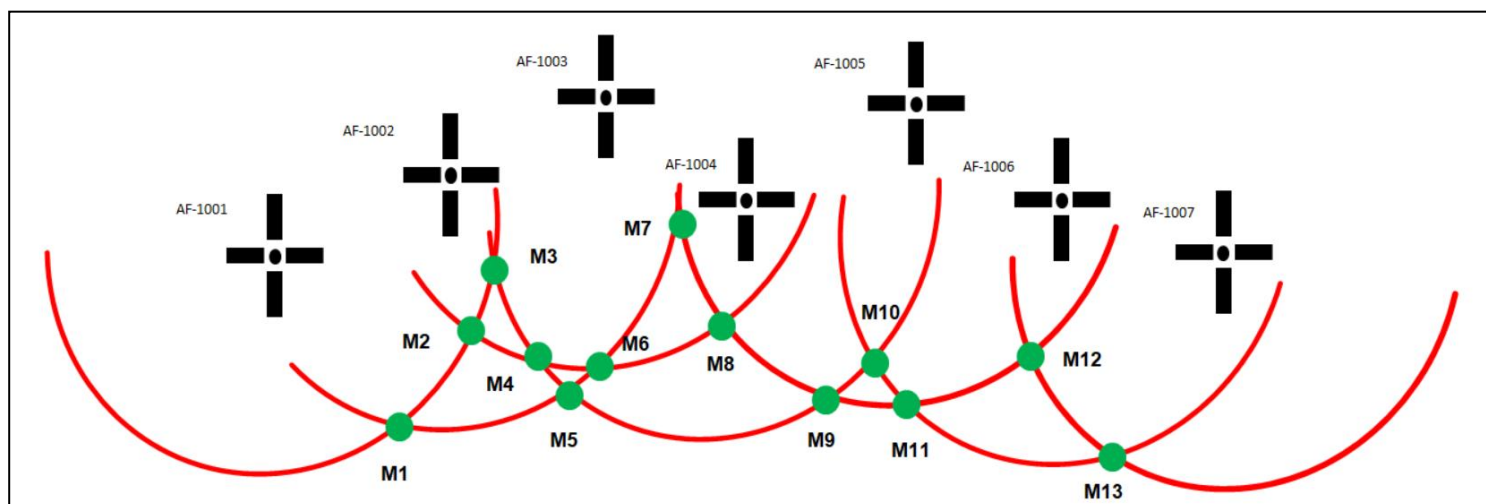


Figura 1 – Situação hipotética

Fonte: Próprio autor

2.3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E MOTIVAÇÃO

Trabalhos relevantes, desenvolvidos dentro da Marinha do Brasil, utilizaram a programação linear inteira para resolver problemas de localização. Aparece também, dentro da área de segurança (prioridade de patrulhamento policial) trabalhos realizados para localização da Coordenadoria de Educação Regional do médio Paraíba, Rio de Janeiro. (GARCIA, A. E. N., 2015). Entretanto, no setor operativo, especialmente no Corpo de Fuzileiros Navais os estudos sobre planejamento das posições do Morteiro 81mm são pouco pesquisados.

Nesse sentido, devido ao compromisso da missão, o estudo sobre o planejamento das melhores posições assumidas pelas peças de Mrt81mm é justificado. O tema abordado é relevante na medida em que faz um estudo sobre quais posições as peças de morteiro deverão assumir, de modo que venha obter resultados importantes como: o cumprimento da tarefa atingindo todos os alvos, economia de meios, adequada dosagem do poder de combate a partir do

posicionando mínimo de peças e também sobre a eliminação de possibilidades do número de alvos ser maior do que o número de peças de Mrt81mm.

A opção pelo estudo do planejamento de posição específica de Mrt81mm sobre o planejamento de posição de Morteiro 60mm ou das peças de Artilharia, se deu tendo em vista que, o apoio orgânico do BtlInfFuzNav é o que tem caráter principal de planejamento a nível tático de condição da guerra.

2.4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.4.1 Pesquisa Operacional

No ramo do conhecimento humano destaca-se a Pesquisa Operacional (PO), uma tradicional disciplina que congrega diversas das mais consagradas técnicas da modelagem matemática. Pode ser definida de muitas formas, mas todas com três características: Uso de métodos matemáticos para resolver problemas, Desejo constante por otimização e Orientada a aplicações. (COLIN, E.C.2007)

Os Problemas práticos de planejamento exigem à utilização de sistemas de apoio à decisão e esses sistemas por sua vez geralmente oferecem opções de modelagem matemática e de métodos quantitativos que, por conseguinte são modelos de otimização utilizados no planejamento da produção. (COLIN, E.C.2007)

A Pesquisa Operacional é uma ciência multidisciplinar direcionada à resolução de problemas do mundo real que busca melhorar ou otimizar determinada situação. Ela faz uso de modelos matemáticos, estatísticos e de algoritmos na ajuda à Tomada de Decisão. (TAHA, H. A., 2008)

O termo Pesquisa Operacional, remete às origens da área, cujo interesse primário era a gestão eficiente de operações (tipicamente de logística militar). No entanto, o avanço metodológico e computacional, aliado a constantes demandas de outras áreas, a PO se modernizou e ampliou seu campo de atuação. Atualmente o termo Pesquisa Operacional é também utilizado como uma tradução do termo em inglês *Business Analytics* (BA). Neste contexto, através do uso de técnicas de modelagem matemática e eficientes algoritmos computacionais, a PO pode auxiliar o decisor na análise dos mais variados aspectos e situações de um problema complexo, permitindo a tomada de decisões efetivas e a construção de sistemas mais produtivos. (SOBRAPO, 2020).

Segundo (ARENALES et al, 2007), a PO teve uma maior aceitação entre pesquisadores e empresários quando começou-se a observar benefícios financeiros advindos da pesquisa operacional. A utilização da PO permite avaliar a melhor decisão antes de qualquer procedimento colocado em prática, tornando possível a otimização do mesmo.

Contudo, cabe ressaltar que apesar da PO ser considerada proveniente da Segunda Guerra Mundial, diversos problemas de otimização já tinham sido abordados anteriormente. Somente após a criação da PO que esses problemas foram reunidos e passaram a fazer parte da grande gama de problemas abordados. Através do processo de modelagem que uma representação simplificada do comportamento da realidade, expressa na forma de equações matemáticas, serve para simular a realidade. (GOLDBARG,2000)

2.4.2 Problemas de Otimização Combinatória

Problemas de otimização combinatória, são aqueles que têm por objetivo, encontrar a melhor solução dentre todas as soluções possíveis para o problema. Assim, muitos problemas práticos em Pesquisa Operacional, são problemas de otimização combinatória e podem ser expressos como problemas de programação linear. A Programação Linear é uma importante área da otimização e faz referência as equações lineares as quais o problema é modelado. Nesse modelo são consideradas restrições e limitações na distribuição de recursos para que haja maximização dos ganhos ou minimização dos custos. (HILLIER, F.S., LIEBERMAN,G.J. 2006).

Problemas de otimização combinatória também são modelados através de grafos nas mais diversas áreas do conhecimento. O estudo da Teoria dos Grafos tem grande importância na resolução de muitos problemas do cotidiano, como de rotas de entrega, caminhos mínimos, localização de facilidades, entre outros.

2.4.3 A Origem da Teoria dos Grafos

De acordo com (NETTO, P.O.B., JURKIEWICZ,S, 2017) os problemas envolvendo grafos teve início através de jogos de quebra-cabeça no início do século

XVIII. Euler resolveu um problema de planejamento urbano a partir da origem do Problema das pontes de Königsberg na Prússia. Conforme mostrado na Figura 2, a questão era determinar a existência de um caminho que pudesse cruzar apenas uma vez, cada uma das sete pontes que passam sobre o rio Nagel o qual ligava as duas ilhas centrais, passando pelas quatro áreas e retornando ao ponto de partida.

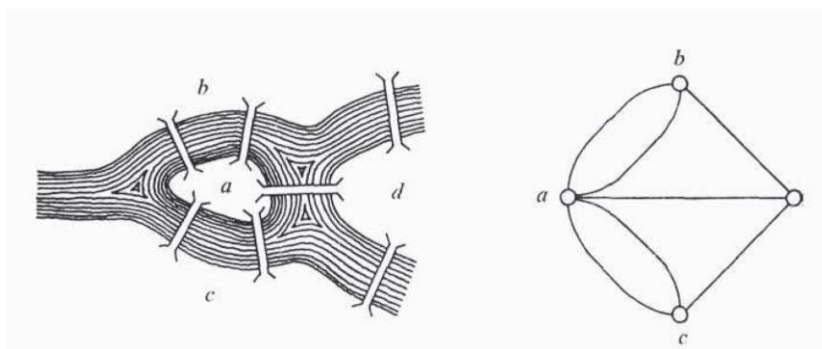


Figura 2 – Sete pontes de Königsberg e Representação em Grafos
Fonte: NETTO, P.O.B., JURKIEWICZ, S., 2017

A Figura 2 também mostra o diagrama simplificado (denominado grafo), onde as ilhas são representadas pelos pontos (a, b, c e d) e as pontes representadas pelas linhas que unem esses pontos. Para chegar à conclusão da não existência de solução para o problema, Euler analisou que para cada ponto da cidade deveria haver uma chegada e uma partida e que eles deveriam ser distintos. Nesse caso, verificou-se a impossibilidade, pois não existiam formas de cruzar cada ponte apenas uma única vez.

De acordo com (TAHA, H. A., 2008], um grafo é uma notação simples e abstrata empregada para representar a ideia de relação entre elementos. Um grafo pode ser representado por uma figura composta de vértices (ou nós), que correspondem aos elementos. Esses vértices são conectados por linhas que são chamadas de arestas (ou arcos) tipificando a relação entre os elementos.

Matematicamente, um grafo pode ser denotado por $G = (V, A)$, onde V é o conjunto de vértices e A é o conjunto de arestas. As arestas de um grafo podem ser ponderadas, nesse caso dizemos que o grafo é um grafo valorado. Cabe salientar que a definição de grafo não está totalmente padronizada na literatura, podendo sua definição, ter um sentido mais amplo.

2.4.4 Problemas Modelados por Grafos

A teoria dos grafos contempla uma gama enorme de problemas que contribuem para oferecer soluções e aperfeiçoar diversos problemas cotidianos estudados pela pesquisa operacional. Entre os mais clássicos cabe destacar: o problema do Caminho máximo, Problema do Caixeiro Viajante, Problema do carteiro Chinês, Problema de fluxo máximo, Problema do Caminho mínimo, Problema de Instalação de facilidades.

O problema do caixeiro viajante conhecido na literatura como Travelling Salesman Problem (TSP) consiste em descobrir qual rota que torna mínima a viagem do caixeiro, que deverá sair de uma determinada cidade, visitar todas as outras cidades, sem importar a ordem, mas passando por todas uma única vez, e retornar para cidade de origem. Tal problema guarda relação com problema de roteamento como: rota de ônibus escolar, entrega de refeições, entregas de e-commerce.

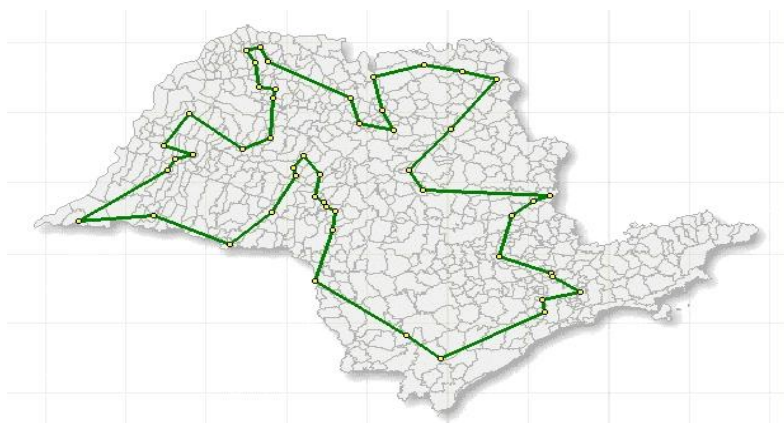


Figura 3 – Exemplo de rota ligando algumas cidades de São Paulo, sem repetição.
Fonte: <https://www.ic.unicamp.br/~fkm/problems/combopt.html> , Acessado em 07/2021

O Problema do carteiro chinês está diretamente ligado com o problema das Sete Pontes, apresentado por Euler. E o problema consiste, se for um grafo euleriano, em encontrar um caminho fechado de custo mínimo passando por cada aresta exatamente uma vez. Caso contrário, se a possibilidade de passar uma única vez por cada aresta não existe, então as arestas que serão repetidas deverão ter o menor custo. Esse problema pode ser encontrado para determinar rota de coleta de lixo, rotas para medição de água, rota para medição de luz entre outros.

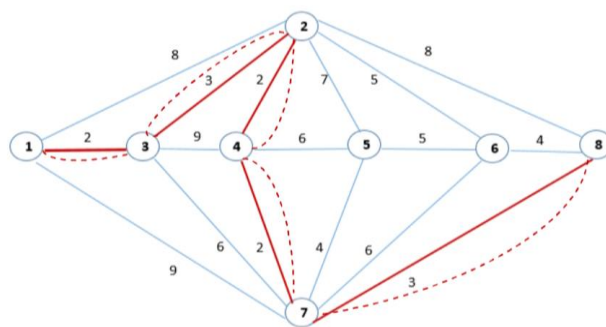


Figura 4 – Exemplo de Problema do Carteiro Chinês (com repetição de arestas).

Fonte: Próprio autor

O Problema de fluxo máximo investiga como enviar um fluxo a partir de um vértice de origem para um vértice de destino, passando por vértices intermediários, de modo que o fluxo máximo saia da origem e chegue ao destino respeitando as capacidades de fluxos de cada nó intermediário. Problemas semelhantes com o problema de fluxo máximo são: o fluxo de pessoas em escadas rolantes, dutos de distribuição de água, rede de gasodutos, redes de esgoto, redes de oleodutos, fluxo de veículo em rodovias. A Figura 5 mostra o envio de fluxo máximo do vértice 0 para o vértice 1.

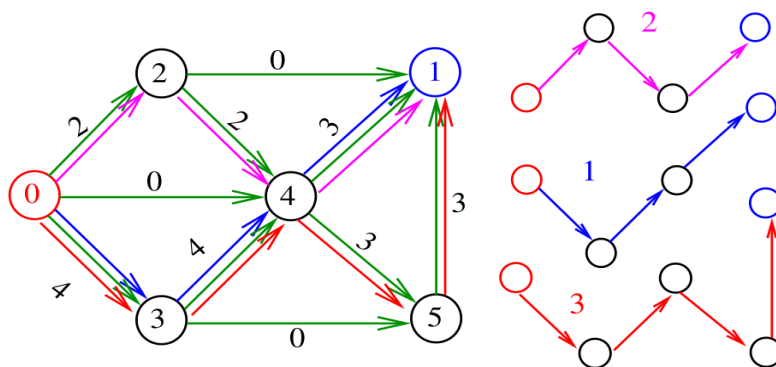


Figura 5 – Exemplo de Problema do Fluxo máximo.

Fonte: www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_para_grafos/ Acessado em 07/2021

Problema de caminhos mínimos reserva certa semelhança com problema do caixeiro viajante, entretanto o objetivo não é necessariamente voltar para a origem (fechar um ciclo), mas sim um caminho. Em outras palavras, o caminho mínimo rastreia qual o caminho mais curto (minimizando tempo, distância ou custo) de um vértice origem até um vértice destino. Problemas de caminho mínimo aparecem numa variedade de aplicações entre elas, problemas de transporte, sistemas de navegação GPS e etc.

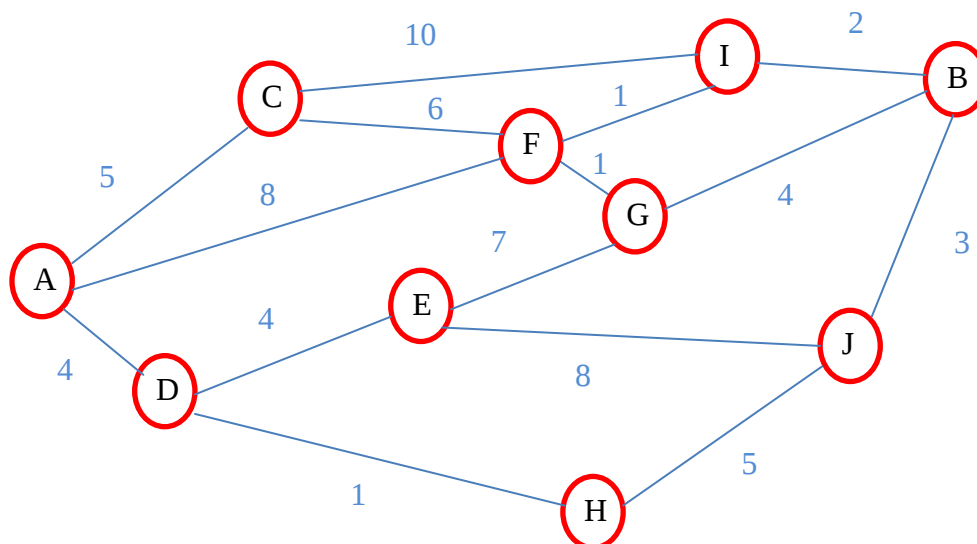


Figura 6 – Grafo para determinação do Menor Caminho entre dois pares de Vértices
Fonte: Próprio autor

Problemas de localização de facilidades têm por objetivo encontrar posições geográficas para instalar certas facilidades de forma que essas possam atender a determinadas demandas. Entretanto, o objetivo é encontrar localizações que possam atender de forma a minimizar da soma das distâncias percorridas de modo a satisfazer determinadas restrições. Problemas de localização englobam os problemas de P-Mediana, P-centros entre outros. Problemas correlatos aparecem na determinação de instalação de facilidades como Centros de Vacinação do Covid-19, Instalação de Depósitos de combustível da MB, distribuição de Centros de Defesa NBQR pelos Distritos Navais e também o problema aqui apresentado, referido como Posicionamento de Peças de Morteiro 81mm.

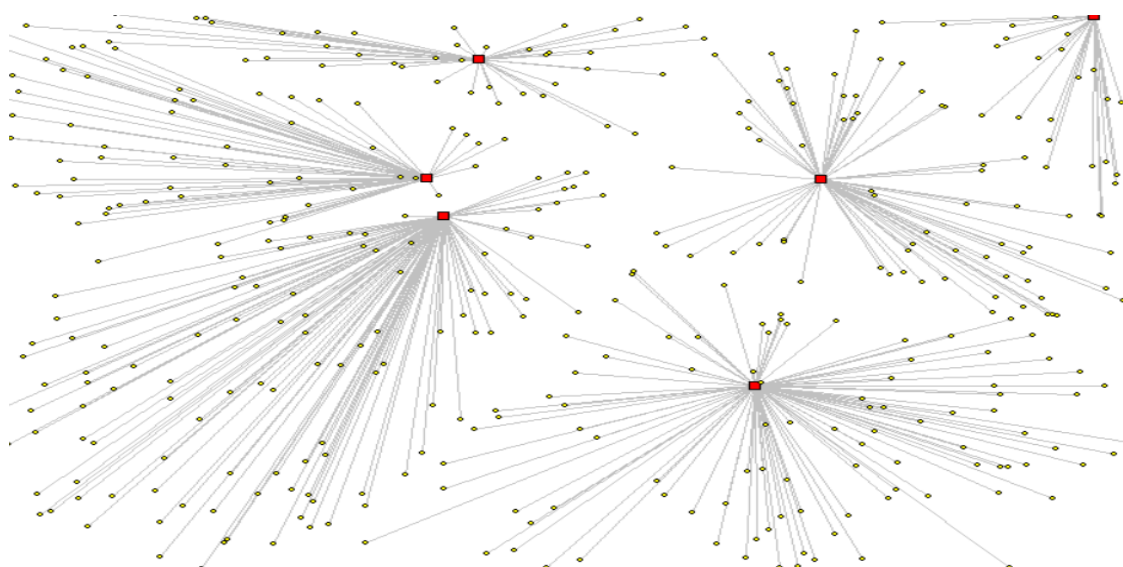


Figura 7 – Exemplo de Problema de localização de facilidades
Fonte: Próprio autor utilizando algoritmo de Teitz & Bart

2.4.5 Categorização dos Problemas de Localização de Facilidades

Segundo [Larson e Odoni (1981)] os problemas de localização são divididos em três categorias: o Problema de Cobertura Conjuntos, Problema dos P-centros (também conhecido como Minimax) e o Problema das P-medianas.

O primeiro problema busca encontrar o mínimo de facilidades a serem instaladas de forma que seja maximizado o número de pontos atendidos pela demanda. Geralmente modelam problemas de instalação de antenas de telefonia, roteadores de rede computacionais.

O segundo problema investiga como atender os pontos de demanda da melhor forma possível. Em outras palavras, os modelos desejam minimizar a máxima distância entre facilidades e demanda (por isso, também conhecido como um problema minimax). De maneira geral, a otimização não é tão voltada para custos, mas sim para o melhor atendimento da demanda. Comumente, são utilizados na modelagem de serviços de emergência como postos policiais e SAMU.

O terceiro problema, rastreia qual a melhor forma de alocar um determinado número de facilidades de maneira a minimizar a soma das distâncias entre a facilidade e os pontos de demanda. Diferente do problema de p-Centros, o objetivo de otimização está voltado para custos, uma vez que um determinado ponto de demanda possa estar mais distante da facilidade, se o somatório das distâncias entre as facilidades e demandas for mínimo.

2.4.6 Problemas de Programação Linear Inteira (PLI)

Ocorre que muitos fenômenos do mundo real só podem ser representados por variáveis inteiras, como por exemplo: número de peças a serem produzidas, número de veículos alocados para uma determinada rota, número de objetos colocados em uma mochila entre outros. Quando o modelo de Programação Inteira é simplesmente um caso particular do modelo de Programação Linear, isto é, inclui a restrição de integralidade, o mais correto é chamá-lo de PLI. Na literatura é encontrada a denominação “Programação Inteira” ou a sigla PI. Muitas vezes as siglas PI e PLI são consideradas sinônimos. Assim, um problema de Programação Linear Inteira (PPLI) é um PPL no qual todas as variáveis são positivas e inteiras.

Com relação aos métodos de solução para problemas, de programação Linear inteira (PLI), do mundo real, são utilizados os métodos heurísticos. Estes

métodos buscam encontrar uma solução boa, não necessariamente ótima, porém, com tempos computacionais muito menores.

Cabe ressaltar que em problemas de pequeno porte, o método de Enumeração Explícita pode até funcionar. Entretanto, a maioria dos problemas de PLI do mundo real possuem um número muito grande de soluções viáveis, o que torna esta abordagem inviável. Considerando, por exemplo, um problema de PLI com variáveis binárias, as diferentes combinações (soluções, nem todas necessariamente viáveis) de valores 0-1 para as variáveis de decisão é da ordem de 2^n . Assim, em um problema com apenas 20 variáveis de decisão ($n = 20$), o número de combinações possíveis excede um milhão. Se $n = 50$, este número excede um quatrilhão. Problemas dessa natureza podem necessitar de anos de processamento para pesquisar todas as soluções do problema, mesmo com os sofisticados recursos computacionais da atualidade. Mais detalhes podem ser encontrados em (GOLDBARG M.C., 2000) e (SILVA, G.F., 2021)

2.5 PROPOSTA DE MODELAGEM DO PROBLEMA PLANEJAMENTO DA POSIÇÃO PARA O MORTEIRO 81MM

A partir do estudo da modelagem e formulação matemática dos problemas de localização de facilidades, é realizada a modelagem do problema de planejamento do alcance das peças de morteiro 81MM. O modelo desenvolvido tem como meta a obtenção das possíveis posições (instalação de facilidades) assumidas pelas peças de morteiro, afim de que os alvos fossem atingidos.

A modelagem do problema foi realizada a partir do traçado de semicírculos, com raio de tamanho limitado para o alcance de cada alvo, onde o alcance útil do Mrt81mm é de 3.500m (três mil e quinhentos metros) e o alcance máximo de 4.512m (quatro mil quinhentos e doze metros). Porém, para efeito de simplificação do modelo, foi considerado para o problema hipotético, um raio de tamanho 6 u.c. (unidades de comprimento). A Figura 9, mostra que existe interseções entre os semicírculos, tais interseções representam que as posições assumidas pelo morteiro, poderão atingir no mínimo dois alvos.

Outro ponto a ser observado é que as áreas formadas entre as interseções e os alvos são possíveis posições que garantem atingir um maior número de alvos.

Entretanto, o morteiro não pode estar tão próximo do alvo devido às circunstâncias do combate.

Em uma primeira análise, tendo em vista que, as interseções são as melhores posições para serem assumidas, pode-se inferir que essas intersecções poderiam ser ponderadas devido ao número de alvos atingidos. Porém, nessa análise, a condição imposta pelo limite (alcance do Mrt81mm) não é satisfeita. Além disso, a restrição para que uma posição atinja somente um alvo dentro do limite (alcance do Mrt81mm), também não é satisfeita.

Uma segunda análise, sobre a modelagem (p-medianas) seria considerar o custo da distância de cada possível posição assumida até os alvos atingidos. Onde, as possíveis posições assumidas seriam as interseções (facilidades), os alvos atingidos (demanda), satisfazendo o número máximo de posições assumidas como sendo menor ou igual a seis (número de peças de um PelMrt81mm).

Na terceira e última análise, as possíveis posições assumidas serão ponderadas, onde os alvos a serem atingidos deverão satisfazer as condições apresentadas anteriormente, feitas na segunda análise. Entretanto, questionou-se a possibilidade do oferecimento de melhores soluções obtidas pela minimização da maior distância entre a posição assumida e o alvo atingido, como um problema (MinMax).

2.5.1 Solução do Problema através do Modelo P-medianas

Como definido anteriormente, a situação hipotética apresenta 7 (sete) alvos dispostos aleatoriamente como mostra a Figura 8.

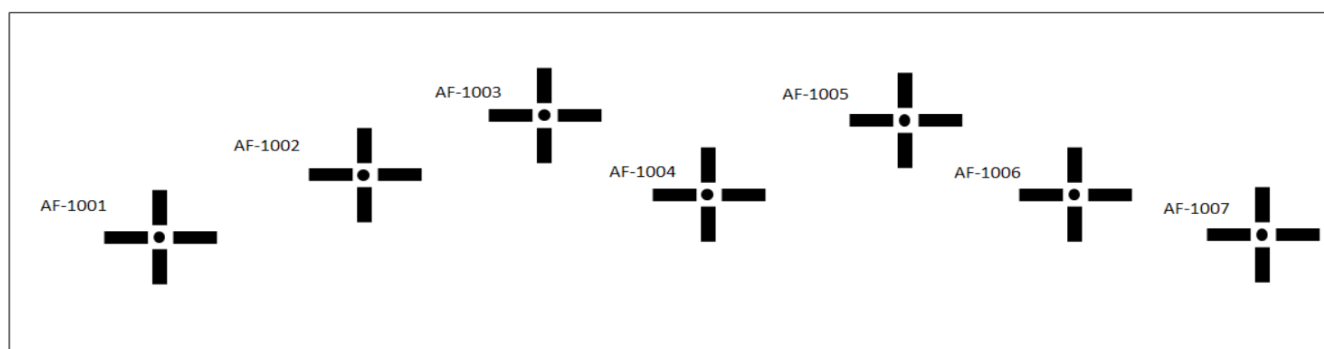


Figura 8 – Alvos
Fonte: Próprio autor

A Figura 9 apresenta, conforme mencionado anteriormente, o traçado de semicírculos com raio de comprimento igual ao alcance útil do Mrt81mm. Pode ser observado pelo traçado que existem interseções entre os semicírculos, sugerindo que dois ou mais alvos possam ser atingidos a partir de uma única posição.

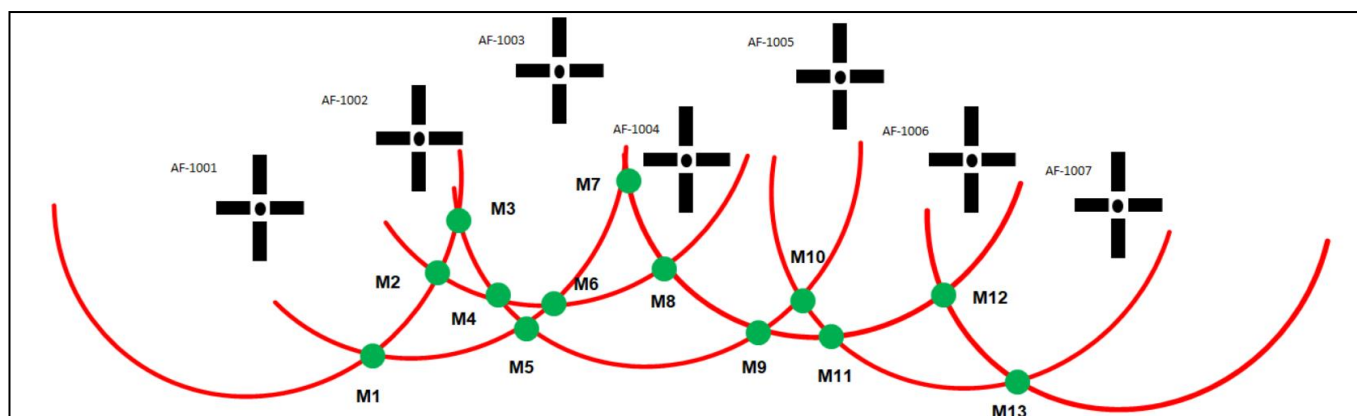


Figura 9 – Alvos
Fonte: Próprio autor

Posições das Pç de Mrt 81mm	Alvos						
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7
M1	6	6	9	10	14	17	21
M2	6	4	6	7	11	14	19
M3	6	3	5	6	10	14	19
M4	8	5	6	6	9	12	17
M5	8	6	6	6	9	12	16
M6	8	6	6	5	8	11	16
M7	9	5	3	2	6	10	14
M8	10	7	5	3	6	9	13
M9	13	10	8	6	5	7	10
M10	14	11	9	6	5	6	9
M11	14	11	9	6	6	6	9
M12	17	14	12	8	6	3	6
M13	19	16	14	11	9	6	6

Tabela 1 – Distâncias Posições aos alvos
Fonte: Próprio autor

A situação hipotética considerada, a fim de solucionar o problema modelado como p-medianas, apresenta treze possíveis posições de peça de Mrt81mm, sete alvos, e seis peças (armas) que podem ser posicionadas. O alcance mencionado é o alcance máximo do Pelmrt81mm atingindo (4.512m), segundo o CGCFN - 31.6.

A Tabela 1 apresenta as distâncias entre cada posição de peça até o possível alvo. Assim, o conjunto de posições (alocação das peças de Mrt81mm) será denotado por $M = \{M_1, M_2, \dots, M_{13}\}$, com $i = 1, \dots, 13$, e o conjunto de alvos atingidos será denotado por $N = \{N_1, N_2, \dots, N_7\}$, com $j = 1, \dots, 7$. Onde tem-se:

Parâmetros:

c_{ij} , distância para atingir o alvo j a partir da posição i .

p , quantidade de posições assumidas.

Variáveis de Decisão:

x_{ij} , indica se a posição i atingirá o alvo j .

y_i , indica se a posição será assumida no local i .

Função Objetivo:

$$\text{Min } P = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Min } P = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + \dots + c_{mn}x_{mn}$$

A equação (1), representando a função P que se quer minimizar, a soma das distâncias das posições assumidas nos alvos que são atingidos.

Sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \forall j = 1, \dots, n \quad (2)$$

A equação (2) garante que todos os alvos serão atingidos. Para melhor entendimento, o somatório da equação (2) é desenvolvido.

Para $j = 1$ (alvo 1)

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + \dots + x_{m1} = 1$$

Para $j = 2$ (alvo 2)

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + \dots + x_{m2} = 1$$

Para $j = 3$ (alvo 3)

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + \dots + x_{m3} = 1 \text{ e assim sucessivamente.}$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq p \quad (3)$$

A equação (3) garante que a quantidade de posições assumidas no local i será no máximo a quantidade p de posições.

$$x_{ij} = \{0,1\} \text{ e } y_i = \{0,1\} \quad (4)$$

A equação (4) representa duas restrições, indicando que as variáveis são binárias. A posição assumida é igual a 1, caso contrário é 0. Analogamente para o alvo, quando atingido é igual a 1, caso contrário é 0.

$$x_{ij} - y_i \leq 0, \text{ para todo } j = 1, \dots, n \text{ e } i = 1, \dots, m \quad (5)$$

A equação (5) garante que alvos só podem ser atingidos por posições assumidas. Os exemplos a seguir esclarecem como essa restrição é satisfeita.

Exemplo 1: Se a posição 3 for assumida ($y_3 = 1$)

✓ Se a posição 3 atinge alvo 1 ($x_{31} = 1$)

$$x_{31} - y_3 \leq 0 \rightarrow 1 - 1 \leq 0 \text{ (válido)}$$

✓ Se a posição 3 não atinge alvo 1 ($x_{31} = 0$)

$$x_{31} - y_3 \leq 0 \rightarrow 0 - 1 \leq 0 \text{ (válido)}$$

Exemplo 2: Se a posição 3 não for assumida ($y_3 = 0$)

✓ Se a posição 3 atinge alvo 1 ($x_{31} = 1$)

$$x_{31} - y_3 \leq 0 \rightarrow 1 - 0 \leq 0 \text{ (inválido)}$$

✓ Se a posição 3 não atinge alvo 1 ($x_{31} = 0$)

$$x_{31} - y_3 \leq 0 \rightarrow 0 - 0 \leq 0 \text{ (válido)}$$

Dessa forma, são excluídas as soluções onde a posição não é assumida.

Através de uma planilha eletrônica e da extensão solver, o problema foi resolvido como um problema de programação linear. De acordo com a Tabela 2, considerando ($p = 6$), a solução encontrada mostrou-se viável para o problema hipotético aqui considerado, todas as restrições foram satisfeitas.

Posições das Pç de Mrt 81mm	Alvos							yi
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	
M1	1	0	0	0	0	0	0	1
M2	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	0	1	0	0	0	0	0	1
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0	0	0	0	0
M6	0	0	0	0	0	0	0	0
M7	0	0	1	1	0	0	0	1
M8	0	0	0	0	0	0	0	0
M9	0	0	0	0	1	0	0	1
M10	0	0	0	0	0	0	0	0
M11	0	0	0	0	0	0	0	0
M12	0	0	0	0	0	1	1	1
M13	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 2 – Solução para $p = 6$

Fonte: Próprio autor

Entretanto, pode-se observar que em relação à restrição (3) a solução oferecida posiciona cinco peças. Assim, verifica-se que com cinco posições assumidas, o problema também é capaz de satisfazer todas as restrições impostas. Dessa forma, torna-se viável reduzir o valor de p de forma que sejam encontradas soluções que sejam mais aderentes ao problema hipotético, tendo em vista a economia de meios como mostrado nas tabelas a seguir:

Solução para ($p = 5$):

Posições das Pç de Mrt 81mm	Alvos							yi
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	
M1	0	0	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	1	1	0	0	0	0	0	1
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0	0	0	0	0
M6	0	0	0	0	0	0	0	0
M7	0	0	1	1	0	0	0	1
M8	0	0	0	0	0	0	0	0
M9	0	0	0	0	1	0	0	1
M10	0	0	0	0	0	0	0	0
M11	0	0	0	0	0	0	0	0
M12	0	0	0	0	0	1	0	1
M13	0	0	0	0	0	0	1	1
Soma	1	1	1	1	1	1	1	

Tabela 3 – Solução para $p = 5$

Fonte: Próprio autor

Pode-se concluir que com ($p = 5$), ou seja, posicionando apenas cinco peças de Mrt81mm é possível atingir os sete alvos do problema hipotético. Nesse caso, a solução é interessante para o tomador de decisão, uma vez que, a partir das posições assumidas os recursos podem ser minimizados.

Solução para ($p = 4$):

Posições das Pç de Mrt 81mm	Alvos							yi
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	
M1	0	0	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	1	1	0	0	0	0	0	1
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0	0	0	0	0
M6	0	0	0	0	0	0	0	0
M7	0	0	1	1	0	0	0	1
M8	0	0	0	0	0	0	0	0
M9	0	0	0	0	1	0	0	1
M10	0	0	0	0	0	0	0	0
M11	0	0	0	0	0	0	0	0
M12	0	0	0	0	0	1	1	1
M13	0	0	0	0	0	0	0	0
Soma	1	1	1	1	1	1	1	

Tabela 4 – Solução para $p = 4$

Fonte: Próprio autor

Solução para ($p = 3$):

Posições das Pç de Mrt 81mm	Alvos							yi
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	
M1	0	0	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	1	1	0	0	0	0	0	1
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0	0	0	0	0
M6	0	0	0	0	0	0	0	0
M7	0	0	1	1	1	0	0	1
M8	0	0	0	0	0	0	0	0
M9	0	0	0	0	0	0	0	0
M10	0	0	0	0	0	0	0	0
M11	0	0	0	0	0	0	0	0
M12	0	0	0	0	0	1	1	1
M13	0	0	0	0	0	0	0	0
Soma	1	1	1	1	1	1	1	

Tabela 5 – Solução para $p = 3$

Fonte: Próprio autor

De forma semelhante, o mesmo ocorre para $(p = 5)$, $(p = 4)$ e $(p = 3)$. Assim, analisando a solução para valores diferentes de p , pode-se concluir que a melhor solução oferecida para o problema é quando $(p = 3)$.

Finalmente, para $(p = 2)$ o modelo não oferece uma solução viável, uma vez que devido ao número reduzido de peças utilizadas, a solução para o problema é uma solução inviável. A Tabela 6 indica que o alvo N1 está fora do alcance da peça de posição M7 (9 u.c.).

Solução para $(p = 2)$:

Posições das Pç de Mrt 81mm	Alvos							yi
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	
M1	0	0	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	0	0	0	0	0	0	0	0
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0	0	0	0	0
M6	0	0	0	0	0	0	0	0
M7	1	1	1	1	0	0	0	1
M8	0	0	0	0	0	0	0	0
M9	0	0	0	0	0	0	0	0
M10	0	0	0	0	0	0	0	0
M11	0	0	0	0	0	0	0	0
M12	0	0	0	0	1	1	1	1
M13	0	0	0	0	0	0	0	0
Soma	1	1	1	1	1	1	1	

Tabela 6 – Solução para $p = 2$

Fonte: Próprio autor

2.5.2 Solução através do Modelo dos P-Centros

Analogamente à modelagem através do problema p -medianas, a resolução através da modelagem dos p -centros guarda semelhança com a maior parte dos parâmetros, restrições e variáveis de decisão. Contudo, a função objetivo é diferente uma vez que busca minimizar a máxima distância Q entre uma posição assumida e um alvo atingido.

Função Objetivo:

$$\text{Min } Q \quad (6)$$

A função objetivo Q busca minimizar a maior distância entre uma posição assumida e um alvo a partir de uma solução dada. As restrições para o problema seguem as mesmas impostas na formulação anterior, representadas pelas equações (2), (3), (4) e (5). No entanto, será incluída a restrição dada pela equação (7), mostrada a seguir

$$\sum_{i=1}^m c_{ij}x_{ij} - Q \leq 0, \forall j = 1, \dots, n \quad (7)$$

A restrição dada pela equação (7) garante que Q sempre assuma a maior distância entre uma posição assumida e um alvo atingido, uma vez que dada uma determinada solução, a distância entre uma posição assumida e um alvo é fornecido pelo produto $(c_{ij} \cdot x_{ij})$. Sendo assim, a soma das distâncias da posição ao alvo $(c_{ij} \cdot x_{ij})$, é menor ou igual a variável Q .

Assim, através de uma planilha eletrônica, com a extensão solver e open solver o problema foi resolvido como um problema de programação linear, gerando soluções viáveis. No entanto, antes de apresentar as possíveis soluções a restrição, da equação (7), será exemplificada. A solução utilizada será a solução obtida pelo modelo das p-medianas para o caso $(p = 6)$.

Posições da <u>Pç de Mrt 81mm</u>	Alvos							<u>y_i</u>
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	
M1	1	0	0	0	0	0	0	1
M2	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	0	1	0	0	0	0	0	1
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0	0	0	0	0
M6	0	0	0	0	0	0	0	0
M7	0	0	1	1	0	0	0	1
M8	0	0	0	0	0	0	0	0
M9	0	0	0	0	1	0	0	1
M10	0	0	0	0	0	0	0	0
M11	0	0	0	0	0	0	0	0
M12	0	0	0	0	0	1	1	1
M13	0	0	0	0	0	0	0	0
Soma	1	1	1	1	1	1	1	Dist Toatal
Distâncias	6	3	3	2	5	3	6	28
Distâncias - Q	0	-3	-3	-4	-1	-3	0	

Tabela 7 – Solução das p-medianas para $p = 6$

Fonte: Próprio autor

Na Tabela 7, cada elemento da linha, designada “**Distâncias**”, representa a distância de cada posição assumida até o alvo correspondente. Assim, cada elemento da linha, designada por **Distância – Q** representa a diferença entre cada elemento da linha designada “**Distâncias**” pelo valor $Q = 6$ u.c.

É observado que, com relação a solução obtida pelo modelo p-medianas, para o caso ($p = 6$) tem-se:

Quando Q for igual a (6 unidades), os valores encontrados na linha designada por **Distância – Q**, são menores ou iguais a zero, uma vez que Q representa a maior distância, Logo satisfaz a restrição dada pela equação (7).

Quando Q for maior que (6 unidades), os valores encontrados na linha designada **Distância – Q** serão menores que zero satisfazendo a restrição dada pela equação (7). Porém, existe um menor valor Q que também satisfaz a restrição e busca minimizar a função objetivo Q . Além disso, se Q fosse maior que (6 u.c.) a restrição fundamental que é o alcance do Mrt81mm, deixaria de ser satisfeita.

Quando Q for menor que (6 unidades), os valores da linha **Distância – Q** serão maiores que zero o que por sua vez não satisfaz a restrição dada pela equação (7).

Apesar do que foi exposto, é possível encontrar soluções em que o valor $Q = 6$ unidades, oferece uma solução mais interessante ao planejador. Essa afirmação pode ser verificada através da Tabela 8.

Posições da <u>Pc</u> de Mrt 81mm	Alvos							y_i
	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	
M1	0	0	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	1	1	1	1	0	0	0	1
M4	0	0	0	0	0	0	0	0
M5	0	0	0	0	0	0	0	0
M6	0	0	0	0	0	0	0	0
M7	0	0	0	0	0	0	0	0
M8	0	0	0	0	0	0	0	0
M9	0	0	0	0	0	0	0	0
M10	0	0	0	0	0	0	0	0
M11	0	0	0	0	0	0	0	0
M12	0	0	0	0	1	1	1	1
M13	0	0	0	0	0	0	0	0
Soma	1	1	1	1	1	1	1	
Distancias	6	3	5	6	6	3	6	Dist Total
Distancias - Q	0	-3	-1	0	0	-3	0	35

Tabela 8 – Solução modelo p-centros para $p = 6$

Fonte: Próprio autor

Nota-se inicialmente que o valor de Q encontrado na função objetivo pelo modelo de p -centros é igual ao encontrado na solução oferecida pelo modelo de p -medianas para o caso ($p = 6$). Contudo, essa solução assume apenas duas posições para atingir todos os alvos sem oferecer posições que estejam fora do alcance de armamento.

Por outro lado, a distância total que é soma de todas as distâncias entre posições assumidas e alvos é maior no modelo de p -centros, uma vez que a função objetivo não almeja minimizar essa soma, mas sim a maior distância entre posição/alvo. Entretanto, a distância total não é um fator determinante para o tomador de decisão.

Logo, a solução oferecida na resolução do problema através de p -centros é uma solução viável, que atende todas as restrições para o problema. A solução para o problema hipotético, é capaz de oferecer ao tomador de decisão uma solução que cumpra as tarefas de atingir todos os alvos, poupando o máximo de recurso já que consegue posicionar o menor número de armas.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Notadamente há inúmeras contribuições no que diz respeito a problemas de localização de facilidades utilizando grafos e programação linear inteira nos mais diversos setores. Entretanto, na solução dos problemas da Marinha do Brasil, existe poucos trabalhos, especialmente no setor operativo. Assim, acredita-se que esse trabalho poderá incentivar o setor operativo quanto a utilização de ferramentas da pesquisa operacional na resolução de problemas modelados por grafos, de forma a apoiar, a tomada de decisões quanto ao nível tático de planejamento.

Uma vez que planejar o posicionamento do PelMrt81mm depende de variáveis e parâmetros fixos, é de suma importância estudar uma situação hipotética a partir de alvos aleatórios, estruturando um modelo que seja mais próximo da realidade que se quer representar, auxiliando assim, futuras situações de combate posto que oferece uma ferramenta de apoio à tomada de decisão com possíveis posições a ser escolhidas de acordo com critérios de posicionamento da arma.

O modelo matemático, desenvolvido nesse trabalho, estudado a partir da revisão dos problemas clássicos de otimização combinatória, foi ajustado para ser modelado como um problema de localização de facilidades. A resolução do

problema hipotético, implementado computacionalmente, através de uma planilha eletrônica, apresentou resultados viáveis e adequados a realidade.

O trabalho realizado analisou as soluções, por meio da utilização da técnica de programação linear inteira, oferecendo um modelo viável de apoio ao planejamento das posições das peças de Morteiro 81mm. A formulação matemática do problema foi adaptada a partir da abordagem dos problemas p-medianas e problemas p-centros.

Foi observado que, o problema quando resolvido por p-medianas, não apresentou soluções para que todas as posições fossem assumidas para atingir todos os alvos. Nesse sentido, foi possível constatar que havia a possibilidade de atingir todos os alvos com o posicionamento de três peças. Essa observação, por sua vez, levantou a questão sobre o número de peças que deveriam ser posicionadas para atingir um número finito de alvos. Ainda, notou-se que o modelo ficou limitado para um número muito pequeno de peças posicionadas, de forma a cumprir todas as restrições impostas pelo problema. Sem essa limitação, o alvo atingido poderia ficar fora do alcance da posição assumida.

Por outro lado, através da modelagem por p-centros, foi observado que o modelo gerou a melhor solução viável para o problema hipotético, no caso específico do planejamento da posição do morteiro, a solução cumpriu todas as restrições e ofereceu posições para que todos os alvos pudessem ser atingidos com o menor número de peças posicionadas, cumprindo a restrição fundamental, o alcance do Mrt81mm.

Diante do exposto, pode-se concluir com esse trabalho que a solução obtida pela modelagem através de p-centros (minimax) é mais interessante para o tomador de decisão, uma vez que, oferece uma solução mais concisa e apropriada. De qualquer forma, cabe salientar que, para solucionar o problema tentou-se a modelagem por meio do problema p-medianas e do problema de máxima cobertura.

Sendo assim, a proposta do trabalho que era desenvolver um modelo de programação linear inteira, limitado a uma situação hipotética de combate, para solucionar o problema do posicionamento das peças de Morteiro 81mm quanto ao maior número de alvos atingidos, em uma situação hipotética de combate, foi atingida.

Para trabalhos futuros é sugerido outras modelagens, onde as restrições sejam mais refinadas, tornando o modelo de posicionamento do Mrt81mm mais

aderente a realidade que se quer representar. Além disso, é indicado um estudo sobre o tamanho do valor p , para o caso quando o problema é modelado por p -medianas. Finalmente, espera-se com esse trabalho incentivar outros pesquisadores, ao estudo e a modelagem de problemas de otimização combinatória como um auxílio na tomada de decisão.

4 REFERÊNCIAS

ARENALES, M., ARMENTANO, V., MORABITO, R., E YANASSE, H.; Pesquisa Operacional para cursos de Engenharia – 1ªEd. – Campus, 2007.

Algoritmos para Grafos, www.ime.usp.br/~pf/algoritmos_para_grafos/ Acessado em 07/2021.

BRASIL. Ministério da Defesa. Política Nacional de Defesa e Estratégia Nacional de Defesa. Brasília, 2020.

BRASIL. Marinha. Corpo de Fuzileiros Navais. Comando-Geral. CGCFN-31.6: Manual do Pelotão de Morteiros 81MM. Rio de Janeiro, 2020.

COLIN, E.C.; Pesquisa Operacional, LTC, Rio de Janeiro, 2007.

GARCIA, A. E. N., Aplicação da p -Mediana na Localização da Coordenadoria de Educação Regional do Médio Paraíba do Estado do Rio de Janeiro, UFF, Volta Redonda, 2015.

GOLDBARG, M. C.; Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos, Campus, Rio de Janeiro, 2000.

HAMADY A. TAHA.; Pesquisa Operacional - 8ª Ed. – Person/Prentice Hall, 2008.

HILLIER, F. S. e Leopoldino, Introdução à Pesquisa Operacional, LTC, 2011.

NETTO, P.O.B.; JURKIEWICZ, S. Grafos: Introdução e prática, 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2017).

SILVA, G.F.; Capítulo 4: Programação Linear Inteira, Programa de Pós-graduação em Ciências Florestais, Universidade Federal Espírito Santo. Acessado em 05/2021. Disponível: http://files.lmmfufes.webnode.com/200000043c2619c35c5/Aula_Otimizac_ao_Pos_Capitulo_IV.pdf

Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional, <https://www.sobrapo.org.br/o-que-e-pesquisa-operacional> Acessado em 07/2021.