

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA



Cássio Bezerra de Oliveira

**DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS DE
AUMENTO DE ESTABILIDADE E CONTROLE
PARA MODELOS DE SIMULAÇÃO DE UMA
AERONAVE DE ASA ROTATIVA**

Trabalho de Graduação
2019

**Curso de Graduação em Engenharia
Aeronáutica**

Cássio Bezerra de Oliveira

**DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS DE
AUMENTO DE ESTABILIDADE E CONTROLE
PARA MODELOS DE SIMULAÇÃO DE UMA
AERONAVE DE ASA ROTATIVA**

Orientador

Prof. Dr. Maurício Andrés Varela Morales (ITA)

Coorientador

Maj. Eng. José Márcio Pereira Figueira (IPEV)

Maj. Eng. Alan Fonseca Uehara (IPEV)

Prof. Dr. Ronaldo Vieira Cruz (ITA)

GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

2019

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Divisão de Informação e Documentação

Oliveira, Cássio Bezerra de
Desenvolvimento de sistemas de aumento de estabilidade e controle para modelos de simulação de uma aeronave de asa rotativa / Cássio Bezerra de Oliveira.
São José dos Campos, 2019.
172f.

Trabalho de Graduação – Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica– Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2019. Orientador: Prof. Dr. Maurício Andrés Varela Morales. Coorientadores: Maj. Eng. José Márcio Pereira Figueira; Maj. Eng. Alan Fonseca Uehara; Prof. Dr. Ronaldo Vieira Cruz

1. Aeronaves de asas rotativas. 2. Estabilidade de aeronaves. 3. Regulador linear quadrático. 4. Dinâmica de voo. 5. Controle. 6. Engenharia aeronáutica. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Título.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OLIVEIRA, Cássio Bezerra de. **Desenvolvimento de sistemas de aumento de estabilidade e controle para modelos de simulação de uma aeronave de asa rotativa**. 2019. 172f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

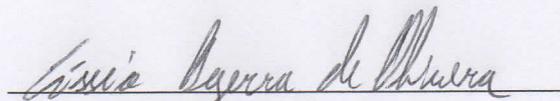
CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Cássio Bezerra de Oliveira

TÍTULO DO TRABALHO: Desenvolvimento de sistemas de aumento de estabilidade e controle para modelos de simulação de uma aeronave de asa rotativa.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) / 2019

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias deste trabalho de graduação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte deste trabalho de graduação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.



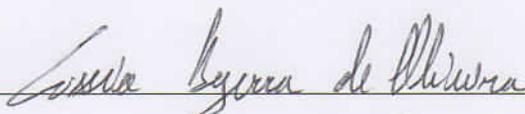
Cássio Bezerra de Oliveira

R. H9A, 203

12.228-610 – São José dos Campos–SP

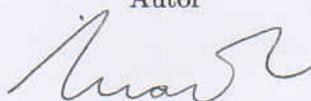
DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS DE AUMENTO DE ESTABILIDADE E CONTROLE PARA MODELOS DE SIMULAÇÃO DE UMA AERONAVE DE ASA ROTATIVA

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação



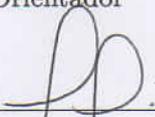
Cássio Bezerra de Oliveira

Autor



Maurício Andrés Varela Morales (ITA)

Orientador



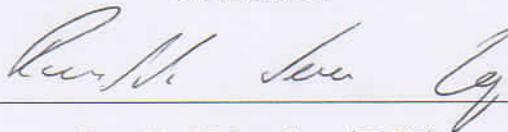
José Márcio Pereira Figueira (IPEV)

Coorientador



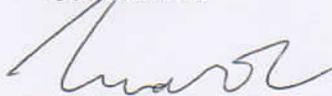
Alan Fonseca Uehara (IPEV)

Coorientador



Ronaldo Vieira Cruz (IPEV)

Coorientador



Prof. Dr. Maurício Andrés Varela Morales
Coordenador do Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica

São José dos Campos, 27 de novembro de 2019.

Aos colegas de graduação e professores
pelo convívio profícuo e produtivo. À
minha família cujo apoio tornou esse tra-
balho possível.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer aos Professores do departamento de dinâmica de voo, Professores Maurício Andrés Varela Morales e Antônio Bernardo Guimarães Neto, pelas sugestões e apoio.

Ao Professor Ronaldo Vieira Cruz pelos esclarecimentos sobre a dinâmica de voo de aeronaves de asas rotativas.

Ao Maj. Eng. José Márcio Pereira Figueira e Maj. Eng. Alan Fonseca Uehara pelos esclarecimentos sobre modelos e simulação de Helicópteros.

"It is beyond dispute that the observed behaviour of aircraft is so complex and puzzling that, without a well developed theory, the subject could not be treated intelligently."

— W. J. DUNCAN

Resumo

Este trabalho apresenta a concepção de sistemas de aumento de estabilidade e controle (SCAS - *Stability and Control Augmentation System*), suas implementações e teste em simulador de voo para um modelo linear de 6 graus de liberdade de uma aeronave de asas rotativas. Esses sistemas tem o objetivo de simular diferentes características de estabilidade e qualidade de voo (QDV). Inicialmente, a estrutura do controlador é proposta descentralizada e proporcional, utilizando realimentação estática de saída similar ao proposto em [Hoh 2003]. Para a síntese dos controladores foram usados os métodos de posicionamento sequencial de polos no lugar geométrico das raízes (LGR) e regulador linear quadrático (LQR) na forma apresentada em [Stevens e Lewis 2013]. Inicialmente foram feitas uma revisão teórica sobre a dinâmica de voo e estabilidade de aeronaves de asas rotativas e uma análise do modelo linear utilizado. Para obtenção das qualidades de voo desejadas, foi utilizado o posicionamento dos polos no LGR, utilizando os requisitos de amortecimento e frequência dos modos oscilatórios do modelo conforme estabelecido pela norma ADS-33E-PRF. Após a obtenção do sistema de controle foi realizada a avaliação de qualidade de voo no Simulador de Ensaio em Voo do Instituto de Pesquisas e Ensaio em Voo (IPEV) por dois pilotos experientes. Além do sistema inicialmente proposto, foram testadas outras estruturas de controle propostas pela norma ADS e encontradas na literatura, como: ACAH (*Attitude Control Attitude Hold*), o uso de filtro *washout*, de *mixer* e de compensadores. Também foram analisados o uso de atuadores e da síntese por desigualdades Matriciais Lineares (*LMI's*) para obtenção de controladores de estado e de saída.

Abstract

This work presents a Stability and Control Augmentation System (SCAS) design and a flight simulator test using a six rigid-body degrees of freedom (DoFs) helicopter linear model. This control systems are intended to emulate different handling quality ratings (HQR) and stability characteristics. The structure was first proposed to be a proportional diagonal controller with static output feedback similar the one presented in [Hoh 2003]. The control design techniques used was successive loop closure and the linear quadratic regulator (LQR) demonstrated in [Stevens e Lewis 2013]. Firstly, were made a theory review on helicopter flight dynamics and stability and an analysis on the adopted linear model. To obtain the desired handling qualities, it was used the poles placement restraints on dumping and frequency requirements shown at ADS-33E-PRF. After the system design, the handling qualities was evaluated in a real-time flight simulator at Instituto de Pesquisas e Ensaios em Voo (IPEV) by two pilots. Beyond the proportional feedback system, others control's and system's configurations were tested, as: ACAH (Attitude Control Attitude Hold), using of wash-out filter, mixer and compensators. The implementation effect of actuators in the system's plant and Linear Matrices Inequalities (LMI) controller design to obtain state and output feedback were also analyzed.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Revisão bibliográfica	13
1.2	Objetivo Geral	15
1.2.1	Objetivos específicos	15
1.3	Divisão do Trabalho	16
2	REVISÃO TEÓRICA	17
2.1	Aerodinâmica do Helicóptero	17
2.1.1	Efeito do torque do rotor principal	17
2.1.2	Tendência à translação lateral (derrapagem) no voo pairado	17
2.1.3	Ação pendular	18
2.1.4	Efeito de Coriolis (Conservação do momento angular)	18
2.1.5	Sustentação devido ao voo à frente (<i>Translational Lift</i>)	19
2.1.6	Efeito da precessão giroscópica	19
2.1.7	Fluxo de ar induzido	19
2.1.8	Efeito do fluxo de ar transverso	20
2.1.9	Assimetria da sustentação	20
2.2	Comandos de Voo do Helicóptero	21
2.2.1	Controle coletivo de passo	21
2.2.2	Controle cíclico de passo	22
2.2.3	Manete de potência	22
2.2.4	Controle de direção de proa	22
2.3	Dinâmica de Voo	23

2.3.1	Modelando o helicóptero	23
2.3.2	Dinâmica do rotor principal	24
2.3.3	Modelo de 6 Graus de Liberdade (DoFs)	28
2.3.4	Resposta Temporal de um Sistema Linear	31
2.3.5	Principais derivadas e características de estabilidade	32
2.4	Modelo Utilizado	37
2.4.1	Caracterização dos Modos do Modelo	39
2.5	Processo Semi-Linear	44
2.6	Norma ADS-33E-PRF	44
2.6.1	Determinação dos níveis (<i>levels</i>) de qualidade de voo	44
2.6.2	Sobre o critério em largura de banda	46
2.6.3	Resposta da aeronave definidas pela norma.	48
2.6.4	Resumo dos critérios de Qualidade de Voo estabelecidos pela Norma ADS-33E-PRF	51
2.7	Controle	57
2.7.1	Controladores centralizados e descentralizados	60
2.7.2	Métodos de síntese dos controladores	62
2.7.3	Problema de Regulação - Sistema de Aumento de Estabilidade (SAS)	74
2.7.4	Malhas de Controle usando Compensadores	83
2.7.5	Malhas de Controle usando Compensadores de Avanço de Fase	85
2.7.6	Uso de <i>Mixer</i> e outras arquiteturas	87
3	METODOLOGIA	90
3.1	Simulação de Voo com Pilotos	91
4	RESULTADOS	95
4.1	Análise do Modelo em Malha Aberta	95
4.1.1	Detectabilidade, Estabilizabilidade, Controlabilidade e Matriz de Ga- nhos Relativos	122
4.2	Sistemas de controle	126
4.2.1	Sistema de aumento de estabilidade - SAS	126

4.2.2	Rastreador com controle proporcional	135
4.2.3	Controle integral	141
4.2.4	Controle PI	144
4.2.5	Uso de Compensadores	146
4.3	Simulação com pilotos	147
5	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	150
6	CONCLUSÃO	152
6.1	Conclusão	152
6.2	Sugestões para trabalhos posteriores	153
	REFERÊNCIAS	156
	ANEXO A – EXEMPLOS DE MANOBRAS BÁSICAS DE UM HELI- CÓPTERO	158
A.1	Manobras básicas de voo	158
A.1.1	Decolagem vertical para o pairado	158
A.1.2	Pairado	159
A.1.3	Giro no Pairado	159
A.1.4	Pairado - Voo à frente	161
A.1.5	Pairado - Voo lateral	161
A.1.6	Pairado - Voo à ré	161
	ANEXO B – CARACTERÍSTICAS COMPARATIVAS DOS MODOS DO MODELO UTILIZADO	162
B.1	Lugar Geométrico das Raízes - Todos os Modos	162
B.2	Predominância de Cada Estado e Controle nos Modos do Modelo por Condição de Voo	163
B.2.1	Rolamento Puro	163
B.2.2	Período Curto	164
B.2.3	Fugóide	165
B.2.4	Dutch Roll	166

B.2.5	Espiral	167
B.2.6	Modo em Elevação	168
B.2.7	Período dos Modos Oscilatórios	170
B.2.8	Tempo para Dobrar de Amplitude	171
ANEXO C – RESPOSTA EM MALHA ABERTA À ENTRADA DEGRAU UNITÁRIO EM CÍCLICO LATERAL.		172

1 Introdução

O uso de sistemas de controle permite melhorar as características de resposta da aeronave, diminuindo a carga de trabalho dos pilotos, tornando a operação das aeronaves mais segura. A modernização da frota de helicópteros antigas para a integração de sistemas modernos como o *Fly-by-wire* se torna muito custosa, dessa forma a atualização de sistemas de autoridade parcial (SAS) já presentes nas aeronaves ou de baixo custo de implementação se mostra de grande interesse.

A simulação de voo faz uso dos modelos gerados na dinâmica de voo para permitir que situações e manobras sejam testadas antes que a aeronave seja utilizada, avaliando-se assim como é a resposta e os esforços a que ela está sujeita. Além da avaliação das condições de voo, a simulação também é usada para o treinamento de pilotos em manobras e procedimentos com um custo muito menor e sem o risco de um voo real. Neste último campo que este trabalho foi desenvolvido.

Este trabalho fez o estudo de sistemas de aumento de estabilidade de forma a possibilitar a sua aplicação em um modelo de corpo rígido de 6 graus de liberdade (DoF's) de um helicóptero, visando melhorar aspectos de qualidade de voo (QDV), principalmente, em voo pairado e em baixa velocidade. Tais sistemas devem contemplar diferentes condições de qualidade de voo, tornando-se representativo de mais de uma forma de resposta dinâmica, permitindo aos pilotos que fizerem uso desse sistema em simulador diferentes possibilidades de treinamento. Por fim, foi implementado um sistema do tipo SAS (*Stability Augmentation System*) e ACAH (*Attitude Command Attitude Hold.*) no modelo utilizado. De forma a avaliar a redução de carga de trabalho e a melhora da QDV em comparação com o modelo livre, o modelo final foi implementado no simulador de Ensaio em Voo do IPEV e testado por pilotos.

1.1 Revisão bibliográfica

Em [Harding *et al.* 2006] foram desenvolvidos leis de controle para serem aplicadas juntamente com um sistema SAS do Helicóptero AH-64D Longbow Apache, melhorando as qualidades de voo sem a necessidade da implementação de um sistema com autori-

dade total como o *fly-by-wire*. O principal objetivo foi a melhora da qualidade de voo e diminuição da carga de trabalho do piloto em condições de voo pairado e com baixa visibilidade. Foram gerados sistemas de controle para manutenção de atitude ACAH e velocidade de acordo com os requisitos da norma ADS-33E. Ferramentas computacionais foram usadas para o modelamento e identificação da aeronave e seus sistemas, para a análise e otimização das leis de controle propostas. O trabalho se baseou em um modelo linear caracterizado pela identificação das respostas em frequência da aeronave. Foram obtidas melhoras em QDV utilizando-se o mesmo sistema mecânico já presentes no helicóptero.

Em [Harding *et al.* 2019] é usado o sistema de controle de autoridade parcial na implementação de um ACAH a fim de melhorar a QDV em pairado e no voo em baixa velocidade com visibilidade reduzida. O processo de desenvolvimento da arquitetura de controle seguiu o adotado em [Harding *et al.* 2006]. Foram usados os requisitos da norma ADS-33E. As melhorias foram implementadas em todo o envelope de controle de forma a viabilizar a melhoria na aeronave. Para isso, foi usado um sistema de otimização computacional. Por fim, a redução da carga de trabalho do piloto em comparação ao sistema de controle inicial foi demonstrada em simulação de voo.

Em [Tischler *et al.* 2008] é mostrado como o uso de uma otimização multi-objetivo é capaz de lidar com os muitos parâmetros conflitantes de qualidade de voo e margens de estabilidade definidas pelas normas ADS-33E-PRF e MIL-DTL-9490E. Foi feito um estudo com o modelo do helicóptero UH-60 e seus resultados foram validados com dados de simulação de voo e com os dados de QDV esperados. O método se mostrou adequado na concepção do sistema de controle, trazendo melhora na *performance* e diminuição no custo de concepção.

Em [Hoh 2003], também é mostrado a possibilidade de se obter resultado em QDV similares ao uso de sistemas de controle com autoridade total em situações de voo pairado, voo em baixa velocidade, com baixa visibilidade. Mostrou-se que um sistema de autoridade parcial como ACAH adicionado de um sistema de manutenção de altitude, ACAH+HH (*Height-Hold*), diminui de maneira significativa a carga de trabalho comparativamente a sistemas de autoridade total. Também foram usados os requisitos da norma ADS-33E.

Em [Hu e Gu] foi usado leis de controle assessoradas por redes neurais. Tal sistema se baseou no aprendizado do comportamento do erro pela rede, para posterior *feedback* de uma planta de helicóptero instável. A validação do modelo foi realizada por meio de simulação e a abordagem aplicada se mostrou adequada. Foi utilizada a norma ADS-33E para definição dos parâmetros de controlabilidade.

Em [Kumar *et al.* 2011] foi realizado um estudo comparativo entre as diferentes abordagens na determinação do sistema de controle utilizado em helicópteros de grande

porte. São demonstradas as peculiaridades dos sistemas de controle de voo utilizados nesse tipo de helicóptero e os desafios abordados na sua implementação. Considerações sobre práticas mais promissoras são dadas, dentre elas a aplicação de um modelo não linear é considerado mais adequado para uma implementação que seja fidedigna a realidade e um modelo de controlador linear convencional não é capaz de estabilizar um helicóptero de grande porte.

1.2 Objetivo Geral

Desenvolver um ou mais sistemas de aumento de estabilidade e controle para um modelo de simulação de asas rotativas de tal modo que seja possível simular diferentes características de estabilidade e qualidade de pilotagem definidas pelos requisitos da norma ADS-33E-PRF. Os sistemas desenvolvidos devem considerar o limite de 10 % de autoridade de comando.

1.2.1 Objetivos específicos

1. Realizar um estudo da dinâmica de voo de aeronaves de asas rotativas de forma a possibilitar a compreensão da resposta dinâmica que será observada nos projetos dos controladores;
2. Estudar a norma ADS-33E-PRF e escolher os requisitos de qualidade de voo que serão aplicados no projeto do controlador;
3. Realizar um estudo do modelo em malha aberta de forma a identificar os seus modos dinâmicos característicos e avaliar suas características de estabilidade e controlabilidade.;
4. Estabelecer e validar arquiteturas de controle projetadas com o fim de se cumprirem os requisitos propostos pela norma para diferentes classificações de qualidade de voo ou características de pilotagem;
5. Implementar um ou mais sistemas de controle no Simulador de Ensaio em Voo do IPEV e verificar a classificação de qualidade de voo atribuída por pilotos segundo a escala Cooper-Harper.

1.3 Divisão do Trabalho

No Capítulo 2 é feita a revisão bibliográfica sobre o tema abordada nesse trabalho. Diferentes tipos de controladores são propostos pelos autores com o objetivo de melhorar a qualidade de voo de modelos de aeronaves de asas rotativas utilizando requisitos da norma ADS-33E-PRF . O modelo de controlador proposto inicialmente nesse trabalho, se baseou na referência [Hoh 2003] onde são abordados diferentes configurações de SAS e ACAH.

No Capítulo 3 é feita uma revisão teórica sobre a dinâmica de voo de aeronaves de asas rotativas e são abordados diferentes características desse tipo de aeronave. Também é feito uma avaliação do modelo de corpo rígido de seis graus de liberdade utilizado nesse trabalho. São destacados os modos dinâmicos associados e as derivadas de estabilidade mais importantes presentes no modelo. Em seguida, são abordados as características da norma e os requisitos passíveis de aplicação nesse trabalho. Finalizando com a teoria e os sistemas de controle utilizados.

No Capítulo 4, a metodologia utilizada no trabalho é desenvolvida. São destacados os critérios utilizados para a obtenção dos controladores. Também é exposto o método de avaliação utilizado com os pilotos no simulador.

Em seguida, no Capítulo 5, são mostrados os resultados obtidos para os diferentes sistemas de controle implementados e os resultados de simulação e avaliação pelos pilotos.

No capítulo 7, o trabalho é finalizado com conclusões e sugestões para trabalhos posteriores.

2 Revisão Teórica

2.1 Aerodinâmica do Helicóptero

Os seguintes fenômenos e descrições foram baseados em [Federal Aviation Administration 2000]. Quando não mencionado, o sentido de rotação do rotor principal foi considerado anti-horário (visto de cima).

2.1.1 Efeito do torque do rotor principal

Devido ao efeito de ação-e-reação, quando o motor gira o rotor principal no sentido anti-horário, a fuselagem do helicóptero gira no sentido contrário, ou seja, no sentido horário. Tal efeito é diretamente relacionado com a potência empregada no motor. Quanto maior a potência, maior o torque gerado.

Para contrabalançar essa tendência, um sistema de anti-torque ou rotor de cauda é usado na maioria dos helicópteros.

2.1.2 Tendência à translação lateral (derrapagem) no voo pairado

Durante o voo pairado um helicóptero com apenas um rotor principal tende a derrapar na mesma direção da tração gerada pelo rotor de cauda. Tal efeito é chamado tendência à translação (*Translating tendency*).

Para contrabalançar esse efeito, o plano de rotação é inclinado no sentido oposto. Para isso uma ou mais configurações são usadas em uma aeronave:

1. O mastro é acoplado de forma a deixar o plano de rotação inclinado no sentido contrário a tração gerada pelo rotor de cauda, produzindo uma tração lateral.
2. A montagem do aparelhamento dos comandos é feita de tal forma que, com o comando cíclico centrado, o disco do rotor fica ligeiramente inclinado, contrariando a

tração do rotor de cauda.

3. O controle cíclico é projetado de forma a deixar um comando lateral na posição neutra, dessa forma o rotor principal fica ligeiramente inclinado quando se encontra em voo pairado.

Ao contrabalancear o torque para evitar a tendência à translação lateral (derrapagem), o esqui esquerdo fica mais baixo para um helicóptero com rotação anti-horária. Nesse caso, o rotor de cauda produz uma tração para direita. Assim, é necessária uma leve inclinação para a esquerda no plano de rotação do disco do rotor principal para contrabalancear a tração do rotor de cauda. Devido a diferença de posição vertical entre o ponto de transmissão da força do rotor principal na fuselagem e do ponto de aplicação da força do rotor de cauda, é gerado um leve rolamento da fuselagem para a esquerda com a tendência de alinhamento entre essas duas forças.

2.1.3 Ação pendular

A fuselagem do helicóptero com apenas um rotor principal está suspensa através de um único ponto (mastro) e possui uma massa considerável, assim ela é livre para oscilar como um pêndulo. Esse efeito pode aparecer de forma pronunciada quando são realizados comandos com grande amplitude, por exemplo, uma abrupta puxada de comando cíclico no voo à frente. Dessa forma, todos os controles devem ser suaves.

2.1.4 Efeito de Coriolis (Conservação do momento angular)

Quando uma pá sofre um batimento para cima (*flap up*) o centro de massa da pá se aproxima do centro de rotação do rotor. Pela conservação do momento angular, a pá deve aumentar a velocidade angular. Portanto, é observado uma aceleração no sentido no sentido de rotação (avanço) na pá que sobe. Caso a pá sofra um batimento para baixo, o centro de massa da pá se afastará do eixo de rotação da mesma, causando uma desaceleração devido a conservação do momento angular. Dessa forma, é observado um recuo da pá que desce.

Deve se observar que devido ao efeito de cone no rotor principal, as pás nunca se situam abaixo do plano perpendicular ao cubo do rotor. O efeito de aceleração e desaceleração das pás (avanço e recuo) são reduzidos por amortecedores e pela estrutura em si da pá.

2.1.5 Sustentação devido ao voo à frente (*Translational Lift*)

Quando o helicóptero se desloca através do ar, os vórtices são empurrados para fora da região do rotor e ele atua em um fluxo de ar menos perturbado. Além disso, é reduzido o fluxo de ar induzido e o arrasto induzido, causando um aumento no ângulo de ataque das pás e, conseqüentemente, na sustentação. O incremento de sustentação é chamado de sustentação efetiva de translação, ETL (*effective translational lift*). O efeito de aumento da sustentação devido ao voo à frente é mais notado quando a velocidade do vento relativo atinge valores entre 16 a 24 nós (1 nós = 1.852 km/h, 16 nós = 29.63 km/h, 24 nós = 44.45 km/h).

O mesmo efeito também é observado no rotor de cauda. Para um helicóptero com rotor principal girando em sentido anti-horário, o efeito de maior eficiência do rotor de cauda causa uma guinada para esquerda, sendo necessário usar o pedal direito para corrigir essa tendência.

2.1.6 Efeito da precessão giroscópica

Como o rotor principal de um helicóptero funciona girando, a sua dinâmica é igual a um giroscópio. Dessa forma, os mesmos efeitos observados num giroscópio também são observados no rotor. O principal deles é a precessão. Esse efeito é responsável pelo atraso de 90 graus, no sentido de rotação, observado no deslocamento causado pela aplicação de uma força perpendicular ao plano de rotação.

2.1.7 Fluxo de ar induzido

Quando as pás do helicóptero rotacionam, o movimento cria um fluxo horizontal relativo do vento com relação a pá. Esse fluxo é chamado de vento relativo à rotação. O movimento desse vento em relação a pá, cria a sustentação. À medida que a pá gera sustentação o fluxo de ar é empurrado para baixo. Dessa forma, para o helicóptero levantar seu peso, uma grande massa de ar é empurrada para baixo, gerando o chamado fluxo de ar induzido. A combinação do fluxo gerado pelo vento relativo à rotação e o fluxo de ar induzido (*downwash*) gerado pela sustentação determinam a direção do fluxo de ar em relação a pá. Com o aumento do fluxo de ar induzido, o fluxo de ar se torna menos horizontal, diminuindo o ângulo de ataque efetivo da pá o que, por sua vez, diminui significativamente a eficiência do rotor.

2.1.8 Efeito do fluxo de ar transverso

Quando o helicóptero acelera para frente, o fluxo induzido na parte frontal do disco cai para quase zero e aumenta, comparativamente, na região a ré. Como o fluxo induzido é menor na região à frente, o ângulo de ataque efetivo da pá aumenta nessa região e diminui na região posterior. Devido ao efeito de precessão giroscópica, o aumento do ângulo de ataque a frente causa um movimento de *flap up* na região esquerda do disco para rotores que giram no sentido anti-horário (visto de cima). Da mesma forma, acontece um efeito de *flap down* na região à direita. Essa inclinação resultante tende a rolar a aeronave para direita. Esse fenômeno se torna pronunciado quando o movimento acelerado é realizado para velocidades em torno de 20 nós (37.4 km/h). Tal efeito é facilmente percebido pelo aumento da vibração do helicóptero em velocidades próximas ao início do aumento da sustentação devido ao voo a frente (*Translational lift*).

2.1.9 Assimetria da sustentação

Quando o helicóptero se encontra em voo à frente, o vento relativo é maior na pá que avança, devido a composição do movimento de rotação da pá com o vento horizontal contrário. Da mesma forma, na pá que recua, o vento relativo é menor, pois a velocidade de rotação é subtraída do vento relativo. Portanto, a pá que avança percebe uma maior sustentação do que a pá que recua, gerando uma assimetria na sustentação ao longo do plano de rotação.

Se esse efeito acontece de forma pronunciada, o helicóptero tem a tendência de cabrar. Devido ao efeito de precessão giroscópica, o momento aplicado pela assimetria de sustentação é atrasado em 90 graus e causa uma tendência a levantar o nariz.

Esse efeito é minimizado pois as pás podem realizar batimento e mudar o passo, distribuindo automaticamente a sustentação de forma mais uniforme.

O efeito do vento relativo em relação à pá que avança e que recua sofre influência do movimento de batimento da pá. A pá que avança na posição 2, perpendicular a direção do voo, apresenta a máxima velocidade de batimento para cima. Quando a pá se desloca para cima, o vento relativo muda, diminuindo o ângulo de ataque efetivo da pá devido ao movimento ascendente. Dessa forma, também se diminui a sustentação gerada pela pá. Na posição contrária, a pá que recua apresenta a máxima velocidade de batimento para baixo. A velocidade descendente muda (aumenta) o ângulo de ataque efetivo da pá, causando um aumento na sustentação nessa região.

O efeito de batimento da pá apresenta um efeito contrário ao gerado pelo avanço da aeronave. A distribuição de sustentação é resultado da combinação dos dois resultados.

Devido ao fenômeno de batimento da pá ocasionado pelo efeito de assimetria de sustentação, o máximo deslocamento em batimento para cima ocorre na posição a frente e o máximo deslocamento em batimento para baixo ocorre a ré. Assim, com o helicóptero em voo à frente, o plano de rotação do rotor se inclina para trás, diminuindo a tração à frente e, conseqüentemente, a velocidade nessa direção. Esse efeito pode ser contrabalanceado com o comando cíclico.

2.1.9.1 Limitações de velocidade

A combinação dos efeitos de batimento da pá que recua com a diminuição da velocidade relativa devido ao voo à frente limita a máxima velocidade de um helicóptero convencional (diferentemente dos helicópteros com rotores coaxiais e em tandem que possuem dois rotores girando em sentido contrário). Em elevadas velocidades à frente, a pá que recua estola devido a baixa velocidade do vento relativo e ao elevado ângulo de ataque efetivo. Esse efeito é chamado de estol da pá que recua (*retreating blade stall*) e é caracterizado pela elevação do nariz, vibrações e tendência a rolamento (normalmente para esquerda no caso de rotor principal rotacionando em sentido anti-horário). Por outro lado, o aumento de velocidade é caracterizado pelo surgimento de efeitos de compressibilidade na pá que avança, também limitadores da velocidade à frente da aeronave.

2.2 Comandos de Voo do Helicóptero

2.2.1 Controle coletivo de passo

O comando de passo coletivo é responsável pelo controle do passo de todas as pás do rotor de forma igual. É localizado ao lado esquerdo do assento do piloto. Puxando-se o comando coletivo, aumenta-se o passo de todas as pás de forma igual. Empurrando-se o comando, diminui-se o passo de todas as pás de forma igual.

O aumento do passo das pás ocasiona um aumento no ângulo de ataque e, conseqüentemente, um aumento no arrasto gerado por ela. Há então uma tendência de diminuição do r.p.m. do rotor principal. Por outro lado, diminuindo-se o passo das pás, há uma diminuição do ângulo de ataque da pá e, conseqüentemente, uma diminuição do arrasto, com uma tendência de aumentar a r.p.m. do rotor principal. Como manter um valor de r.p.m. constante é essencial na operação de um helicóptero, uma mudança proporcional no torque do motor é necessária. Isso pode ser realizado ajustando-se a manete do motor manualmente ou com um sistema de controle proporcional, FADEC ou antecipador associado a um governador de rotação.

2.2.2 Controle cíclico de passo

O controle cíclico de passo controla a inclinação do plano de giro do rotor através da mudança do passo das pás ao longo do disco de rotação. Quando o rotor principal é inclinado, há um componente da sustentação disposto na horizontal que desloca o helicóptero.

O disco do rotor se inclina na direção em que a pressão no comando é feita.

2.2.2.1 Pedais anti-torque

Os pedais do sistema anti-torque do helicóptero controlam o ângulo de passo das pás do rotor de cauda e, conseqüentemente, a tração gerada pelo rotor de cauda. A principal função do rotor de cauda é contrabalancear o torque gerado pelo rotor principal e prover estabilidade direcional, especialmente em baixas velocidades. Os pedais são ligados diretamente à caixa de transmissão do rotor, permitindo o aumento ou diminuição do ângulo das pás.

2.2.3 Manete de potência

A função da manete de potência é regular o r.p.m. do motor. Se não existe um FADEC ou antecipador associado a um governador de rotação que regulam a potência do motor com a variação do comando coletivo, essa variação deve ser feita manualmente. Rotacionando o comando no sentido contrário ao da mão esquerda, aumenta o r.p.m.; rotacionando o comando no mesmo sentido à mão esquerda, diminui o rpm.

2.2.4 Controle de direção de proa

Além de contrabalancear o torque do rotor principal, o rotor de cauda é usado para controlar a proa do helicóptero no voo pairado ou para fazer *hovering turns* (*pedal turns*).

No voo a frente, os pedais não são usados para o controle de proa, a não ser em situações com vento cruzado na decolagem ou aproximação. São usados apenas para contrabalancear o torque e manter a aeronave trimada longitudinalmente, realizando um voo coordenado. O comando cíclico é usado para mudar a proa no voo à frente, fazendo uma curva até a direção desejada.

A tração no rotor de cauda depende do ângulo de passo das pás do rotor. Esse ângulo pode ser positivo, negativo ou neutro. Para aeronaves com rotor girando no sentido anti-horário (vista superior), um ângulo de passo positivo tende a girar a cauda para a direita, enquanto um ângulo de passo negativo, tende a girar a cauda para a esquerda, girando

no mesmo sentido do rotor principal. Nenhuma tração é produzida com o ângulo nulo de passo.

Com o pedal na posição neutra, o rotor de cauda possui passo positivo, gerando tração aproximada ao torque na condição de cruzeiro. Dessa forma, o helicóptero mantém uma proa constante no voo nivelado. A condição neutra é referente ao voo em cruzeiro. Como o torque depende da condição de carga do motor em determinada condição de voo, a posição do pedal também depende desse valor de potência. Em geral, quanto menos potência é utilizado, mais o pedal da direita é pressionado, por outro lado, quanto mais potência é utilizada, mais pedal da esquerda é utilizado.

Como a função principal do rotor de cauda é contrabalancear o torque do rotor principal. O ângulo máximo de passo positivo é maior do que o máximo ângulo de passo negativo. Um ângulo negativo de passo é necessário no rotor de cauda, pois na condição de autorotação a fuselagem do helicóptero tem a tendência de guinar para a esquerda devido ao atrito na transmissão do rotor principal, além da contribuição da deriva vertical que, nesta condição, carrega (penaliza) mais a sustentação necessária do rotor de cauda.

2.3 Dinâmica de Voo

O problema de modelagem e simulação da dinâmica do voo de helicópteros necessita incorporar as características aerodinâmicas, estruturais e efeitos internos que se combinam com os comandos do piloto e das condições externas (atmosfera) [Padfield 2011].

2.3.1 Modelando o helicóptero

Considerando os diferentes subsistemas do helicóptero - rotor principal, fuselagem, cauda e rotor de cauda - um modelamento mais preciso da dinâmica de voo de uma aeronave de asas rotativas considera as dinâmicas desses diferentes elementos de forma separada, levando a sistemas com mais graus de liberdade do que o convencional modelo de corpo rígido de 6 graus de liberdade. Apesar de existir equacionamento para modelos que consideram as dinâmicas das pás, por exemplo, a dificuldade de identificação para esses componentes é um dos problemas encontrados na utilização de representações mais complexas. Um exemplo de modelo mais completo é usado no desenvolvimento de leis de controle em [Harding *et al.* 2006]. Nesse trabalho é usado um modelo de 12 graus de liberdade que considera a dinâmica de corpo rígido mais dinâmicas relativas ao movimento de batimento e avanço e recuo das pás, conicidade e dinâmica rotacional do rotor principal, além de considerar a dinâmica do fluxo de ar (*dynamic inflow*) identificados por meio do software CIFER.

No entanto, neste trabalho foi usado um modelo mais simplificado, considerando apenas 6 graus de liberdade em relação ao centro de gravidade (CG) da aeronave. Nessa forma de representação, todas as dinâmicas oriundas dos outros graus de liberdade dos vários subsistemas da aeronave perdem sua independência e são transmitidos as equações de forma simplificada e estática.

2.3.2 Dinâmica do rotor principal

Mesmo que o modelo utilizado não considere individualmente a dinâmica do rotor principal, o seu entendimento é essencial para a compreensão do comportamento dinâmico de um helicóptero com um todo. Dessa forma, aqui será considerada um desenvolvimento acerca desse tema.

O entendimento da dinâmica do rotor principal é obtido com a modelagem progressiva, partindo-se do rotor livre no vácuo até o modelo do rotor na atmosfera com as ligações do rotor com o eixo de rotação e a fuselagem.

2.3.2.1 Rotor no Vácuo

Considerando um rotor com velocidade angular de rotação das pás (Ω , rad/s) e livre para realizar batimento (β , rad) em torno de um eixo no centro de rotação. Um modelo mais genérico e representativo é obtido adicionando um mola de torção no eixo de batimento (constante da mola ou rigidez de batimento = K_β). Fazendo algumas considerações, tal representação, apesar de simples, é razoável para todos os tipos de rotores: Gangorra, articulado, *bearingless* e *hingless*. Para os rotores articulado, *bearingless* e *hingless* essa é uma representação equivalente onde K_β não representa exatamente o valor de resistência elástica torcional em batimento, pois nesses tipos de rotores também é necessário considerar o efeito da excentricidade de batimento.

A equação do movimento de batimento do rotor no vácuo é obtida das somas dos momentos em torno do eixo de batimento, integrando-se ao longo de uma pá, conforme 2.1:

$$K_\beta \cdot \beta = - \int r \cdot m(r) \cdot \left(r \cdot \frac{d^2 \beta}{dt^2} + r \cdot \omega^2 \cdot \beta \right) dr \quad (2.1)$$

Definindo o ângulo de azimute da pá como $\Psi = \Omega \cdot t$ e derivando a equação 2.1 em relação a Ψ , obtém-se a equação 2.2.

$$\frac{d^2 \beta}{d\Psi^2} + \lambda_\beta^2 \beta = 0 \quad (2.2)$$

Onde λ_β é denominado como razão de frequência de batimento e é dada pela equação 2.3:

$$\lambda_\beta^2 = 1 + \frac{K_\beta}{I_\beta \Omega^2} \quad (2.3)$$

Assim no vácuo, caso a constante da mola seja nula, o movimento é harmônico simples com uma frequência natural de um movimento por revolução. Assim, quando o disco estiver sujeito a uma perturbação, o movimento será uma oscilação com a frequência de rotação do rotor, Ω .

Para $K_\beta \neq 0$, $\lambda_\beta > 1$ e um distúrbio em batimento terá uma frequência maior do que um movimento por revolução. Tipicamente, o valor de λ_β^2 fica entre 1,1 e 1,3.

É possível observar o efeito de precessão giroscópica adicionando rotações no eixo do rotor em arfagem (q) e rolamento (p). A convenção normalmente adotada para o ângulo de azimute (Ψ) é com o zero na posição a ré do cubo do rotor. Assim, a equação de movimento fica na forma:

$$\frac{d^2\beta}{d\Psi^2} + \lambda_\beta^2\beta = \frac{2}{\Omega}(p.\cos\Psi - \text{sen}\Psi) \quad (2.4)$$

A solução da equação 2.4 é da forma:

$$\beta = \beta_{1c}.\cos\Psi + \beta_{1s}.q.\text{sen}\Psi \quad (2.5)$$

Onde β_{1c} é a amplitude da inclinação longitudinal do disco do rotor e β_{1s} é a amplitude da inclinação lateral. Tais valores são dados por:

$$\beta_{1c} = \frac{2}{\Omega(\lambda_\beta^2 - 1)}.p \quad (2.6)$$

$$\beta_{1s} = \frac{-2}{\Omega(\lambda_\beta^2 - 1)}.q \quad (2.7)$$

Das equações 2.6 e 2.7, observa-se que um movimento de rotação para fora do plano apresenta um resposta defasada de 90 graus, devido à resposta giroscópica do rotor. Assim, um movimento de rolamento causa um momento no eixo de arfagem e um movimento de guinada causa um momento no eixo de rolamento.

Esse equacionamento é uma simplificação, pois foi considerado um ângulo β pequeno, de onde $\cos\beta \approx 1$ e $\text{sen}\beta \approx 0$. Também não foram levados em consideração os efeitos de momentos no plano de rotação.

2.3.2.2 Rotor no ar

Desconsiderando o arrasto nas pás é possível modelar o movimento de batimento conforme equação 2.8:

$$\frac{d^2\beta}{d\Psi^2} + \lambda_\beta^2\beta = \frac{2}{\Omega}(p.\cos\Psi - \text{sen}\Psi) + \frac{1}{I_\beta.\Omega} \int_0^R l(r, \Psi) r dr \quad (2.8)$$

onde $l(r, \Psi)$ é a sustentação em um ponto da pá perpendicular ao escoamento local, considerando-se a teoria do aerofólio fino, dada por 2.9:

$$l(r, \Psi) = \frac{1}{2}\rho.V^2.c.a_0.\alpha \quad (2.9)$$

Onde ρ é a densidade do ar, V é a velocidade resultante local, c a corda, $a_0 = \frac{dcl}{d\alpha}$ e α o ângulo de ataque.

Considerando o rotor no voo pairado, isto é, sem velocidade transversal em relação à massa de ar, e uma distribuição constante de fluxo de ar induzido passando pelo disco, é possível reescrever a equação 2.8 na forma:

$$\frac{d^2\beta}{d\Psi^2} + \lambda_\beta^2\beta = \frac{2}{\Omega}(p.\cos\Psi - \text{sen}\Psi) + \frac{\gamma}{8} \left(\theta - \frac{4}{3}\lambda_i + \frac{p}{\Omega}\text{sen}\Psi + \frac{q}{\Omega}\cos\Psi \right) \quad (2.10)$$

Onde γ é o número de Lock, grandeza adimensional que mede a razão entre as forças aerodinâmicas e inerciais na pá do rotor; λ_i é a razão entre a velocidade induzida de downwash e a velocidade de rotação da ponta da pá, conforme equações 2.11 e 2.12.

$$\gamma = \frac{\rho c a_0 R^4}{I_\beta} \quad (2.11)$$

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R} \quad (2.12)$$

O passo de cada pá é dado pela equação 2.13:

$$\theta = \theta_0 + \theta_{1c}\cos\Psi + \theta_{1s}\text{sen}\Psi \quad (2.13)$$

Onde θ_0 é o passo coletivo, θ_{1c} o passo cíclico lateral e θ_{1s} é o passo cíclico longitudinal. Observar que o ângulo de passo é relativo ao passo real na pá em uma determinada posição do disco. O comando do piloto de cíclico longitudinal apresenta um passo máximo nas laterais do helicóptero, θ_{1s} . E o comando cíclico lateral apresenta um passo máximo na

direção longitudinal, θ_{1c} .

Apesar do movimento dos comandos e do helicóptero em p e q variar ao longo do tempo, a constante de tempo do movimento de batimento é uma ordem inferior a constante de tempo associada aos comandos do piloto e ao movimento do helicóptero. Assim, as condições transientes no movimento de batimento podem ser desprezadas. Dessa forma, o batimento das pás pode ser dada pela equação 2.14

$$\beta = \beta_0 + \beta_{1c} \cos \Psi + \beta_{1s} \sin \Psi \quad (2.14)$$

Onde β_0 é o ângulo de cone do rotor e β_{1c} e β_{1s} são os ângulos de inclinação longitudinal e lateral do disco do rotor.

Substituindo as equações de batimento, 2.14, e passo, 2.13, na equação geral de batimento 2.8. Para a condição de voo pairado, é possível obter o valor do ângulo de cone para o movimento quasi-estático e o primeiro harmônico do movimento de batimento longitudinal e lateral, conforme equações 2.15, 2.16 e 2.17.

$$\beta_0 = \frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2} (\theta_0 - \frac{4}{3}\lambda_i) \quad (2.15)$$

$$\beta_{1s} = \frac{1}{1 + S_\beta^2} [S_\beta \theta_{1s} - \theta_{1c} + (S_\beta \frac{16}{\gamma} - 1)\bar{p} + (S_\beta + \frac{16}{\gamma})\bar{q}] \quad (2.16)$$

$$\beta_{1c} = \frac{1}{1 + S_\beta^2} [S_\beta \theta_{1c} + \theta_{1s} + (S_\beta + \frac{16}{\gamma})\bar{p} - (S_\beta \frac{16}{\gamma} - 1)\bar{q}] \quad (2.17)$$

Onde S_β é chamado de número de rigidez (*Stiffnes number*) e é dado por:

$$S_\beta = \frac{8(\lambda_\beta^2 - 1)}{\gamma} \quad (2.18)$$

$$\text{e } \bar{p} = \frac{p}{\Omega}, \bar{q} = \frac{q}{\Omega}$$

Das equações 2.16 e 2.17 observa-se que há acoplamento entre o movimento longitudinal e lateral do rotor como será destacada melhor nas derivadas de estabilidade discutidas em seguida.

2.3.2.3 Derivadas de batimento

Derivando as equações 2.16 e 2.17 em relação aos comandos em passo longitudinal e lateral, obtém-se as seguintes derivadas de controle direto 2.19 e as derivadas de controle

cruzada 2.20.

$$\frac{d\beta_{1c}}{d\theta_{1s}} = -\frac{d\beta_{1s}}{d\theta_{1c}} = -\frac{1}{1 + S_\beta^2} \quad (2.19)$$

$$\frac{d\beta_{1c}}{d\theta_{1c}} = \frac{d\beta_{1s}}{d\theta_{1s}} = -\frac{S_\beta^2}{1 + S_\beta^2} \quad (2.20)$$

As derivadas de controle diretos são resultantes diretamente do controle em passo, como há um atraso de 90° para a resposta em batimento, uma entrada em passo lateral é responsável pelo batimento longitudinal. Para os valores típicos de constante de rigidez (entre 0.05 e 0.3) essas derivadas têm valor aproximadamente igual a 1.

As derivadas de controle cruzado, apresentam valores elevados (em torno de 0.3) para valores de S_β elevados. Isso significa que um comando em passo para aumentar a arfagem pode ocasionar em um rolamento, quando o movimento do rotor é transmitido para a fuselagem.

2.3.3 Modelo de 6 Graus de Liberdade (DoFs)

A dinâmica descrita pelas leis de Newton e conservação da energia é expressa na forma de um sistema de equações não-lineares, conforme equação 2.21:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (2.21)$$

Na representação do sistema em 6 graus de liberdade, o vetor \mathbf{x} é definido pelas três velocidades de translação (u, v e w), pelos três componentes de velocidade rotacional (p, q e r) e pelos ângulos de Euler (ϕ, θ), conforme 2.22. O ângulo de Euler ψ pode ou não ser incluído nas equações, mas como ele não interfere na dinâmica da aeronave (considerando uma atmosfera estacionária), apenas representando a cinemática do movimento, aqui ele

não será considerado:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

O vetor de controle é definido por quatro componentes, os mesmos explicados na seção 2.2. Considerando os controles atuando diretamente nas superfícies de controle, são eles: Passo coletivo, θ_0 , passo cíclico lateral, θ_{1c} , passo cíclico longitudinal, θ_{1s} , e passo coletivo no rotor de cauda, θ_{0T} , conforme 2.23.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_{1c} \\ \theta_{1s} \\ \theta_{0T} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Considerando que os eixos x e y do corpo pertençam ao plano de simetria da aeronave, as equações de movimento do modelo de corpo rígido de 6 DoF são apresentadas na figura 2.24.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -(w.q - v.r) + \frac{X}{M_a} - g.\text{sen}\theta \\ \dot{v} &= -(u.r - w.p) + \frac{Y}{M_a} + g.\text{cos}\theta.\text{sen}\phi \\ \dot{w} &= -(v.p - u.q) + \frac{Z}{M_a} + g.\text{cos}\theta.\text{cos}\phi \\ I_{xx}.\dot{p} &= (I_{yy} - I_{zz}).q.r + I_{xz}.\dot{r} + p.q + L \\ I_{yy}.\dot{q} &= (I_{zz} - I_{xx}).r.p + I_{xz}.(r^2 - p^2) + M \\ I_{zz}.\dot{r} &= (I_{xx} - I_{yy}).p.q + I_{xz}.\dot{p} - q.r + N \\ \dot{\phi} &= p + q.\text{sen}\phi\tan\theta + r.\text{cos}\phi\tan\theta \\ \dot{\theta} &= q.\text{cos}\phi - r.\text{sin}\phi \\ \dot{\psi} &= q.\text{sen}\phi.\text{sec}\theta + r.\text{cos}\phi.\text{sec}\theta \end{aligned} \quad (2.24)$$

Onde as força (X, Y e Z) e os momentos (L, M, N) são compostos pelas contribuições das parcelas relativas aos subsistemas do helicóptero: Rotor principal, rotor de cauda, deriva vertical, estabilizador horizontal e fuselagem.

Considerando pequenas perturbações em torno de uma posição de equilíbrio, as equações do movimento podem ser expressas como uma expansão em série de Taylor. Para isso as forças e momentos da aeronave devem ser funções analíticas, consideração normalmente válida. Considerando apenas o valor das funções na condição de equilíbrio e os termos de primeira ordem na expansão. As funções em 2.24 podem ser escritas como 2.25, para uma função X genérica.

$$X = X_e + \frac{\partial X}{\partial u} \delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \delta w + \dots + \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \delta \theta_0 + \dots, \text{ etc.} \quad (2.25)$$

Expandindo as equações em 2.24 obtemos a equação de estado definindo a matriz de estado, \mathbf{A} , e a matriz de controle, \mathbf{B} , formadas pelas derivadas parciais em relação as variáveis de estado e em relação as variáveis de controle, para uma posição de equilíbrio determinada. Assim, agrupando os termos na forma de matriz, obtêm-se a figura 2.1.

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} \mathbf{u} & \mathbf{v} & \mathbf{w} & \mathbf{p} & \mathbf{q} & \mathbf{r} & \Phi & \theta \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccc} X_u & X_v + R_e & X_w - Q_e & X_p & X_q - W_e & X_r + V_e & 0 & -g \cos \Theta_e \\ Y_u - R_e & Y_v & Y_w + P_e & Y_p + W_e & Y_q & Y_r - U_e & g \cos \Phi_e \cos \Theta_e & -g \sin \Phi_e \sin \Theta_e \\ Z_u + Q_e & Z_v - P_e & Z_w & Z_p - V_e & Z_q + U_e & Z_r & -g \sin \Phi_e \cos \Theta_e & -g \cos \Phi_e \sin \Theta_e \\ L'_u & L'_v & L'_w & L'_p + k_1 Q_e & L'_q + k_1 P_e - k_2 R_e & L'_r - k_2 Q_e & 0 & 0 \\ M_u & M_v & M_w & (M_p - 2P_e I_{xz})/I_{yy} & M_q & (M_r + 2R_e I_{xz})/I_{yy} & 0 & 0 \\ N'_u & N'_v & N'_w & N'_p + k_3 Q_e & N'_q - k_1 R_e - k_3 P_e & N'_r - k_1 Q_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sin \Phi_e \tan \Theta_e & \cos \Phi_e \tan \Theta_e & 0 & \Omega_a \sec \Theta_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \Phi_e & -\sin \Phi_e & -\Omega_a \cos \Theta_e & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

$$\mathbf{B} = \left[\begin{array}{cccc} X_{\theta_0} & X_{\theta_{1c}} & X_{\theta_{1s}} & X_{\theta_{0T}} \\ Y_{\theta_0} & Y_{\theta_{1c}} & Y_{\theta_{1s}} & Y_{\theta_{0T}} \\ Z_{\theta_0} & Z_{\theta_{1c}} & Z_{\theta_{1s}} & Z_{\theta_{0T}} \\ L'_{\theta_0} & L'_{\theta_{1c}} & L'_{\theta_{1s}} & L'_{\theta_{0T}} \\ M_{\theta_0} & M_{\theta_{1c}} & M_{\theta_{1s}} & M_{\theta_{0T}} \\ N'_{\theta_0} & N'_{\theta_{1c}} & N'_{\theta_{1s}} & N'_{\theta_{0T}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{c} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \\ \mathbf{r} \\ \Phi \\ \theta \end{array}$$

FIGURA 2.1 – Matriz de estado e de controle obtidas a partir da expansão em série de Taylor em torno de uma posição de equilíbrio (modificado de [Padfield 2011]). As derivadas parciais dos termos das equações em 2.24 estão escritos com a notação de derivadas de estabilidade e controle comumente utilizadas na literatura. Os termos destacados na matriz \mathbf{B} se referem à resposta de comando esperada da aeronave e devem ser mais relevantes que os outros termos que expressam os acoplamentos entre os comandos e as respostas em outros eixos.

Na figura 2.1 as derivadas de estabilidade são definidas como:

$$\frac{\partial X}{\partial u} = X_u \quad (2.26)$$

De forma a considerar os termos de momento de inércia e massa nas derivadas de estabilidade em 2.1, são definidas as normalizações, 2.27, e as constantes de inércia, conforme 2.28.

$$\begin{aligned} X_u &\equiv \frac{X_u}{M_a} \\ L'_p &= \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz}-I_{xz}^2}L_p + \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz}-I_{xz}^2}N_p \\ N'_r &= \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz}-I_{xz}^2}L_r + \frac{I_{xx}}{I_{xx}I_{zz}-I_{xz}^2}N_r \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{I_{xz}(I_{zz}+I_{xx}-I_{yy})}{I_{xx}I_{zz}-I_{xz}^2} \\ k_2 &= \frac{I_{zz}(I_{zz}-I_{yy})+I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz}-I_{xz}^2} \\ k_3 &= \frac{I_{xx}(I_{yy}-I_{xx})-I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz}-I_{xz}^2} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Sendo:

$$\Phi_e, \Theta_e, U_e, V_e, W_e, P_e, Q_e, R_e, \Omega_a$$

As condições de equilíbrio em torno das quais as equações foram linearizadas. Sendo $\Omega_a = \dot{\Psi}_e$ a velocidade angular de equilíbrio da aeronave.

Para o voo nivelado e em equilíbrio de forças e momentos, as velocidades angulares são nulas:

$$P_e = Q_e = R_e = 0$$

2.3.4 Resposta Temporal de um Sistema Linear

A análise de um sistema linear é feita usando como base os autovetores e autovalores obtidos da solução da equação 2.29.

$$A.v_j = \lambda_j.v_j \quad (2.29)$$

Onde v_j e λ_i são os autovetores e autovalores associados a matriz de estados A. É possível obter a resposta temporal do sistema linearizado conforme a equação 2.30, [Stevens

e Lewis 2013].

$$x(t) = \sum_{j=1}^n v_j e^{\lambda_j t} (w_j^T x_0) + \sum_{j=1}^n v_j \int_0^t e^{\lambda_j(t-\tau)} (w_j^T B u(\tau)) d\tau \quad (2.30)$$

Sendo w_j os autovetores a esquerda de A (autovetores a direita de A^T), definidos pela eq. 2.31:

$$w_j^T A = \kappa_j w_j^T \leftrightarrow A^T w_j = \kappa_j w_j \quad (2.31)$$

De 2.30 podemos observar que um modo do movimento associado a cada dupla de autovetor e autovalor só é influenciado por uma condição inicial que não seja linearmente independente com valor de w_j^T . Da mesma forma, uma entrada u só excita um modo quando não é linearmente independente de $w_j^T B$. Na análise dos autovalores do sistema em malha aberta, essa última condição será usada para analisar qual o comando com influência mais significativa.

2.3.5 Principais derivadas e características de estabilidade

Na análise de estabilidade, dois conceitos são importantes para a classificação dos comportamentos de uma aeronave, são eles: a estabilidade estática, definida pela tendência inicial à manutenção da condição não perturbada; e a estabilidade dinâmica definida como forma da resposta no decorrer do tempo.

Nessa seção serão tratadas as características de estabilidade estática de aeronaves de asas rotativa e as derivadas mais importantes associadas a esse comportamento. As características de estabilidade dinâmica serão tratadas na apresentação dos modos da aeronave.

2.3.5.1 Estabilidade Longitudinal

Derivadas X_u , Y_v

As derivadas de forças (X_u , Y_v) apresentam comportamento relacionado entre si para baixa velocidade, possuindo valores da mesma ordem. As derivadas relacionadas ao comportamento direto da aeronave (X_u , Y_v) representam o amortecimento do movimento longitudinal e lateral e se relacionam diretamente com o arrasto do conjunto rotor principal e, principalmente, à fuselagem. As forças X e Y também estão relacionadas à inclinação do empuxo causado pelo basculamento do rotor principal em resposta à uma perturbação em velocidade. É característica da estabilidade em velocidade das aeronaves de asas rota-

tivas. Essas derivadas apresentam sinal negativo para uma resposta estática estabilizante, ou seja, para uma perturbação positiva na velocidade horizontal surge uma força contrária à perturbação de forma a anulá-la.

- $X_u(Y_v) < 0$ estaticamente estável;

Derivadas M_u , M_w

As derivadas M_u e M_w são alguns dos parâmetros que mostram a diferença da análise entre aeronaves de asa rotativa e asa fixa.

Enquanto em aeronaves de asa fixa o valor de M_u é próximo de zero para condições com escoamento incompressível, pois as forças e momentos de seus diferentes subsistemas tendem a se anular, o efeito da presença do rotor em aeronaves de asas rotativas causa um momento cabrador característico com o aumento da velocidade. Esse momento se origina da assimetria de sustentação lateral originada da perturbação em velocidade a frente (Devido à velocidade relativa da pá em relação ao escoamento, a pressão dinâmica na pá que avança aumenta e diminui na pá que recua). Pelo efeito de precessão giroscópica, esse efeito é atrasado em 90° , causando um momento de arfagem positivo. Esse efeito é mais pronunciado em rotores rígidos, pois há maior transferência de momentos para a fuselagem. A derivada M_u , no entanto, não depende apenas da influência do rotor principal, o estabilizador horizontal apresenta uma contribuição relevante com o aumento da velocidade a frente. Para estabilizadores horizontais com perfil assimétrico com concavidade para baixo, um aumento de pressão dinâmica causa um momento picado na aeronave, contrabalanceando o efeito do rotor principal. Mas para o voo pairado e em condições de velocidade baixa, a derivada M_u apresenta valores positivos. Por esse motivo, os helicópteros são estaticamente estáveis em velocidade, pois um aumento de velocidade inclina o plano do rotor gerando uma força contrário ao deslocamento $X_u < 0$.

- $M_u > 0$ estaticamente estável;

A derivada M_w representa o efeito de uma perturbação em velocidade vertical no momento de arfagem. Esse efeito é o mesmo relacionado com o aumento da incidência do ar em relação a aeronave e para aeronaves de asa fixa e em outras referências, por exemplo [Prouty 1986], é tratada como M_α , ou seja, representando o efeito do ângulo de ataque da aeronave no momento de arfagem, M . Diferentemente de aeronaves de asa fixa convencionais que apresentam M_w negativo, ou seja, são estaticamente estáveis, os helicópteros, devido ao rotor principal, são instáveis em ângulo de ataque, pois um aumento da incidência da aeronave é mais representativa na pá que avança, causando um momento cabrador. Com o aumento da velocidade, o estabilizador horizontal contribui com efeito

estabilizante e a fuselagem, geralmente, com efeito desestabilizante devido ao posicionamento do centro de pressão que fica à frente do Centro de Gravidade da aeronave. Dessa forma, o comportamento em perturbações em incidência geralmente é instável ($M_w > 0$), particularmente em baixa velocidade (pouca efetividade do estabilizador horizontal), mas podendo assumir um comportamento estável a partir de uma determinada velocidade à frente.

- $M_w > 0$ estaticamente instável;

Derivadas M_q

Representa o amortecimento direto para um movimento com taxa de arfagem q . Tem relação direta com as qualidades de pilotagem, uma vez que se relaciona com a reposta de curto período (alta frequência) da aeronave.

O momento de arfagem possui contribuições do rotor principal, da fuselagem e do estabilizador horizontal (principalmente para velocidades mais altas). No rotor principal, M_R se divide entre a contribuição das cargas no plano do disco, devido à inclinação da tração causada pelo basculamento do disco do rotor, e ao momento gerado pela rigidez torcional em batimento das pás, K_β , sendo expresso pela equação 2.32:

$$M_R = - \left(N_b \frac{K_\beta}{2} + Th_R \right) \beta_{1c} \quad (2.32)$$

Considerando apenas o momento no cubo do rotor gerado pela rigidez torcional equivalente da pá e substituindo o valor de K_β dado pela equação 2.3, obtém-se a equação 2.33:

$$M_{cubo} = - \frac{N_b}{2} \Omega^2 I_\beta (\lambda_\beta^2 - 1) \beta_{1c} \quad (2.33)$$

Podemos calcular a contribuição do cubo do rotor para M_q usando a derivada de batimento direta devido à taxa de arfagem, dada pela equação 2.34, pois é considerado que o transiente do movimento do rotor acaba antes da fuselagem se mover.

$$\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial q} = \frac{1}{1 + S_\beta^2} \left(S_\beta + \frac{16}{\gamma} \right) \quad (2.34)$$

É possível obter à equação de M_q relativo ao cubo do rotor, substituindo 2.34 em 2.33, considerando S_β pequeno obtém-se 2.35.

$$(M_q)_h \approx - \frac{N_b S_\beta I_\beta \Omega}{I_{yy}} \left(1 + S_\beta \frac{\gamma}{16} \right) \quad (2.35)$$

Assim rotores do tipo *hingless* e *bearless* terão predominância na resposta de amortecimento originada do momento no cubo do rotor, pois esse tipo de configuração apresenta maiores valores de S_β . Para altas velocidade, o estabilizador horizontal contribui com aproximadamente 40% da derivada de amortecimento, M_q .

Derivada Z_w

Derivada dominada pelo rotor principal. Representa a aceleração seguida de uma perturbação na velocidade vertical. Diferentemente de aeronaves de asa fixa, apresenta valores pequenos e assintoticamente constantes com a velocidade. Ou seja, aeronaves de asas rotativas são pouco sensíveis à rajadas verticais.

2.3.5.2 Estabilidade Estática Lateral

Similar às aeronaves de asa fixa, as características estáticas de estabilidade em relação à derrapagem são dominadas pelas derivadas L_v e N_v . A derivada N_v representa a tendência da aeronave se alinhar com o escoamento, sendo estável quando positiva. Seu efeito é dominado pela empenagem vertical e rotor de cauda.

- $N_v > 0$ estaticamente estável;

O efeito diedro como é conhecido em aeronaves de asa fixa é a tendência a anular a velocidade lateral com um rolamento. Possui efeito similar à derivada M_u , sendo estável para valores negativos. Assim, uma perturbação em v provoca um aumento na velocidade relativa na pá que avança, causando um rolamento. Seu efeito é dominado pelo rotor principal, mas a posição dos centros de pressão da fuselagem, da empenagem vertical e do rotor de cauda em relação ao CG também contribuem com essa dinâmica.

- $L_v < 0$ estaticamente estável;

2.3.5.3 Acoplamentos

Derivadas X_v, Y_u, M_v, L_u

As derivadas X_v, Y_u, M_v, L_u justificam o acoplamento longitudinal e lateral da aeronave em baixas velocidades (até em torno de 40 knots). Para justificar esse efeito é necessário usar considerações sobre o fluxo não uniforme de ar através disco. É possível mostrar que uma boa aproximação para o fluxo induzido, λ_i , através do disco do rotor é dada pela equação 2.36, [Padfield 2011].

$$\lambda_i = \lambda_0 + \frac{r_b}{R} \lambda_{1cw} \cos \psi_w \quad (2.36)$$

Onde λ_0 é o fluxo induzido pelo rotor no voo pairado, eq. 2.37, r_b é a posição radial no disco, ψ_w é o ângulo de derrapagem do rotor e λ_{1cw} é o fluxo induzido na direção longitudinal ao escoamento, dado pela equação 2.38.

$$\lambda_0 = \frac{v_i}{\Omega \cdot R} \quad (2.37)$$

$$\lambda_{1cw} = \lambda_0 \tan\left(\frac{\chi}{2}\right), \quad \chi < \frac{\pi}{2} \quad (2.38)$$

A variável χ representa o ângulo da esteira do rotor principal em relação ao disco do rotor. Seu valor é calculado por 2.39.

$$\chi = \tan^{-1}\left(\frac{\mu}{\lambda_0 - \mu_z}\right) \quad (2.39)$$

Derivando as equações 2.38 e 2.39 em relação a μ e considerando uma condição de voo nivelado com pequeno valor de velocidade horizontal: $\mu_z \approx 0$ e $\chi \approx 90^\circ$, obtém-se:

$$\frac{\partial \lambda_{1cw}}{\partial \mu} = \lambda_0 \sec^2\left(\frac{\chi}{2}\right) \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \Rightarrow \frac{\partial \lambda_{1cw}}{\partial \mu} = \frac{\sec^2\left(\frac{\chi}{2}\right)}{\sec^2(\chi)} \frac{1}{\lambda_0 - \mu_z} \approx \frac{1}{2}$$

Assim, uma variação na velocidade translacional da aeronave causa uma variação no fluxo induzido na direção do movimento da massa de ar. Para um aumento de u , aumenta-se aproximadamente $\frac{u}{2}$ no *downwash* à ré do disco e diminui-se de $\frac{u}{2}$ no *downwash* próximo ao nariz. Como a resposta da aeronave é atrasada em 90° na direção da rotação do rotor principal, o efeito resultante é um rolamento para a direita (para aeronaves com sentido de rotação anti-horária) causado pela velocidade à frente u positiva. Da mesma forma, uma taxa de arfagem positiva é gerada por uma velocidade lateral v também positiva.

As derivadas de batimento em relação ao fluxo induzido possuem formato similar às derivadas de batimento em relação ao ângulo de passo apresentadas na seção 2.3.2.3. Para uma variação lateral na distribuição do *downwash*, a derivada do batimento longitudinal em relação ao fluxo é dada por 2.40.

$$\frac{\partial \lambda_{ic}}{\partial \theta_{1s}} = -\frac{1}{1 + S_\beta^2} \quad (2.40)$$

Para valores próximo à 0,3 de constante de rigidez, S_β , a derivada em 2.40 apresenta valor de ≈ -0.9 , levando à um basculamento do disco do rotor para frente, devido a uma distribuição não uniforme de *downwash* lateral, considerando o sentido de rotação anti-horária.

Assim para um rotor girando em sentido anti-horário, é esperado: $X_v > 0$, $Y_u < 0$, $M_v < 0$ e $L_u < 0$.

É importante salientar que esses efeitos são oriundos apenas da dinâmica do rotor principal cuja dinâmica é dominante em baixas velocidades. As derivadas $X_v > 0$, $Y_u < 0$, $M_v > 0$ e $L_u < 0$ diminuem de magnitude com o aumento da velocidade.

2.4 Modelo Utilizado

Foi utilizado no projeto dos controladores um modelo fornecido pelo IPEV. Sendo o mesmo previamente validado e verificado pelo Instituto.

O modelo é de 6 graus de liberdade linearizadas em torno de 8 parâmetros, constituído das matrizes de estado, \mathbf{A} , e das matrizes de entradas, \mathbf{B} , obtidas para diferentes condições de voo. O vetor de estado é constituído conforme abaixo, equação 2.41.

$$x = \begin{bmatrix} u & [m/s] \\ v & [m/s] \\ w & [m/s] \\ p & [rad/s] \\ q & [rad/s] \\ r & [rad/s] \\ \phi & [rad] \\ \theta & [rad] \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

As matrizes linearizadas consideram condições de voo nivelado com velocidade à frente, V_x , variando entre os valores de 0 kt à 130 kt em 11 valores ($V_x \in 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 130$ [kt] e $V_y = 0$).

As entradas de controle são dadas pelos comandos de coletivo, cíclico lateral, cíclico longitudinal e pedal (Coletivo de cauda). A nomenclatura adotada para caracterizar esses comandos se refere a direção de atuação de cada entrada: Coletivo, atua predominantemente na direção z do eixo do corpo aumentando ou diminuindo o empuxo gerado pelo rotor principal; coletivo lateral, atua na direção do momento de rolamento, \mathbf{L} ; coletivo longitudinal, atua na direção do momento de arfagem, \mathbf{M} ; e pedal, atua na direção do

momento de guinada, \mathbf{N} . Assim o vetor de entradas u tem a forma de 2.42.

$$u = \begin{bmatrix} Ddz & [1/100] \\ Ddl & [1/100] \\ Ddm & [1/100] \\ Ddn & [1/100] \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Onde a letra D se refere à variação (Δ , delta) das deflexões de comando em torno da condição de equilíbrio.

É adotada a seguinte convenção para a variação dos comandos:

- $Ddz = 0$, comando coletivo no batente inferior (braço do piloto esticado); $Ddz = 1$, comando coletivo no batente superior (braço do piloto encolhido).
- $Ddl = 0$, Comando cíclico lateral na posição mais à esquerda; $Ddl = 1$, Comando cíclico lateral na posição mais à direita.
- $Ddm = 0$, Comando cíclico longitudinal na posição mais à ré ; $Ddm = 1$, Comando cíclico longitudinal na posição mais à frente.
- $Ddn = 0$, Pedal no batente esquerdo (perna esquerda do piloto esticada); $Ddn = 1$, Pedal no batente direito (perna direita do piloto esticada).

Para tornar as variáveis com ordem de grandeza próximas, foram feitas as mudanças de variáveis de rad para graus nos estados e de fração para porcentagem nos comandos.

Para isso foi usado o procedimento abaixo. Considerando o vetor de estado nas dimensões desejadas definido por \bar{x} , (2.43).

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} u & [m/s] \\ v & [m/s] \\ w & [m/s] \\ p & [deg/s] \\ q & [deg/s] \\ r & [deg/s] \\ \phi & [deg] \\ \theta & [deg] \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Assim:

Pode-se definir uma matriz de transformação T não singular, diagonal e invariante no tempo, [Neto 2019], tal que:

$$x = T.\bar{x}$$

No caso em questão:

$$T = \text{diag}(1, 1, 1, \frac{\pi}{180}, \frac{\pi}{180}, \frac{\pi}{180}, \frac{\pi}{180}, \frac{\pi}{180}, \frac{\pi}{180})$$

Seguindo a mesma ideia para as variáveis de controle, defini-se

$$\tilde{T} = \text{diag}(\frac{1}{100}, \frac{1}{100}, \frac{1}{100}, \frac{1}{100})$$

De tal forma que:

$$u[1/100] = \tilde{T}.\bar{u}[\%]$$

Substituindo na equação do movimento em variáveis de estado:

$$\dot{x} = A.x + B.u \Rightarrow T.\dot{\bar{x}} = A.T.\bar{x} + B.\tilde{T}.\bar{u} \Rightarrow \dot{\bar{x}} = (T^{-1}.A.T).\bar{x} + (T^{-1}.B.\tilde{T}).\bar{u} \quad (2.44)$$

Sendo p o número de variáveis de saída e C a matriz de saída, para a matriz de ganhos K_{4xp} , as deflexões de comandos do controlador, u , são dadas por 2.45.

$$u = K.y = K.C.x \Rightarrow \bar{u} = (\tilde{T}^{-1}.K.C.T).\bar{x} \quad (2.45)$$

Dessa forma, para utilizar o sistema com as variáveis desejadas basta usar as matrizes na forma de 2.46:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= T^{-1}.A.T \\ \bar{B} &= T^{-1}.B.\tilde{T} \\ \bar{K} &= \tilde{T}^{-1}.K.C.T \end{aligned} \quad (2.46)$$

2.4.1 Caracterização dos Modos do Modelo

Uma aeronave de asa rotativa apresenta os mesmos modos de uma aeronave de asa fixa, no entanto devido ao acoplamento considerável entre os modos látero-direcionais e longitudinais, a identificação dos modos se mostra menos trivial. Por exemplo, na fugóide, o autovetor correspondente apresenta estados latero-direcionais de maior magnitude do que os estados longitudinais, diferindo consideravelmente do mesmo modo apresentado por um avião, como mostrado na Figura 2.2

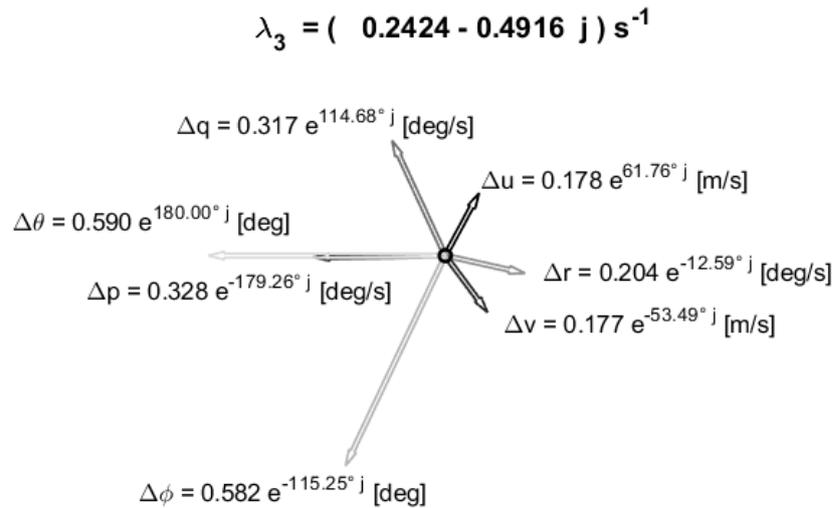


FIGURA 2.2 – Diagrama fasorial do autovetor relativo ao modo da fuga do modelo utilizado no voo pairado.

Um exemplo de lugar geométrico das raízes pode ser visto na Figura 2.3. Nessa figura são mostrados os autovalores em todas as condições de voo do modelo utilizado nesse trabalho. O processo de identificação dos modos foi feito na seção 4.1

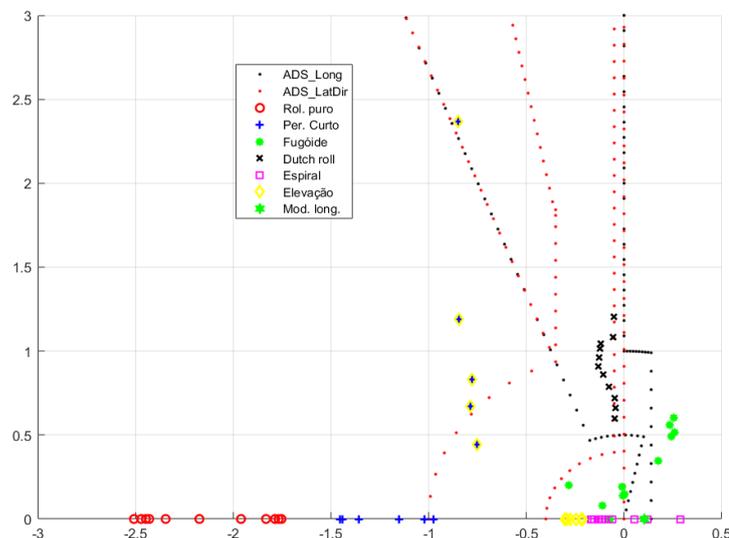


FIGURA 2.3 – Exemplo de lugar geométrico das raízes dos modos do modelo utilizado, são mostrado os autovalores para as condições de voo pairado até a velocidade a frente de 130 kt.

em Para a identificação dos modos do modelo utilizado foram usados a comparação com os modos obtidos pelo desacoplamento dos estados e pela análise dos autovetores. A principal característica da análise do sistema desacoplado é a maior estabilidade dos

modos em relação à abordagem acoplada. Esse efeito é relevante, principalmente a baixas velocidades, impossibilitando um projeto de controle considerando desacoplamento, como adotado [Stevens e Lewis 2013]. Dessa forma, a análise dos modos desacoplados foi realizada apenas para identificação e entendimento físico dos modos.

Apesar do modelo de aeronave de asa rotativa, apresentar acoplamento considerável, para uma análise dos modos, quando possível, é necessário assumir o desacoplamento. Para isso é usada a teoria do acoplamento fraco a qual estabelece que o desacoplamento é adequado quando há uma separação natural entre os modos. Assim, um modo mais rápido pode ser estimado considerando-se que os modos mais lentos não têm tempo de reagir no mesmo período de tempo. Já, para os modos mais lentos, considera-se que os modos mais rápidos agem de uma maneira instantânea, não influenciando com seu transiente o desenvolvimento do modo lento. Tais hipóteses levam a resultados aproximados, mas permitem um melhor entendimento físico do problema [Padfield 2011].

2.4.1.1 Curto Período

O modo do curto período aparece como um modo associado a atitude horizontal da aeronave. Diferentemente de aeronaves de asa fixa, esse modo normalmente não é oscilatório. É caracterizado por um movimento de ajuste rápido na atitude da aeronave.

2.4.1.2 Fugóide

Diferentemente de aeronaves de asa fixa onde o modo longitudinal lento normalmente não é relevante para QDV, em aeronaves de asas rotativas, a fugóide apresenta comportamento normalmente instável e influencia significativamente as características de pilotagem de aeronaves de asas rotativas. Nesse trabalho, um dos objetivos para melhorar a qualidade de voo é tornar esse modo estável ou, pelo menos, dentro das características aceitáveis definidas pela norma ADS-33E.

No pairado a fugóide é um modo acoplado lateral e longitudinal e faz par à um modo similar que se desenvolve no modo *Ducth-roll* clássico para velocidades maiores. Esse modo é instável a baixas velocidades, devido às características do rotor principal (M_w e M_u). Com o aumento da velocidade a frente, o modo pode torna-se estável devido à influência do estabilizadores horizontal.

Como características da fugóide instável, tem-se:

- Tempo para dobrar de amplitude na ordem de 2,5 s a 2,0 s, para o caso instável;
- Período do movimento na ordem de 10 a 50s, valores maiores para maiores velocidades a frente.

- Longitudinalmente é influenciado pelas derivadas $M_u > 0$ e $M_w > 0$ que amplificam o movimento oscilatório e seu amortecimento é relacionado à M_q . O acoplamento observado no movimento é devido, principalmente, aos efeitos de M_v e L_u .

Esse modo é majoritariamente instável para baixas velocidades, efeito esse é causado principalmente pelo acoplamento gerado pelo fluxo não uniforme no rotor principal devido a perturbações em velocidade, que geram mudança no ângulo induzido na esteira. Esse efeito é caracterizado nas derivadas M_v e L_u . Para baixas velocidades esse modo apresenta uma oscilação acoplada, evidente no autovetor pelos valores próximos das razões entre os estado p e q e v e u. [Padfield 2011].

Como o modo oscilatório da fugóide é normalmente prejudicial para à QDV, uma abordagem mais analítica é útil. Usando aproximações de acoplamento fraco é possível obter equações para a frequência e amortecimento desse modo na condição de pairado, conforme equações em 2.47.

$$\begin{aligned} \omega_p^2 &\approx -g \frac{M_u}{M_q} \\ 2\zeta_p \omega_p &= - \left(X_u + g \frac{M_u}{M_q^2} \right) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Nessa aproximação o efeito da derivada acopladas não é considerado, mas é mostrado a importância de M_u para o movimento.

Com uma perturbação na velocidade u, a derivada $M_u > 0$ Provoca um momento cabrador na aeronave. O momento de arfagem positivo é amplificado pela derivada M_w pois o componente de velocidade w aumenta com o aumento da atitude em arfagem. O movimento de arfagem é amortecido pela derivada M_q . Quando o movimento de arfagem anula a velocidade a frente devido ao componente horizontal do empuxo criado, o movimento se inverte, aumentando em cada oscilação. Com o aumento das velocidades do movimento, maiores são os efeitos das derivadas M_v e L_u , tornando o movimento totalmente acoplado.

A aproximação mostrada em 2.47 também é importante para a análise das consequências da realimentação. Observa-se que um aumento em M_q não é capaz de gerar modificações relevantes no amortecimento da fugóide. Para esse fim, uma realimentação em velocidade apresenta um resultado mais direto e expressivo (influência em M_u e X_u). Um resultado parecido à realimentação de velocidade é obtido com a realimentação em atitude, influenciando as derivadas X_θ e M_θ [Padfield 2011]. Dessa forma se justifica a realimentação na atitude θ e ϕ além da convencional realimentação em taxa: p, q e r.

2.4.1.3 Espiral

A espiral se caracteriza majoritariamente por movimento de guinada e, no voo pairado, sua estabilidade se relaciona com o amortecimento dado pela derivada N_r . Corresponde à estabilidade estática em curva da aeronave. É possível obter uma aproximação para a condição de voo pairado, conforme equação 2.48, [Padfield 2011].

$$\lambda_s \approx \frac{g}{L_p} \frac{(L, \sqrt{N_r} - N_v L_r)}{(U_e^{(D_e N_v + \sigma_s L_v)}} \quad (2.48)$$

$$\sigma_s = \frac{g - N_p U_e}{L_p}$$

2.4.1.4 Dutch-Roll

Modo oscilatório acoplado lateral e longitudinalmente similar à fugóide no pairado. Se desenvolve no modo *Dutch-roll* clássico para velocidade maiores, com aumento acentuado de frequência com o aumento da velocidade.

Em baixas velocidades (até 40 kts), o modo *dutch-roll* apresenta comportamento muito similar à fugóide, com frequências parecidas, o modo lateral se diferencia por ser normalmente estável.

Apresenta comportamento acoplado em rolamento e guinada devido às derivas N_p e L_v . Valores de N_p negativos tornam o movimento menos estável.

2.4.1.5 Outros modos

Da mesma forma com que o comando coletivo apresenta um acoplamento com o movimento de guinada da aeronave, algumas vezes pode surgir um movimento levemente oscilatório entre o movimento vertical e de guinada.

Com o aumento da velocidade, os outros modos não oscilatórios tendem a aumentar o acoplamento entre os movimentos de rolamento, arfagem, guinada e ascensão vertical.

Os modos não oscilatórios constituídos pelo movimento de arfagem e elevação vertical, possuem autovalores próximos às derivadas nesses eixos de movimento: M_q e Z_w , respectivamente.

Para baixas velocidades, o modo de rolamento puro apresenta um autovalor próximo de L_p , sendo um modo não oscilatório.

2.5 Processo Semi-Linear

O processo normalmente adotado para a síntese de sistemas de controle é obtenção dos ganhos do controlador com a planta linearizada e posterior validação dos ganhos obtidos usando simulação não linear. Como no caso só é disponível o modelo linearizado é necessário usar artifícios que deixem a resposta da aeronave representativa. Neste trabalho será usado um processo semi-linear na simulação e verificação do controlador, a fundamentação para esse método está em [Figueira]

Assim, foi feita a síntese de controle e validação linear. Posteriormente o controlador foi testado por pilotos no simulador com processo semi-linear já implementado.

2.6 Norma ADS-33E-PRF

A norma ADS-33E-PRF surgiu de um esforço começado nos primeiros anos da década de 80. Começou com um esforço multinacional na prospecção de dados de voo representativos de condições operativas.

As pesquisas mostraram que a carga de trabalho do piloto e o número de acidentes aumentam em condições de baixa altitude e com poucas referências visuais. Tal fato é mostrado pelos relatórios de acidentes nos quais em torno de 50% das fatalidades poderiam ser evitadas com melhoras nas qualidades de voo no pairado ou em baixa velocidade. Anteriormente a concepção da norma ADS, versões da norma MIL foram aplicadas em projetos de aeronaves como o AH-64 Apache, mas faltavam critérios de QDV associados à degradação das qualidades de pilotagem nessas condições de voo.

Assim a norma ADS foi desenvolvida de forma a garantir que a qualidade de voo não seja elemento denegritório em segurança e na capacidade de realização alguma tarefa. Para isso, a norma estabelece características de resposta da aeronave necessárias para obtenção de nível 1 de QDV. O tipo de resposta é determinado pelas qualidades das referências visuais (UCE - *Usable Cue Environment*) e pelo tipo de missão realizado (MTE- *Mission Task Element*). Assim o tipo de resposta da aeronave deve mudar em diferentes fases de voo, em diferentes condições ambientais ou em diferentes tipos de emprego.

2.6.1 Determinação dos níveis (*levels*) de qualidade de voo

A determinação do nível de qualidade de voo para a norma ADS é realizada através de duas classificações: nível previsto e nível atribuído.

A determinação dos níveis previstos de qualidade de voo é feita através da determinação de parâmetros de qualidade de voo da aeronave e sua comparação com os limites

definidos pelos requisitos da norma. Para a qualidade de voo ser classificada como nível 1, todos os parâmetros de QDV devem ser classificados como nível 1. Caso um critério não atinja a classificação 1, é esperado uma degradação das qualidades de voo da aeronave. O não cumprimento de mais de um critério para nível 1 pode ter um efeito sinérgico, degradando ainda mais o resultado em QDV. Neste trabalho, o nível previsto de QDV será determinado pela simulação linear em cada condição de voo e pela comparação das características dinâmicas do modelo utilizando-se a análise dos modos (autovalores) da matriz de estados do sistema (A em malha aberta e A_c em malha fechada).

Para se obter o nível atribuído de QDV, a avaliação deve ser feita por pilotos de prova usando a escala Cooper-Harper, Figura 2.4, a fim de se avaliar a carga de trabalho para a realização das tarefas (MTE) designadas para a aeronave. Nela, o desempenho da aeronave é classificado como desejável para as classificações de 1 a 4 e aceitáveis, de 5 a 6. O nível 1 de QDV é obtido nas classificações de 1 a 3, não sendo necessárias melhorias na resposta da aeronave para a redução da carga de trabalho na realização da tarefa. O nível 2 se refere às classificações de 4 a 6 e melhorias podem ser implementadas na resposta da aeronave de forma a reduzir a carga de trabalho do piloto. Mesmo o nível 4 sendo ainda um desempenho desejável, nele, a carga de trabalho é moderada e melhorias podem ser feitas na resposta da aeronave, por isso sendo classificada como nível 2 de QDV. O nível atribuído foi avaliado no Simulador de Ensaios em Voo do IPEV. Após a realização de cada tarefa, a escala foi lida para o piloto e ele escolheu a classificação que mais se adequava à percepção de carga de trabalho utilizada no teste.

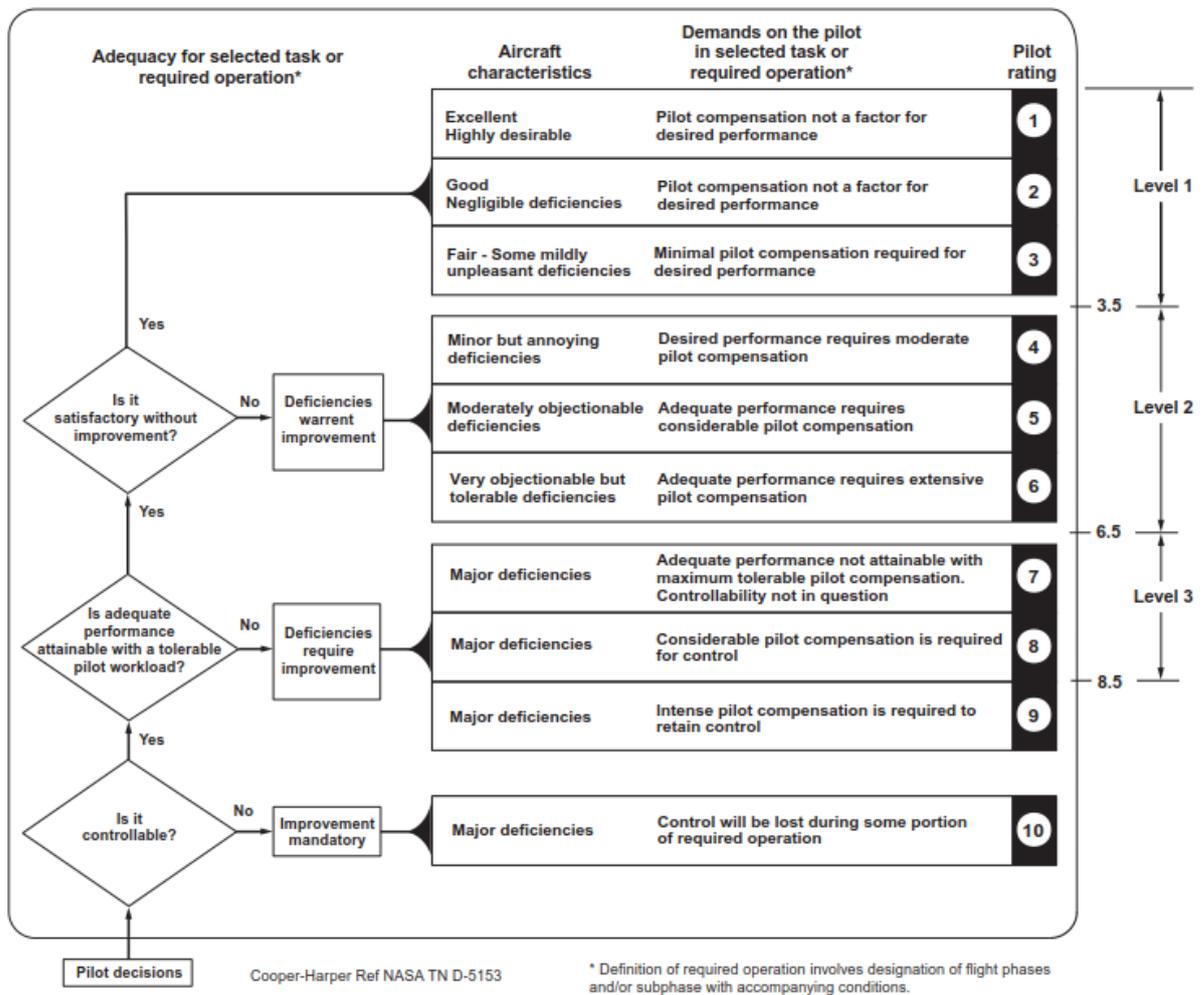


FIGURA 2.4 – Escala Cooper-Harper utilizado para avaliação da carga de trabalho na realização das tarefas e determinação da qualidade de voo atribuída das aeronaves (retirado de [United States Army Aviation and Missile Command 2000]).

2.6.2 Sobre o critério em largura de banda

Um das características da percepção do piloto quanto à qualidade de pilotagem em uma aeronave das asas rotativas são as repostas de alta frequência. A caracterização desse comportamento é muito mais relacionado com a amplitude e a fase do movimento em alta frequência do que com as características da resposta ao degrau comumente adotada. Para lidar com esse problema, a norma define critérios de QDV em frequências de largura de banda, (*bandwidth*). Essa frequência é o menor valor entre aqueles em que o piloto pode dobrar o seu ganho ou aplicar um comando atrasado de 135° sem causar uma instabilidade, Figura 2.5. Essa definição confere uma margem de estabilidade para o comportamento esperado da aeronave. Esse conceito é diferente dos conceitos de margem de fase e margem de ganho normalmente utilizados.

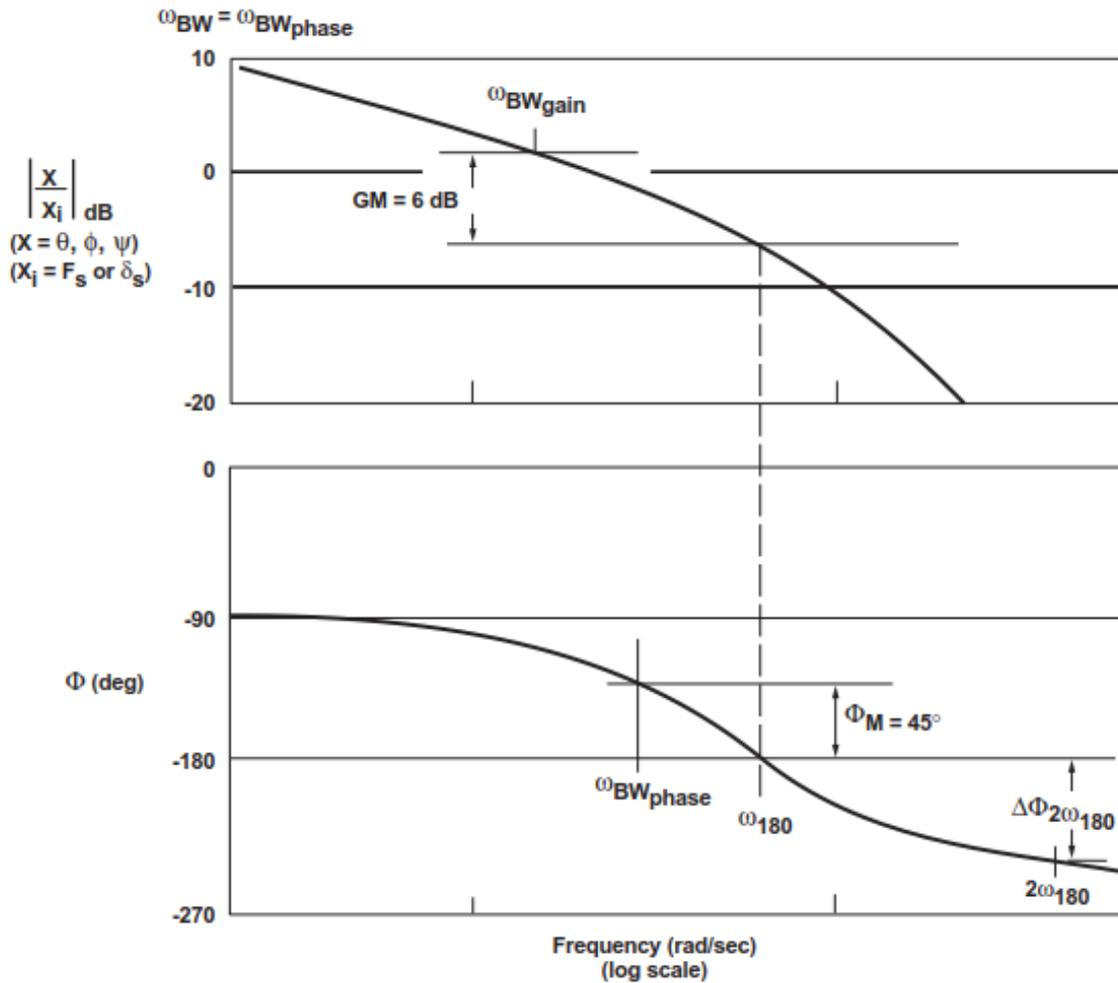
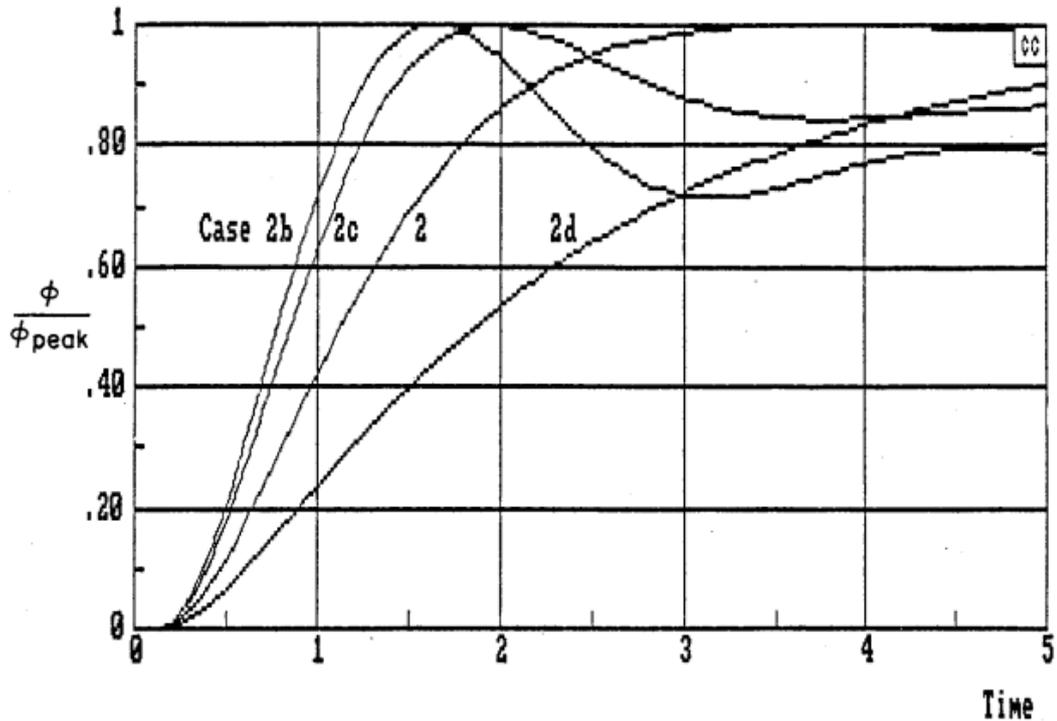


FIGURA 2.5 – Definição da frequência de largura de banda (*bandwidth*) e de atraso de fase conforme a norma ADS [United States Army Aviation and Missile Command 2000].

As limitações da classificação de QDV usando a resposta ao degrau podem ser observadas na Figura 2.6, onde diferentes respostas temporais ao degrau apresentam mesma classificação em relação a qualidade de voo. Apesar dos pilotos sentirem diferenças no comportamento da aeronave, a realização das tarefas parece ser indiferente a essas variações.



COOPER-HARPER PILOT RATINGS

CASE	ζ, ω_n	$\omega_{BW\phi}$	$\tau_{p\phi}$	τ_{R50}	G	P	S	AVG.
2	0.82, 1.54	2.3	0.09	1.12	4, 5	5	3, 4, 5	4.3
2b	0.37, 2.24	2.6	0.10	0.77	3-3.5	5	5	4.4
2c	0.51, 2.01	2.5	0.10	0.85		3.5, 4	5	4.2
2d	1.36, 1.19	2.3	0.11	1.86	4	4	5	4.3

FIGURA 2.6 – Mesma classificação de QDV para diferentes respostas temporais ao comando degrau [Key *et al.* 2015] apud [Hoh e Mitchell 1986]

Associado ao conceito de *bandwidth* é definido o parâmetro de atraso de fase τ_p . O atraso de fase é relacionado com a taxa de variação da fase após a frequência para $\Delta\Phi = -180$, é calculado pelo coeficiente angular de um ajuste de curva usando o método de mínimos quadrados entre as frequências ω_{180} e $2\omega_{180}$. Para uma curva de fase linear, o valor de τ_p é obtido por 2.49 com base na figura 2.5.

$$\tau_p = \frac{\Delta\Phi 2\omega_{180}}{57.3(2\omega_{180})} \tag{2.49}$$

2.6.3 Resposta da aeronave definidas pela norma.

A norma estabelece as condições mínimas de tipo de resposta que a aeronave deve ter para a obtenção de nível 1 de qualidade de voo. O tipo de resposta é determinado pelas

características de UCE e MTE, conforme figura 2.7. As características das respostas da aeronave estão expostas abaixo:

	UCE = 1		UCE = 2		UCE = 3	
	Level 1	Level 2	Level 1	Level 2	Level 1	Level 2
Vertical takeoff and transition to forward flight - clear of earth.	Rate	Rate	Rate	Rate	Rate	Rate
Precision Hover. Slung load pickup and delivery. Slung load carrying. Shipboard landing including RAST recovery. Vertical takeoff and transition to near-earth flight. Hover-taxi/NOE-traveling. Rapid Slalom (note a).			ACAH+RCDH +RCHH	Rate+RCDH	TRC+RCDH +RCHH+PH	ACAH+RCDH +RCHH
Slope landing. Precision vertical landing. Pull-up/Push-over (note a).			ACAH+RCDH			ACAH+RCDH
Rapid Bob-up & Bob-down (note a). Rapid Hovering turn.			ACAH+RCDH +RCHH+PH			Rate+RCDH +RCHH+PH
Tasks involving divided attention operation (see Para. 2.5.2). Sonar dunking (note b). Mine sweeping (note b).	Rate+RCDH +RCHH+PH					
Rapid transition to precision hover (note a). Rapid sidestep (note a). Rapid accel and decel (note a). Target acquisition and tracking (note a and c).	Rate					

FIGURA 2.7 – Tipo de resposta definidas em função das tarefas (MTE) e da qualidade visual das referências (UCE) [Key *et al.* 2015]

- RATE - Resposta em taxa, por exemplo, controle em taxa de arfagem. É definido assim também qualquer sistema que não consiga atingir as características de um sistema de manutenção de atitude ou de controle em velocidade translacional. Exemplo, SAS;
- RCDH - *Rate Control Direction Hold*, resposta em taxa de guinada e fixação de atitude direcional;
- RCHH - *Rate Control Height Hold*, resposta em taxa de subida e manutenção de altitude;
- PH - *Position Hold*, Manutenção de posição em relação ao solo.
- ACAH - *Attitude Command Attitude Hold*, Comando e manutenção de atitude: A resposta a uma entrada degrau em comando deve produzir uma variação de atitude proporcional em até 6 s e deve ser mantida constantes por um intervalo de tempo de 6 s. caso exista uma aceleração translacional constante ou assintoticamente constante, a atitude não precisa se manter constante.

- TRC - *Translational Rate Response*, resposta de comando cíclico em velocidade translacional em relação ao solo.

Os requisitos para manutenção de atitude estão mostrados na Figura 2.8. São os seguintes: Após um impulso nos atuadores, as atitudes devem retornar para o maior valor entre 10% do valor de pico ou 1° em até Δt [s]. Para condições de visibilidades definidas por $UCE = 1$, $\Delta t = 20s$ para phi , θ e psi . Para $UCE > 1$, $\Delta t = 10s$ para phi , θ e psi . Em psi , a atitude deve se manter dentro dos limites da figura por 30s. Diferentemente dos requisitos em θ e ϕ , a atitude em psi considera o valor de pico em taxa de guinada (10% da taxa de guinada inicial ou 1° , o que for maior).

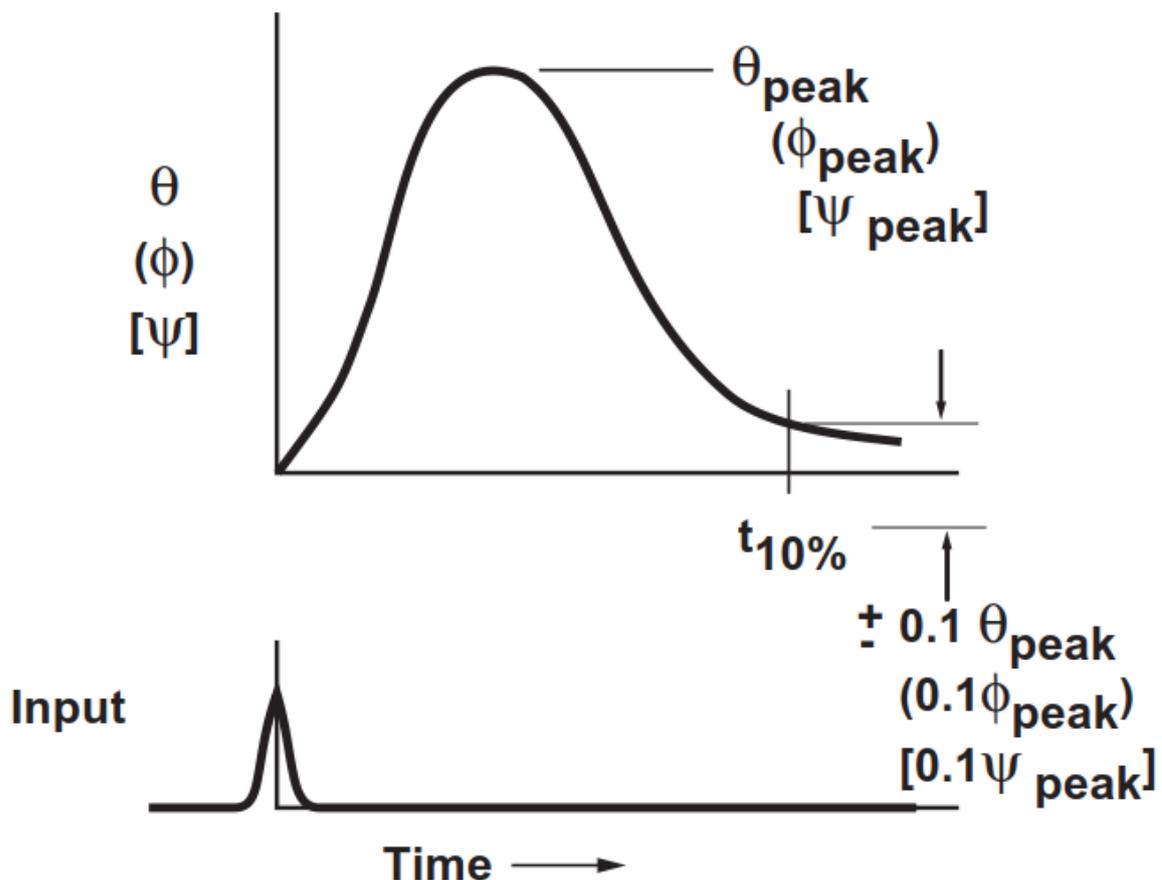


FIGURA 2.8 – Requisito para sistemas com manutenção de atitude em phi , θ e psi [United States Army Aviation and Missile Command 2000].

A gradação dos tipos de repostas é determinada por uma combinação das características definidas acima. Os tipos de resposta da menos para a mais estabilizante estão mostradas abaixo:

- RATE
- RATE+RCDH+RCHH+PH

- ACAH+RCDH
- ACAH+RCDH+RCHH
- ACAH+RCDH+RCHH+PH
- TRC+RCDH+RCHH+PH

Apesar de alguns requisitos parecerem conflitantes (RCDH, como é possível comandar taxa de guinada e manter a atitude ao mesmo tempo?), é estabelecido que quando o piloto quer mudar a atitude, ou seja, quando é realizado uma entrada em comando, o sistema de manutenção de atitude é sobrepujado ou desativado.

2.6.4 Resumo dos critérios de Qualidade de Voo estabelecidos pela Norma ADS-33E-PRF

Aqui serão resumidos os requisitos de qualidade de voo propostos pela norma e posto em destaque os critérios utilizados neste trabalho. Como a intenção desse trabalho é a aplicação de um sistema de controle que melhore as características de QDV principalmente em baixa velocidade, os requisitos nessa condição de voo serão mais amplamente expostos.

2.6.4.1 Requisitos para o voo pairado e em baixa velocidade ($V < 45\text{kt}$)

O diagrama dos requisitos referentes às características de atitude em arfagem e rolamento estão apresentados na Figura 2.9.

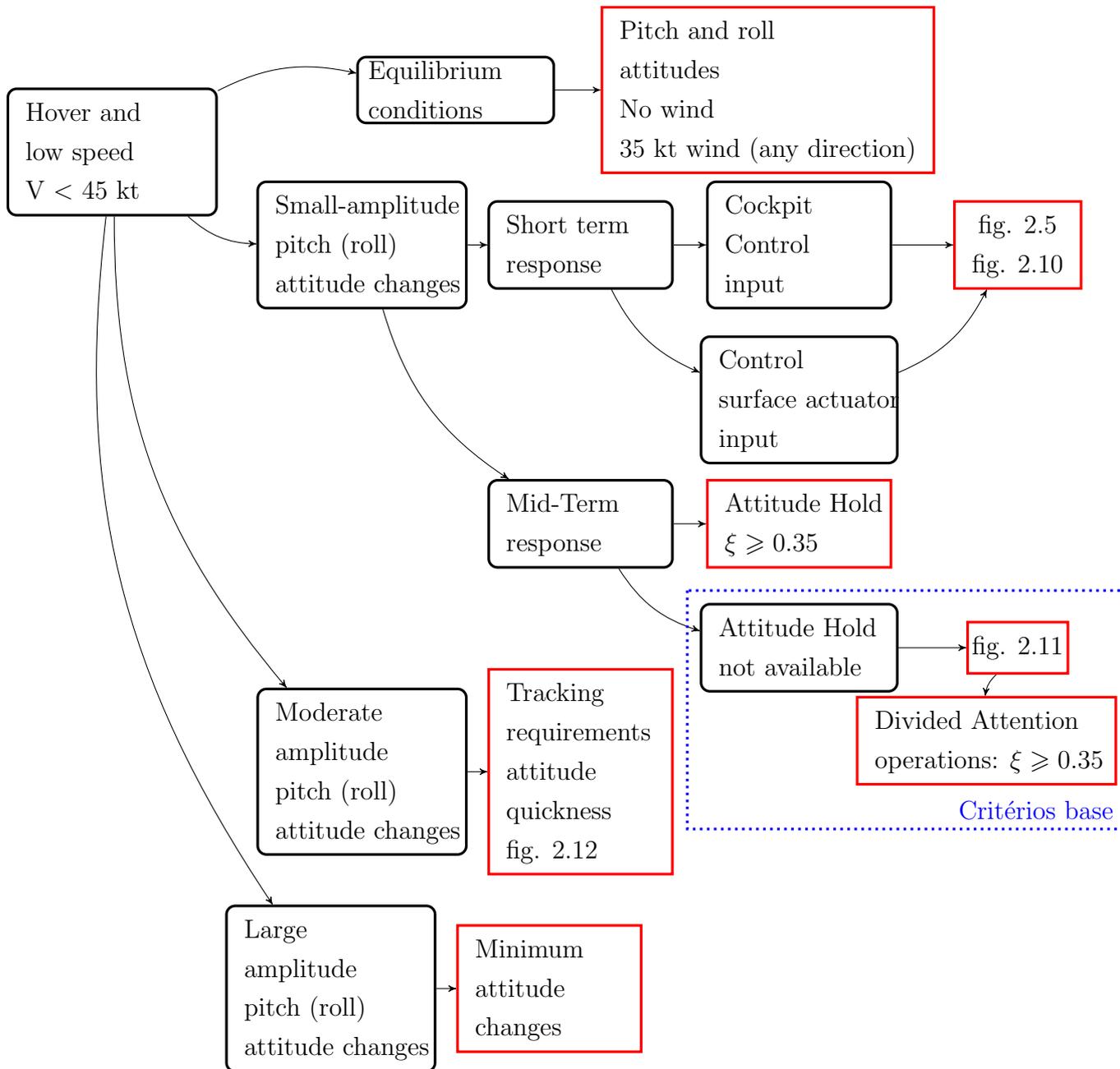
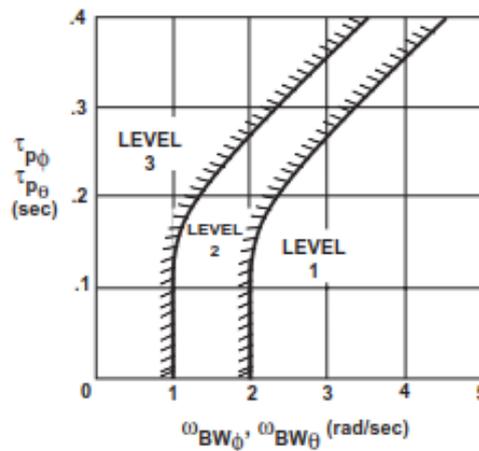


FIGURA 2.9 – Diagrama de requisitos de QDV estabelecidos pela norma ADS para variações em atitude e taxa de arfagem e rolamento em baixa velocidade ($V \leq 45kt$). Os critérios usados nesse trabalho estão destacados com a caixa pontilhada azul.



e) All other MTEs - UCE > 1
and/or Divided Attention operations (pitch and roll)

FIGURA 2.10 – Critérios de *bandwidth* e τ_p para variações em arfagem e rolamento no pairado e em baixa velocidade [United States Army Aviation and Missile Command 2000].

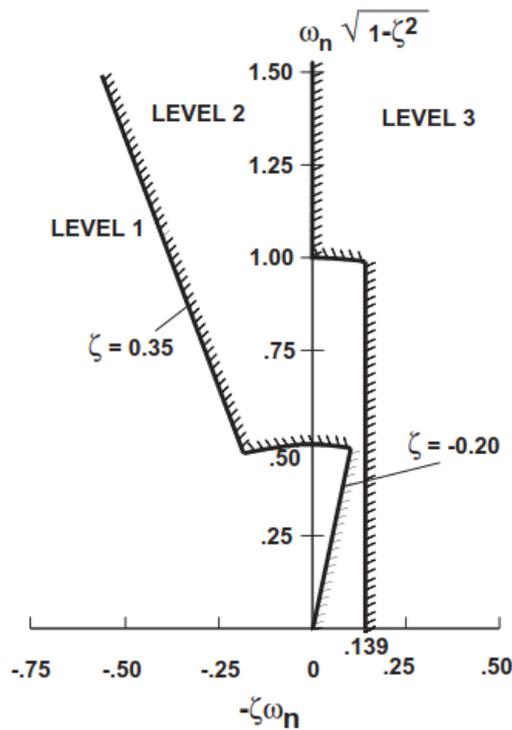


FIGURA 2.11 – Posicionamento dos polos oscilatórios em arfagem e rolamento da aeronave e os respectivos níveis de qualidade de voo [United States Army Aviation and Missile Command 2000].

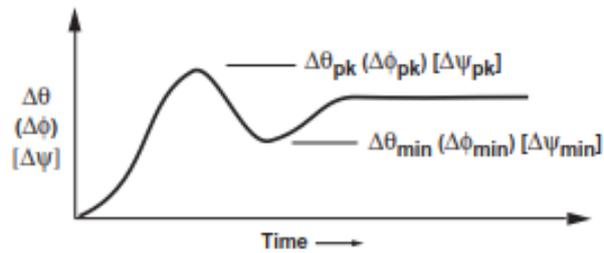
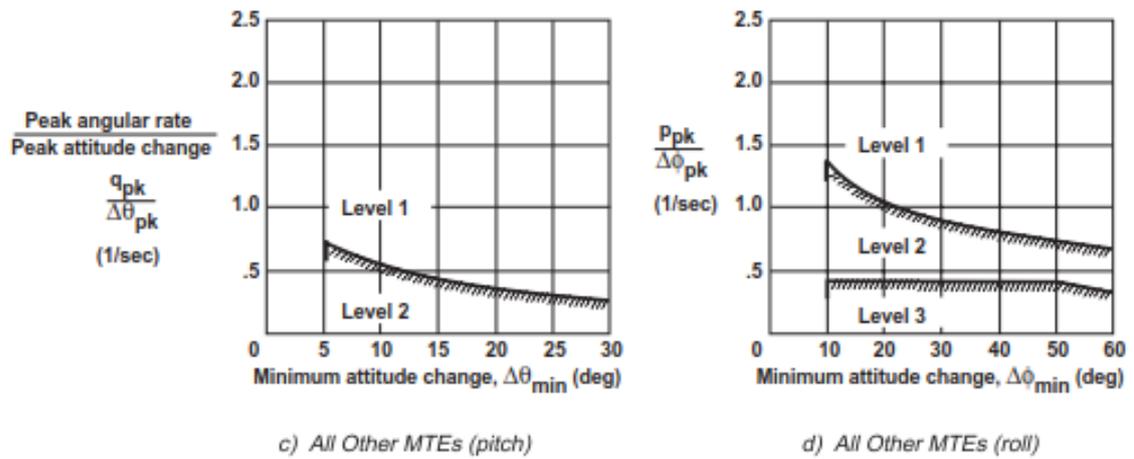


FIGURA 2.12 – Critérios mínimos de agilidade em variação de resposta [United States Army Aviation and Missile Command 2000].

Os critérios para variações em taxa e atitude de guinada à baixa velocidade, estão apresentados na figura 2.13.

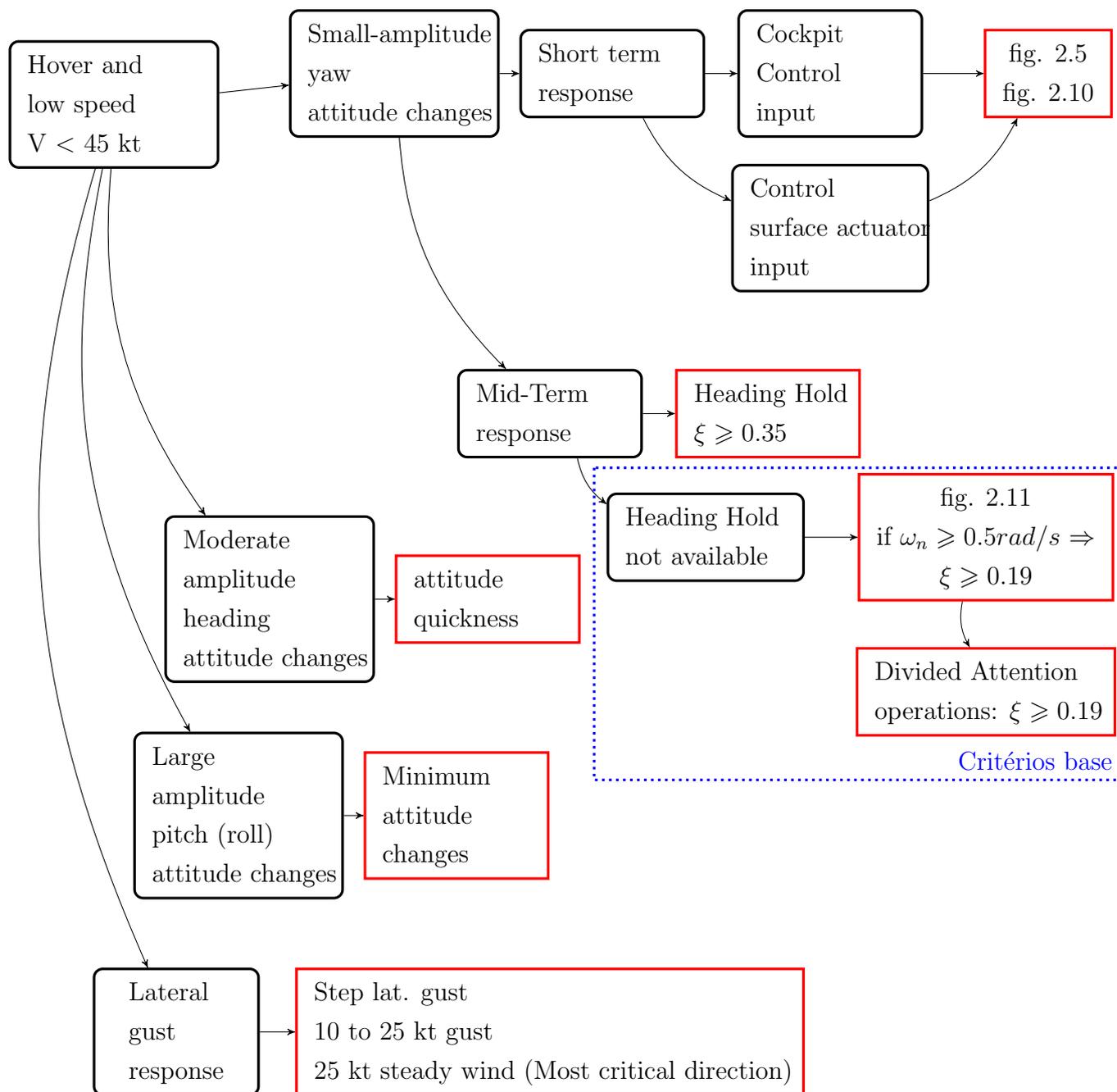


FIGURA 2.13 – Diagrama de requisitos de QDV estabelecidos pela norma ADS para variações em taxa de guinada em baixa velocidade ($V \leq 45 \text{ kt}$). Os critérios usados nesse trabalho estão destacados com a caixa pontilhada azul.

Também são definidos critérios de acoplamento das respostas para cada eixo de comandos. Apesar desses critérios não serem usados nesse trabalho, o esquema de requisitos está representado na figura 2.14.

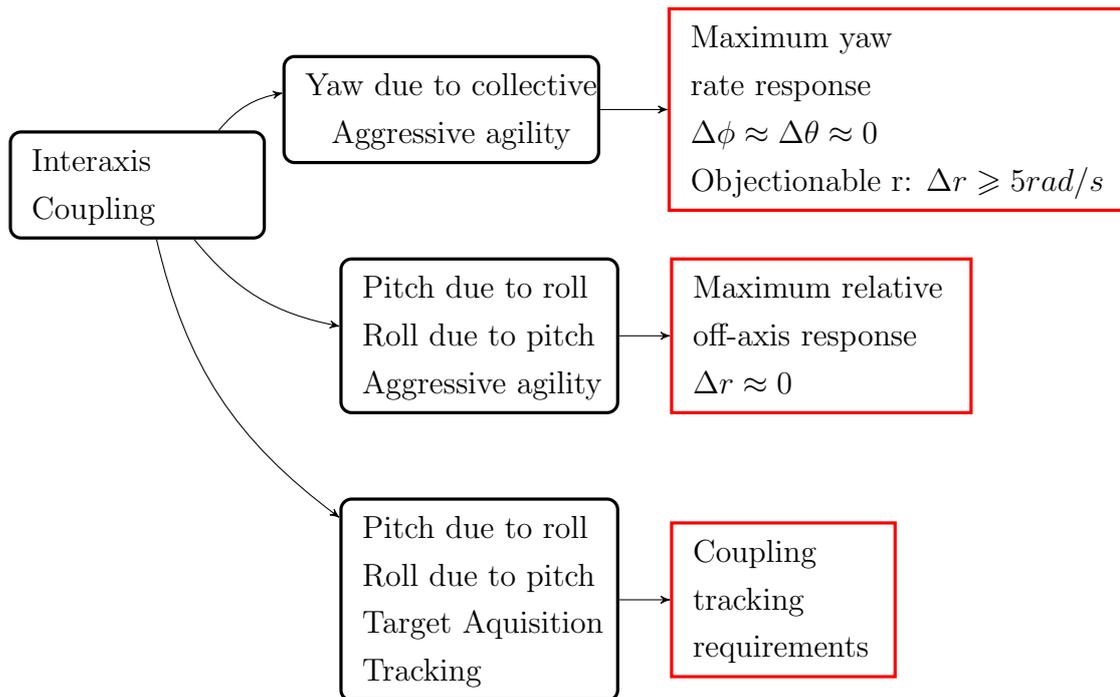


FIGURA 2.14 – Diagrama de requisitos de QDV relacionados à acoplamentos nas repostas à comandos diretos.

2.6.4.2 Requisitos para o voo a frente ($V > 45 \text{ kt}$)

Uma série de requisitos são definidos para o voo a frente ($V \geq 45 \text{ kt}$). Muitos deles similares ao caso de baixa velocidade. Levando-se em conta o escopo deste trabalho, as principais diferenças são:

- Os critérios em arfagem e rolamento são considerados separadamente. Os critérios para baixa velocidade definidos pela figura 2.11 são aplicados para a dinâmica longitudinal da aeronave em resposta a um comando cíclico longitudinal. Os requisitos de pequena amplitude são os mesmos.
- As características de estabilidade látero-direcionais (ω_n e ξ) são definidos pelo lugar geométrico das raízes exposto em 2.15.

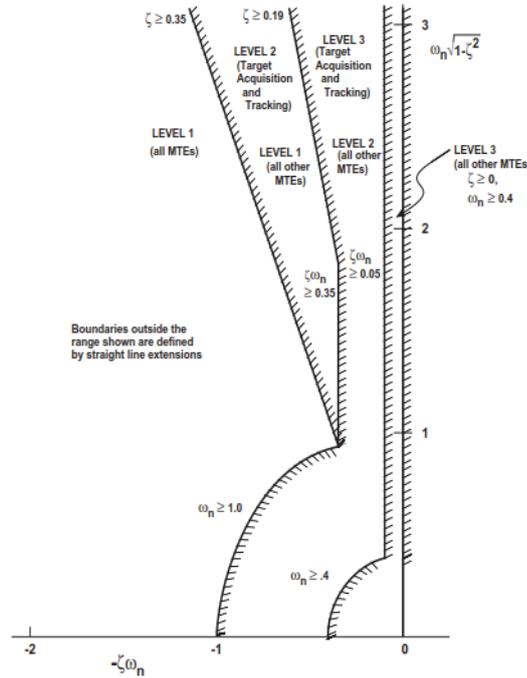


FIGURA 2.15 – Características de amortecimento e frequência natural para modos latero-direcionais seguidos de um comando *doublet* em pedal e em cíclico lateral [United States Army Aviation and Missile Command 2000].

2.6.4.3 Critérios da Norma ADS Utilizados

Os critérios utilizados neste trabalho foram os definidos pelas Figuras 2.11 e 2.15. Os critérios da Figura 2.8 e os critérios de *bandwidth* (Fig. 2.5 e Fig. 2.10) foram apenas verificados.

Como uma das características de resposta definidos pela norma é a manutenção de atitude direcional. O ângulo de guinada, ψ , foi inserido no estado do modelo. Para isso foi usado a transformação exposta em 2.50 e inserido uma nova dimensão na matriz de estados A do modelo, os valores de θ e ϕ em 2.50 são os valores na condição de equilíbrio.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{\psi} = -q \sin \phi + r \cos \phi \cos \theta \quad (2.50)$$

2.7 Controle

A Proposta do trabalho é a implementação de um ou mais controladores que permitam a simulação de diferentes características de estabilidade e qualidade de voo. O primeiro

controlador implementado será proporcional, de tal forma que o nível previsto de QDV do modelo seja 1, conforme os requisitos da norma ADS-33E-PRF, referência [United States Army Aviation and Missile Command 2000], e as considerações sobre a mesma, na referência [Key *et al.* 2015].

O projeto do controlado foi inicialmente estabelecido seguindo o proposto em [Hoh 2003] e reproduzido na Figura 2.16. Nessa Figura, apenas é considerado a realimentação de q e θ em comando cíclico, ou seja nas variáveis longitudinais. No entanto, o controlador implementado neste trabalho também utilizou realimentação de ϕ e p em comando cíclico lateral e a realimentação de r e ψ em comando de pedal.

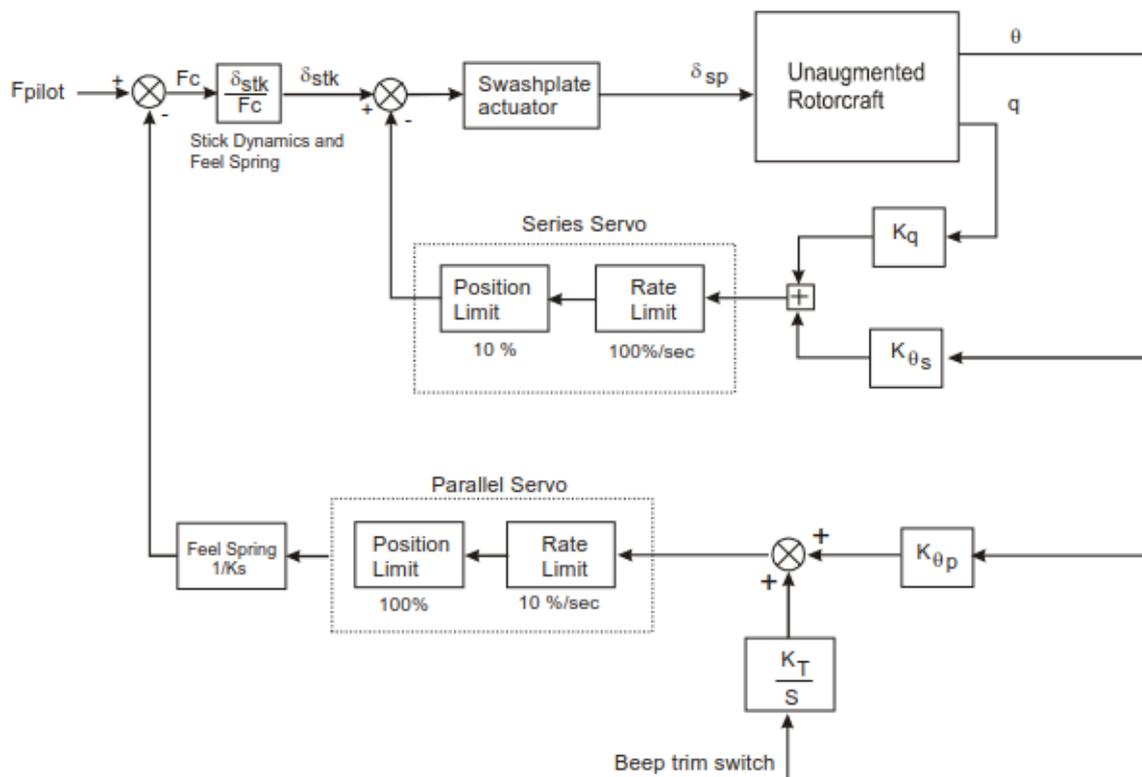


FIGURA 2.16 – Modelo adotado como referência inicial para o projeto do controlador (Retirado de [Hoh 2003])

Tal projeto do controlador proporcional é similar ao apresentado na Figura 2.17. Para obtenção dos ganhos e escolha de compensadores foi seguido a metodologia adotada em [Stevens e Lewis 2013] para uma aeronave de asa fixa. Essas arquiteturas foram adaptadas às características do helicóptero, como, por exemplo, a inserção da realimentação em atitude ϕ e θ para um SAS, pois, para o movimento em arfagem, apenas o uso de realimentação em q geralmente não é suficiente para estabilizar um modo longitudinal instável ou para se obter condições *level 1* de qualidade de pilotagem [Padfield 2011]. Conforme foi mostrado pela equação 2.47 na explicação sobre as características dinâmicas da fugóide.

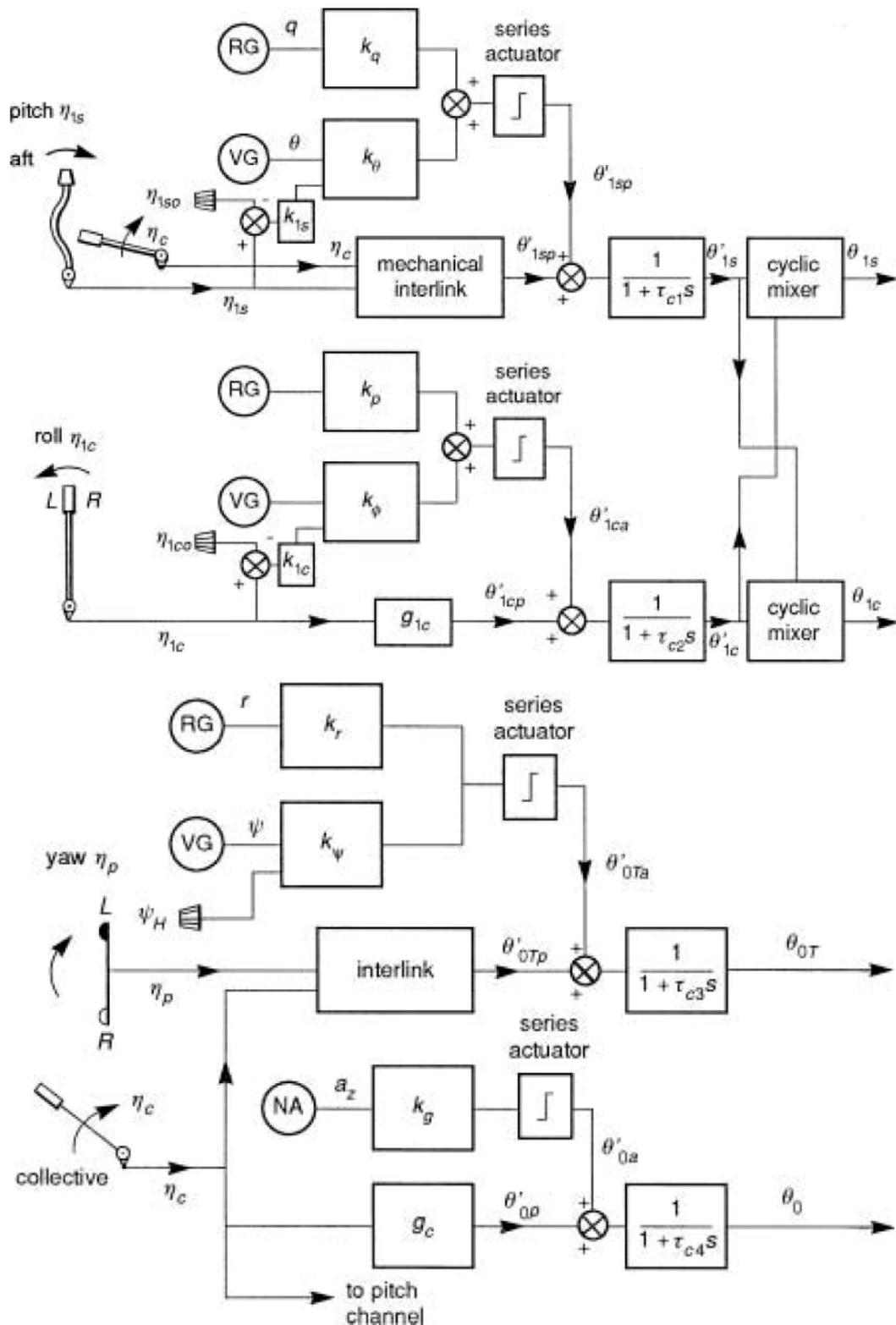


FIGURA 2.17 – Modelo de sistema de aumento de estabilidade e controle (SCAS) usado nos comandos de cíclico, coletivo e pedal [Padfield 2011]. Os sensores são indicados por RG (*rate gyro*), VG (*vertical gyro*) e NA (*normal accelerometers*). Nesse esquema são mostrados acopladores de sinal entre coletivo e pedal e entre coletivo e cíclico longitudinal. Esse tipo de mecanismo minimiza a necessidade de compensação do piloto, por exemplo, o uso de pedal quando a entrada é realizada em coletivo com o objetivo de aumentar a altitude.

A implementação em série mostrada na Figura 2.17 e o bloco de limitação de posição (Saturação) da Figura 2.16 se referem a aplicação de um sistema de controle com autoridade parcial. Um esquema de aplicação de um sistema desse tipo está apresentado na Figura 2.18. Nessa Figura observa-se que o limite definido pela saturação se refere à amplitude máxima que o controlador é capaz de se deslocar em relação a uma posição de manche fixo.

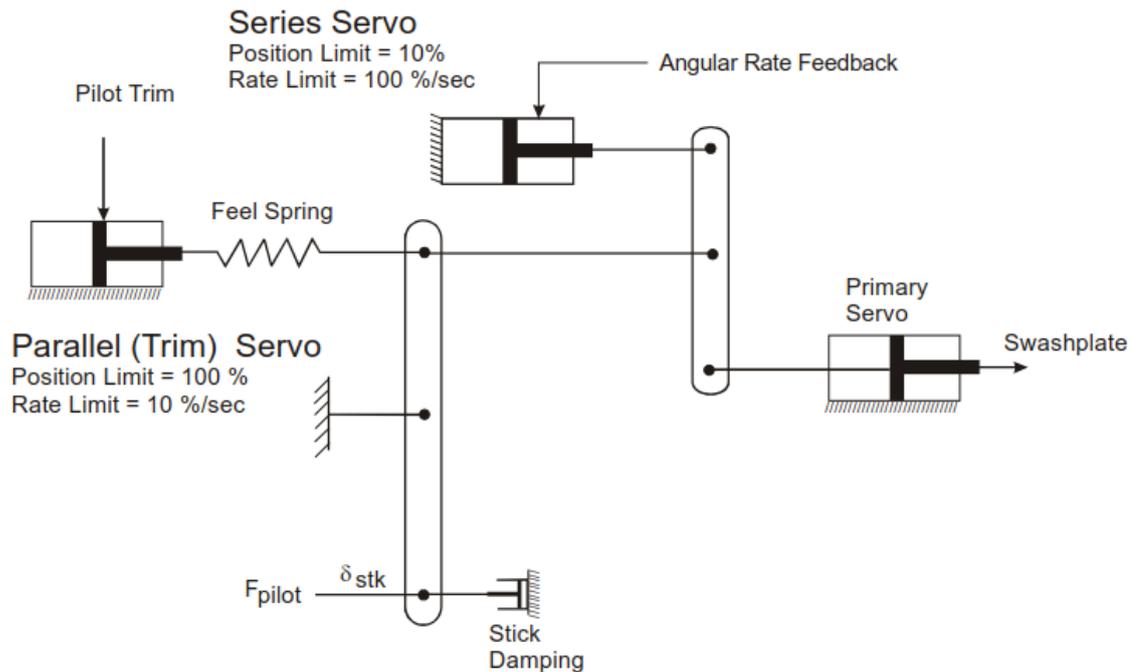


FIGURA 2.18 – Modelo de implementação de controladores em série e em paralelo ao comando do piloto (Retirado de [Hoh 2003].)

Considerando que o simulador pode ser classificada com $UCE = 1$, o modelo de sistema de aumento de estabilidade e controle (SCAS) escolhido para implementação é do tipo RATE. Para esse tipo de controlador será feita a realimentação em taxas p , q e r e em atitude phi , $theta$ e psi . Assim, o objetivo da síntese de controle foi obter um sistema capaz aumentar a estabilidade do sistema nos três eixos da aeronave (SAS). Além desse sistema, também foram implementados sistemas do tipo ACAH+RCDH.

2.7.1 Controladores centralizados e descentralizados

A proposta de controlador adotada neste trabalho partiu de uma arquitetura descentralizada ou bloco-diagonal na qual a influência de um par entrada-saída é considerado desacoplado ou com influência predominante em comparação com outro conjunto entrada-saída. Assim, o comando cíclico lateral é considerado ter influência relevante e dominante sobre os estados laterais (p e ϕ) e pouca influência sobre os outros estados do modelo.

As dificuldades encontradas na síntese de controladores usando esse tipo de consideração levantaram dúvidas se esse tipo de abordagem é satisfatória. Os trabalhos acadêmicos estudados ([Tischler *et al.* 2008], [Hoh 2003], [Harding *et al.* 2006] e [Harding *et al.* 2019]), não apresentam o ganho final obtido nem mencionam se a abordagem descentralizada é utilizada. Por outro lado, a referência [Talbot *et al.* 1982], apresenta um modelo de asas rotativas equipado com um sistema de controle centralizado.

Analisando-se a matriz B em cada condição de Voo, observa-se que os controles apresentam contribuição mais relevante nos eixos correspondentes: Comando coletivo no estado w, comando cíclico longitudinal no estado q, comando cíclico lateral no estado p e comando de pedal em r. Assim, considerando a contribuição dos controles, é razoável considerar o controle descentralizado.

Esse tipo de abordagem é bastante útil em um sistema desacoplado, no entanto, o modelo do helicóptero apresenta elevado grau de acoplamento entre os modos látero-direcionais e longitudinais. Exemplo de um controlador aplicado à uma planta de helicóptero é encontrado em [Gahinet e Turevskiy 2014], onde um desacoplador é usado na planta proposta.

Dessa forma, foi feito uma análise da qualidade da utilização de ganho descentralizado. Para avaliar as interações de entradas e saídas do modelo foi usado a matriz de ganho relativo (RGA, *Relative Gain Array*), abordada em [Skogestad e Postlethwaite 2005]. Essa técnica quantifica a interação entrada-saída em estado estacionário ($\omega = 0$). Possui propriedades interessantes relativas à sensibilidade a distúrbios e sobre mal condicionamento da planta, mas neste trabalho só será utilizada como um indicativo para o controle descentralizado. É calculado de acordo com a equação 2.51, onde G é a matriz de transferência do sistema em malha fechada ($G = C.(s.I - A)^{-1}.B$). Para plantas não quadradas é possível obter o valor da RGA usando pseudo-inversa. Um elemento λ_{ij} representa a interação da entrada j na saída i.

$$\text{RGA}(G) = \Lambda(G) \triangleq G \times (G^{-1})^T = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \cdots & \lambda_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

As propriedades de interesse são:

- $\lambda_{ij} \approx 1$: O par *entrada_j – sada_i* apresenta pareamento e pode ser usado para um controlador diagonal;
- $\lambda_{ij} < 0$: O pareamento dessa entrada-saída causa instabilidade no sistema em malha fechada;
- λ_{ij} com valores elevados ($\gg 1$) implicam em sistema mal condicionados e dificuldade

de controle.

- Para matriz de transferência não quadradas, saídas não controláveis apresentam linha correspondente formada por elementos pequenos ($\ll 1$).
- Para estabilidade, é preferível parear elementos com $\lambda_{ij} \approx 1$ na frequência de *crossover*.

Em um sistema multivariável (MIMO - *multiple-input and multiple-output*), a frequência de *crossover* é calculado pela menor frequência na qual o maior valor singular da planta cruza com 0.7 ou -3dB. Na análise RGA, foi considerado a qualidade do pareamento entrada-saída na frequência de *crossover*.

2.7.2 Métodos de síntese dos controladores

Para a obtenção dos ganhos dos controladores foram usadas as seguintes técnicas:

- Fechamento sequencial de malhas;
- Regulador Linear Quadrático; e
- Desigualdades Matriciais Lineares.

2.7.2.1 Alocação sequencial dos polos através do Lugar Geométrico das Raízes - LGR

O estudo de projeto de sistemas de controle no Lugar Geométrico das raízes usa a consideração de polos dominantes na resposta da aeronave. Esse tipo de consideração depende das relações das partes reais dos polos e dos resíduos correspondentes. Sendo aplicável quando a relação das partes reais dos polos é maior do que 5 e não há zeros próximos dos polos. Nessas condições os polos próximos do eixo ωj terão comportamento dominante, pois terão a resposta transitória mais lenta [Ogata 2003]. No entanto, se observa que essas considerações não são aplicáveis ao modelo utilizado. Além disso, a percepção dos pilotos é muito sensível à existências de outras dinâmicas ([Stevens e Lewis 2013]) o que, em conjunto com o grande número de polos na resposta da aeronave, tornam as simplificações acima com validade limitada para o modelo em estudo.

Na ausência de critérios que estabelecessem diferenças entre diferentes conjuntos de ganhos para um mesmo nível de QDV, foram adotados os seguintes: Menor magnitude de ganhos; menor número de polos oscilatórios; e menor frequência natural dos polos oscilatórios. Esses critérios, muitas vezes conflitantes, foram usados como diretrizes para o processo, mas não é possível dizer que uma condição ótima foi atingida.

2.7.2.2 Regulador linear quadrático - LQR

Devido ao acoplamento presente na planta do helicóptero, a proposta adotada em [Stevens e Lewis 2013] de realizar a síntese dos controladores para os modos látero-direcionais e modos longitudinais separadamente não fornece resultados satisfatórios, uma vez que ao testar a dinâmica completa, alguns modos estáveis na dinâmica desacoplada continuam instáveis na dinâmica completa da aeronave.

Dessa forma, o trabalho necessário para realizar o fechamento sequencial das malhas é trabalhoso, pois considera o posicionamento de, pelo menos, 8 polos. Esse problema se torna ainda maior quando considera-se a necessidade de realizar o *gain scheduling*. Mesmo conseguindo-se realizar o fechamento da malha, não há nenhuma garantia de que o resultado é ótimo ou próximo de alguma condição ótima.

Além do mais, observa-se que a resposta da aeronave depende também da posição dos zeros das funções de transferências obtidas entre cada entrada e saída. Aumentando-se ainda mais o número de variáveis necessárias para a obtenção de uma resposta adequada.

Nesse sentido, técnicas modernas de controle como o LQR oferecem a vantagem da obtenção de todos os ganhos e posicionamento dos polos simultaneamente [Stevens e Lewis 2013]. Para isso é criado um critério de desempenho em forma matricial a ser minimizado por métodos numéricos.

Problema de Regulação

Para um sistema na forma das equações em 2.52:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A.x + B.u \\ y &= C.x\end{aligned}\tag{2.52}$$

Com o controle estático de saída na forma:

$$u = -K.y\tag{2.53}$$

Obtém-se:

$$\dot{x} = A.x - B.K.C.x = (A - B.K.C).x = A_c.x\tag{2.54}$$

Para o problema de regulação, o critério de desempenho é formulado como uma função

custo quadrática ou índice de desempenho (J), na forma da equação 2.55:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} x^T (Q + C^T \cdot K^T \cdot R \cdot K \cdot C) \cdot x dt \quad (2.55)$$

Onde Q e R são matrizes de ponderação positivas semi-definidas. No caso, o julgamento de projeto se constitui na escolha das matrizes de ponderação que definem o índice J. O índice de desempenho deve ser minimizado no processo numérico. A obtenção de J finito implica que o erro nas variáveis efetivamente ponderadas é anulado com o decorrer do tempo.

Fazendo considerações razoáveis ao problema de regulação, é possível transformar a formulação de J dependente do tempo em uma formulação estática. Com essas considerações, outra abordagem adotada é o uso do valor esperado do índice de desempenho a fim de eliminar a necessidade de conhecimento das condições iniciais dos estados, como é comum em problemas de realimentação de saída [Stevens e Lewis 2013].

Considerando a existência de uma matriz P tal que:

$$\frac{d}{dt}(x^T \cdot P \cdot x) = -x^T \cdot (Q + C^T \cdot K^T \cdot R \cdot K \cdot C) \cdot x \quad (2.56)$$

Fazendo algumas manipulações e usando as propriedades do traço de uma matriz, o índice de desempenho fica na forma:

$$J = \frac{1}{2} \text{tr}(P) \quad (2.57)$$

onde P é a solução da equação de Lyapunov:

$$A_c^T \cdot P + P \cdot A_c + C^T \cdot K^T \cdot R \cdot K \cdot C + Q = 0 \quad (2.58)$$

Algumas condições são necessárias para que o processo numérico do Regulador Linear Quadrático convirja para um mínimo local [Moerder e Calise 1985] *apud* [Stevens e Lewis 2013]:

- Exista uma matriz de ganhos K tal que A_c seja estável;
- A matriz de saídas C possui posto completo em linhas;
- A matriz de ponderação R é positiva definida;
- O par (\sqrt{Q}, A) é observável ou, similarmente, a matriz de observabilidade (M_o) do

par possui posto completo de colunas:

$$M_o = \begin{bmatrix} \sqrt{Q} \\ \sqrt{Q}A \\ \dots \\ \sqrt{Q}A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Para a definição de Q e R foi usado tanto tentativa e erro como a regra de Bryson, [Bryson e Ho 1975] *apud* [Stevens e Lewis 2013]. Considerando as saídas de desempenho definidas por z , tal que $z = H.x$. O problema de otimização deve fazer o índice de desempenho minimizar o sinal $z(t)$. Definindo-se J dessa forma:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} (z^T z + u^T R u) dt \quad (2.60)$$

O que é equivalente ao J anterior com $Q = H^T.H$

A regra de Bryson considera o máximo desvio (qM_{ii} e rM_{ii}) permitido de um estado ou controle para definir as matrizes Q e R. Fazendo $Q = H^T.\bar{Q}.H$, define-se \bar{Q} e R na forma:

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= \text{diag}(q_{ii}) \\ R &= \text{diag}(r_{ii}) \end{aligned} \quad (2.61)$$

Onde:

$$\begin{aligned} q_{ii} &= \frac{1}{qM_{ii}^2} \\ r_{ii} &= \frac{1}{rM_{ii}^2} \end{aligned} \quad (2.62)$$

É importante observar que, por mais que a regra prática acima ajude, em muitos casos são necessários realizar ajustes por tentativa-e-erro.

Problema de Rastreo

Para o problema de rastreo foi usada a estrutura mostrada na figura 2.19. Nesse diagrama foi esquematizado o uso de um compensador genérico com estados w , entrada igual ao erro e e saída v . Com controles dados pela equação 2.63.

$$u = -K.y - Lv \quad (2.63)$$

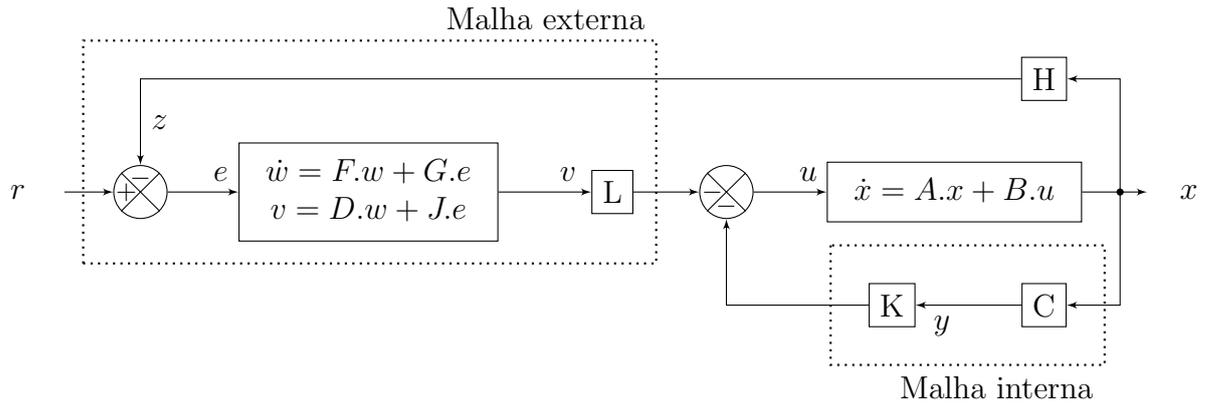


FIGURA 2.19 – Modelo usado para implementação de um rastreador.

A entrada do compensador é igual ao erro de rastreo na forma da equação 2.64.

$$e(t) = r(t) - z(t) \tag{2.64}$$

Considerando um vetor de estados aumentado, x_a , com os estados do compensador, w , na forma de 2.65:

$$x_a = \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

Substituindo 2.64 na equação da dinâmica do compensador. Obtém-se:

$$\dot{w} = F.w + G.e \longrightarrow \dot{w} = F.w - G.H.x + G.r$$

Assim:

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -GH & F \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} \cdot r$$

Fazendo o mesmo para a equação de saída do compensador:

$$v = D.w + J.e \longrightarrow v = D.w - J.H.x + J.r$$

Dessa forma, definindo um vetor de saídas aumentadas com as saídas do compensador, na forma:

$$y_a = \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} \tag{2.66}$$

Obtém-se:

$$\dot{y}_a = \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ -JH & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} 0 \\ J \end{bmatrix} \cdot r$$

Dessa forma, obtém-se a nova equação de espaço de estados aumentada para o problema de rastreamento, na forma de 2.67.

$$\begin{aligned} \dot{x}_a &= A_a \cdot x_a + B_a \cdot u + G_a \cdot r \\ y_a &= C_a \cdot x_a + F_a \cdot r \end{aligned} \quad (2.67)$$

Sendo as matrizes aumentadas dadas por 2.68:

$$\begin{aligned} A_a &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -GH & F \end{bmatrix} \\ B_a &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \\ G_a &= \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} \\ C_a &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ -JH & D \end{bmatrix} \\ F_a &= \begin{bmatrix} 0 \\ J \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.68)$$

Com a definição dos estados aumentados, x_a , e saídas aumentadas, y_a , é possível escrever as saídas de desempenho, z , e os controles do controlador, u , na forma das equações 2.69 e 2.70:

$$u = -K \cdot y - Lv = - \begin{bmatrix} K & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} = K_a \cdot y_a \quad (2.69)$$

$$u = H \cdot x = - \begin{bmatrix} H & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} = H_a \cdot x_a \quad (2.70)$$

Substituindo 2.69 em 2.67, obtém-se as equações do sistema em malha fechada:

$$\dot{x}_a = A_a \cdot x_a + B_a \cdot u + G_a \cdot r = A_a \cdot x_a + B_a \cdot (-K_a \cdot y_a) + G_a \cdot r \longrightarrow$$

$$\dot{x}_a = (A_a - B_a \cdot K_a \cdot C_a) \cdot x_a + (G_a - B_a \cdot K_a \cdot F_a) r = A_{C_{tracker}} \cdot x_a + B_{C_{tracker}} \cdot r$$

Usando esse modelamento, os compensadores podem ser incluídos bastando-se para isso definir as matrizes F, G, D e J. A técnica LQR usada para obtenção dos ganhos estáticos de realimentação é capaz de obter tanto os valores de ganhos utilizados nas saídas do compensador como os ganhos utilizados na malha interna de realimentação. Além do mais, tal procedimento influencia tanto os polos de malha fechada como os zeros, logo é capaz de gerar resultados melhores do que apenas a movimentação dos polos sozinha. A influência nos zeros de malha fechada fica mais clara quando se é analisada a estrutura do sistema de controle, como será feito mais adiante.

A proposta da síntese de controle usando LQR para o problema de rastreamento é baseada na resposta ao degrau de amplitude r_0 . Esse tipo de procedimento é adequado quando aplicado a critérios de desempenho no domínio do tempo. Deve-se ter em mente que, apesar de o sistema de controle ser obtido baseado na resposta ao degrau, é esperado uma boa resposta para qualquer formato de sinal de referência [Stevens e Lewis 2013].

Para se definir o índice de desempenho para esse problema é necessário obter um novo sistema considerando os erros de regime, apresentados na forma \bar{e} , e desvios em relação a condição de regime permanente, apresentados na forma \tilde{e} . Dessa forma, após algumas manipulações algébricas é possível escrever o problema de rastreamento como um problema de regulação do desvio em relação a condição de regime, na forma:

$$\dot{\tilde{x}} = A \cdot \tilde{x} + B \cdot \tilde{u}$$

Como além do desvio da condição de regime é desejável minimizar o erro de regime, o índice de desempenho para o problema fica na forma da equação 2.71.

$$J = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} (\tilde{e}^T \tilde{e} + \tilde{u}^T R \tilde{u}) dt + \frac{1}{2} \cdot \bar{e}^T \cdot V \cdot \bar{e} \quad (2.71)$$

Com R positiva definida e V positiva semi-definida. Os desvios sendo dados por:

$$\tilde{e}(t) = e(t) - \bar{e} = (r_0 - H \cdot x) - (r_0 - H \cdot \tilde{x}) = -H \cdot \tilde{x} \quad (2.72)$$

O desvio das variáveis de controle, por sua vez:

$$\tilde{u} = -K \cdot \tilde{y} = -K \cdot C \cdot \tilde{x} \quad (2.73)$$

Considerando o sistema estável em malha fechada:

$$0 = A_c \bar{x} + B_c r_0 \longrightarrow \bar{x} = -A_c^{-1} \cdot B_c r_0 \quad (2.74)$$

Assim, o erro de regime pode ser escrito como:

$$\bar{e} = r_0 - H \bar{x} = (1 + H A_c^{-1} \cdot B_c) \cdot r_0 \quad (2.75)$$

De 2.72, observa-se que se pode definir uma matriz Q da mesma forma como foi feito anteriormente, como $Q = H^T \cdot H$.

De forma similar ao problema de regulação, o índice de desempenho pode ser simplificado para um problema independente do tempo. Na forma:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \tilde{x}^T(0) \cdot P \cdot \tilde{x}(0) + \frac{1}{2} \cdot \bar{e}^T \cdot V \cdot \bar{e} \quad (2.76)$$

Como o sistema começa do repouso:

$$\tilde{x}(0) = -\bar{x} \quad (2.77)$$

Assim:

$$J = \frac{1}{2} \text{tr}(P \cdot X) + \frac{1}{2} \cdot \bar{e}^T \cdot V \cdot \bar{e} \quad (2.78)$$

Com $x = \bar{x} \cdot \bar{x}^T = A_c^{-1} \cdot B_c \cdot r_0 \cdot r_0^T \cdot B_c^T \cdot (A_c^{-1})^T$

Ponderação no tempo

A formulação para o problema de rastreamento apresenta resultado satisfatório, mas em alguns casos pequenos erros persistem por um longo tempo. Dessa forma é interessante considerar um termo de ponderação dependente do tempo conforme equação 2.80. A ponderação pode ser feita tanto nos estados como nos controles. Neste trabalho será utilizado uma ponderação no tempo apenas nos estados:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (t^k \cdot \tilde{e}^T \tilde{e} + \tilde{u}^T R \tilde{u}) dt + \frac{1}{2} \cdot \bar{e}^T \cdot V \cdot \bar{e} \quad (2.79)$$

Escolhendo $k = 2$, ou seja, fazendo que o desvio dos estados seja penalizado com o quadrado do tempo e substituindo 2.72 e 2.69, obtém-se:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (t^2 \cdot \tilde{x}^T \cdot H^T \cdot H \cdot \tilde{x}) dt + \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} (\tilde{x}^T \cdot C^T \cdot K^T \cdot R \cdot K \cdot C \cdot \tilde{x}) dt + \frac{1}{2} \cdot \bar{e}^T \cdot V \cdot \bar{e}$$

Desenvolvendo apenas o termo contendo a ponderação no tempo, integrando por partes e supondo a existência de P_0 similar ao feito em 2.56:

$$\frac{d}{dt}(x^T \cdot P_0 \cdot x) = x^T \cdot H^T \cdot H \cdot x \longrightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (t^2 \cdot \tilde{x}^T \cdot H^T \cdot H \cdot \tilde{x}) dt &= \left(\frac{1}{2} \cdot t^2 (-\tilde{x}^T \cdot P_0 \cdot \tilde{x}) \right)_0^{\infty} - \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} 2 \cdot t \cdot (-\tilde{x}^T \cdot P_0 \cdot \tilde{x}) dt = \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \lim_{x=t \rightarrow \infty} (t^2 \cdot \tilde{x}^T \cdot P_0 \cdot \tilde{x}) + \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} 2 \cdot t \cdot \tilde{x}^T \cdot P_0 \cdot \tilde{x} \cdot dt \end{aligned}$$

Mas

$$-\frac{1}{2} \cdot \lim_{x=t \rightarrow \infty} (t^2 \cdot \tilde{x}^T \cdot P_0 \cdot \tilde{x}) = 0$$

Supondo a existência de P_1 tal que:

$$\frac{d}{dt}(x^T \cdot P_1 \cdot x) = x^T \cdot P_0 \cdot x \longrightarrow$$

$$\int_0^{\infty} t \cdot \tilde{x}^T \cdot P_0 \cdot \tilde{x} \cdot dt = - \int_0^{\infty} (-\tilde{x}^T \cdot P_1 \cdot \tilde{x}) \cdot dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} 2 \cdot t \cdot \tilde{x}^T \cdot P_1 \cdot \tilde{x} \cdot dt$$

Assim J fica na forma:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} (\tilde{x}^T (2 \cdot P_1 + C^T \cdot K^T \cdot R \cdot K \cdot C) \cdot \tilde{x}) dt + \frac{1}{2} \cdot \bar{e}^T \cdot V \cdot \bar{e}$$

Por fim, fazendo:

$$-\frac{d}{dt}(x^T \cdot P \cdot x) = \tilde{x}^T (2 \cdot P_1 + C^T \cdot K^T \cdot R \cdot K \cdot C) \cdot \tilde{x}$$

Da mesma forma do que foi realizado anteriormente, obtém-se J conforme 2.78. Com P obtido a partir da solução em série (de cima para baixo) das equações de Lyapunov

abaixo relacionadas:

$$\begin{aligned} A_c.P_0 + P_0.A_c + Q &= 0 \\ A_c^T.P_1 + P_1.A_c + P_0 &= 0 \\ A_c^T.P + P.A_c + 2.P_1 + C^T.K^T.R.K.C &= 0 \end{aligned}$$

Além da vantagem de aumentar o custo de condições de ganhos com decaimentos muito lentos, o uso da ponderação no tempo elimina a necessidade de verificação da observabilidade do par (\sqrt{Q}, A) garantindo que o uso de $Q = H^T.H$ sempre seja válido. Neste trabalho, para os problemas de rastreo serão usados a formulação com ponderação no tempo ($k=2$), conforme desenvolvido acima.

Ponderação das variáveis de realimentação internas

A formulação anterior define o índice de desempenho considerando o desvio das variáveis de desempenho, z . Não foram consideradas as variáveis de realimentação internas usadas apenas para estabilizar o sistema. É possível ponderar as variáveis de realimentação internas com a matriz Q_y . O índice J fica na forma:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (t^2.\tilde{e}^T\tilde{e} + t^2.\tilde{x}^T.Q_y.\tilde{x} + \tilde{u}^T R\tilde{u})dt + \frac{1}{2}.\tilde{e}^T.V.\tilde{e} \quad (2.80)$$

Usando um método de demonstração similar ao usado para a ponderação com o tempo, é fácil mostrar que J fica na forma anterior (equação 2.78) considerando Q na forma da equação 2.81:

$$Q = Q_y + H^T.H \quad (2.81)$$

Ganho inicial estabilizante

Para a obtenção do ganho inicial estabilizante (k_0), se observou grande número de tentativas e demandou considerável quantidade de tempo. Além do mais, os processos numéricos utilizados para a obtenção do controlador final, quando convergiam para uma solução do problema de minimização, convergiram para condições muito próximas do ganho inicial usado. Dessa forma, foram tentadas diferentes formas de obtenção para o esse ganho e os diferentes valores obtidos pelos diferentes métodos foram testados na obtenção do controlador final.

Para obtenção do ganho estabilizante foram usadas as seguintes estratégias:

- Processo numérico via MatLab usando a função *fminsearch* e função objetivo de minimização definida pela maior parte real dos autovalores de malha fechada;

- Fechamento sequencial das malhas de controle;
- Processo de obtenção por força bruta, testando diferentes combinações de ganho.
- Obtenção do ganho de realimentação de estado pela resolução da equação de Riccati (ganho de Kalman) ou usando processos numéricos baseados em LMI's. Posteriormente obtendo-se o ganho da realimentação de saída usando o processo de *Gain Element Weighting*

Gain Element Weighting

O processo de *Gain Element Weighting* é realizado ponderando-se os ganhos não desejados no índice de desempenho. Assim, as configurações de ganhos não desejadas são penalizadas no processo de otimização. O índice de desempenho, nesse caso, é definido conforme abaixo:

$$J = \int_0^{\infty} (\tilde{x}^T Q \tilde{x} + \tilde{u}^T R \tilde{u}) dt + \sum \sum g_{ij} \cdot k_{ij}^2 \quad (2.82)$$

Na equação 2.82, para os ganhos não desejados (k_{ij}), o valor de g_{ij} é escolhido de forma a penalizar o valor de J em que $k_{ij} \neq 0$. Assim, por exemplo, para o caso do vetor de estados:

$$x = [u, v, w, p, q, r, \phi, \theta]^T$$

A realimentação de estado vai gerar uma matriz de ganhos de dimensões 4 por 11, para um problema onde deseja-se um ganho na forma abaixo. Considerando apenas realimentação em comandos cíclico longitudinal, cíclico lateral e pedal:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_p & 0 & 0 & k_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_q & 0 & 0 & k_\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_r & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

A matriz formada pelas constantes de ponderação, considerando $g_{ij} = m$ fica na forma:

$$\begin{bmatrix} m & m & m & m & m & m & m & m \\ m & m & m & 0 & m & m & 0 & m \\ m & m & m & m & 0 & m & m & 0 \\ m & m & m & m & m & 0 & m & m \end{bmatrix}$$

2.7.2.3 Inequações matriciais lineares - LMI's

O uso de Inequações matriciais lineares foi usado para obtenção de matrizes de ganho iniciais estabilizantes para posterior uso do processo de *Gain Element Weighting*.

Nesse sentido foram aplicadas três formulações de problemas com LMI's: Estabilização, Controle H2, Controle H ∞ . A aplicabilidade de cada método foi avaliada pela qualidade da resposta (requisitos da Norma ADS-33E) e comportamento das entradas de controle.

O problema de regulação em LMI's é definido como o problema de encontrar as matrizes $W = W^T \in \Re^{n \times n}$, $Z \in \Re^{n \times n}$ que atendam as condições 2.84, 2.85:

$$W > 0 \quad (2.84)$$

$$\begin{bmatrix} AX + X^T A^T + BZ + Z^T B^T & \bullet \\ W - X + \rho(X^T A^T + Z^T B^T) & -\rho(X - X^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (2.85)$$

Com $\rho > 0$, uma constante real. O ganho do regulador é dado por $K = ZW^{-1}$. O símbolo \bullet representa o transposto do elemento simétrico em relação a diagonal principal da matriz.

Da mesma forma, o problema de controle H2 em LMI's é definido para um sistema em espaço de estado da forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= Ix \end{aligned}$$

Como o problema de encontrar as matrizes $W_o = W_o^T \in \Re^{n \times n}$, $X = X^T$, $Z \in \Re^{n \times n}$ tais que atendam as condições 2.86, 2.87, 2.88:

$$\text{mintr}(X) \quad (2.86)$$

$$\begin{bmatrix} X & \bullet \\ B_1 & W_o \end{bmatrix} > 0 \quad (2.87)$$

$$\begin{bmatrix} AW_o + W_o^T A^T + BZ + Z^T B^T & \bullet \\ C_1 W_o + D_{12} Z & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (2.88)$$

O ganho do controlador é dado por $K = ZW_o^{-1}$

Por fim, seguindo o mesmo modelamento, o problema de controle H_∞ em LMI's é definido como o problema de encontrar as matrizes $W = W^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $Z \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ tais que atendam as condições 2.89, 2.90, 2.91:

$$\min \gamma^2 \quad (2.89)$$

$$W > 0 \quad (2.90)$$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{aligned} T_{11} &= AW + W^T A^T + B_2 Z + Z^T B_2^T \\ T_{12} &= B_1 \\ T_{13} &= W C_1^T + Z^T D_{12}^T \\ T_{21} &= T_{12}^T \\ T_{22} &= -\gamma^2 I \\ T_{23} &= D_{11}^T \\ T_{31} &= T_{13}^T \\ T_{32} &= T_{23}^T \\ T_{33} &= -I \end{aligned} \quad (2.91)$$

O ganho do controlador é dado por $K = ZW^{-1}$

Para a resolução das desigualdades foram utilizados *softwares* como LMILab e SeDuMi e YALMIP para interface com o usuário.

O uso de técnicas com LMI's é uma ferramenta importante, pois permite delimitar às regiões do plano complexo, inserindo outras desigualdades nos sistemas matriciais definidos acima. Sendo esse um dos motivos de sua utilização.

Os ganhos de realimentação de saída forma obtidos usando o processo de *Gain Element Weighting*.

2.7.3 Problema de Regulação - Sistema de Aumento de Estabilidade (SAS)

A estrutura usada para obtenção do sistema de aumento de estabilidade está apresentada na figura 2.20.

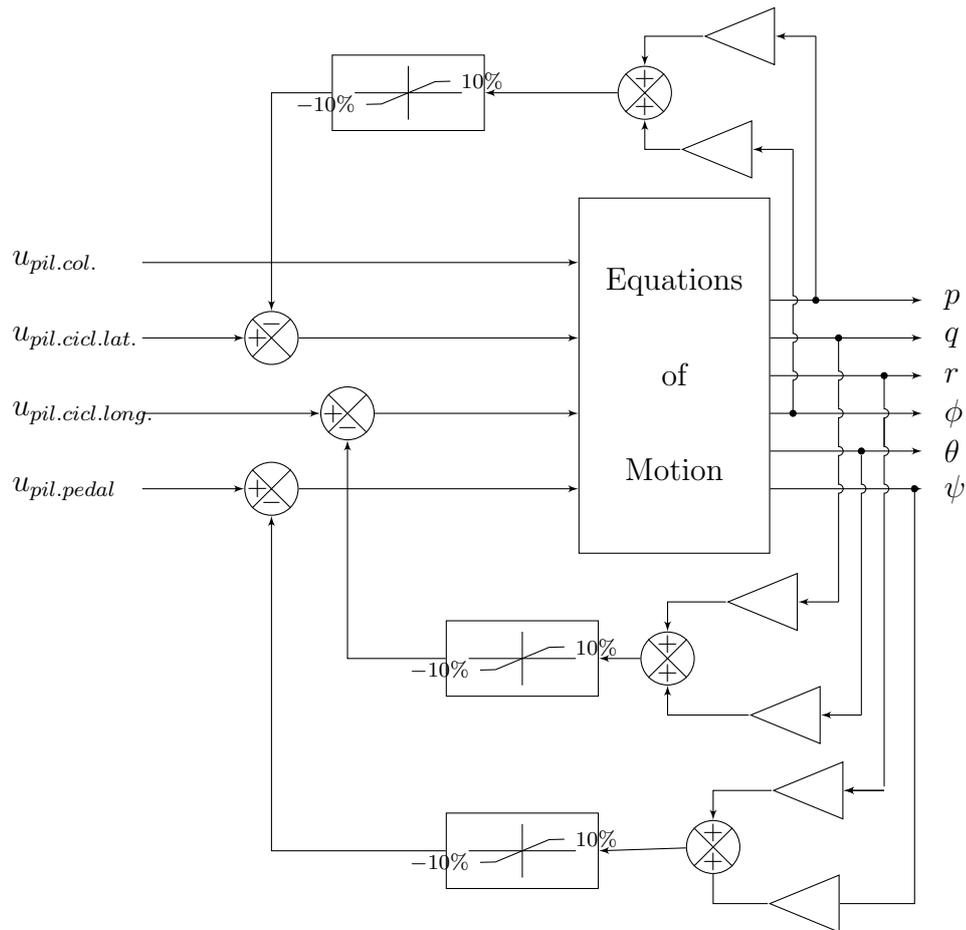


FIGURA 2.20 – Esquema do sistema de aumento de estabilidade (SAS) usado. Os blocos de saturação se referem à limitação imposta em sistemas de autoridade parcial implementados em série, conforme figura 2.18.

Foram aplicadas duas técnicas para a síntese do controlador. Inicialmente foi usada a alocação sequencial de polos e posteriormente foi usado a técnica LQR.

Para a obtenção dos ganhos coerentes com a saturação foi feito o seguinte cálculo. Considerando uma perturbação em q de $10^\circ/s$, o limite de atuação do controlador é 10% da condição de equilíbrio. Assim o valor máximo de ganho aceitável foi considerado como sendo $k_{qmax} \approx 1$. Em [Padfield 2011] é citado que valores máximos de ganhos para um SCAS em taxa de arfagem é de $0,2 \left(\frac{passocclico[^\circ]}{q[^\circ/s]} \right)$, considerando o ângulo máximo de passo da pá em 25° com o comando cíclico no batente (100%), o valor de ganho máximo fica em $0,8 \left(\frac{comandocclico[\%]}{q[^\circ/s]} \right)$, próximo do obtido anteriormente. Assim o valor limite de 1 foi usado como um balizador superior para os ganhos encontrados. A verificação final para validação dos ganhos com relação à saturação foi feita em simulação com condição inicial perturbada e, posteriormente, no simulador de voo.

Devido ao acoplamento entre as variáveis látero-direcionais e longitudinais do modelo, o procedimento de alocação de polos usando funções do MatLab, que se aplicam muito bem

para sistemas SISO (*rlocus*), não se adequou ao caso em estudo, pois ao se fechar uma malha, não se é capaz de ver a influência nos outros polos do sistema, ocasionalmente tornando-os instáveis ou fora da região de interesse para a obtenção da qualidade de pilotagem desejada. Dessa forma, foram obtidos os autovalores para cada valor de ganho aplicado e o posicionamento dos polos foi traçado em um gráfico.

A realimentação em ângulo de guinada é feita para a manutenção de atitude, quando o piloto usa o comando direcional, a realimentação em ψ é desativada, sendo apenas reativado quando o comando não está sendo usado. Assim a obtenção dos ganhos é feita inicialmente sem considerar a realimentação em ψ e posteriormente, com os ganhos obtidos, obtém-se o apenas o ganho em ψ .

2.7.3.1 Controle Proporcional

A obtenção de um SAS é enquadrado no tipo de resposta RATE definida pela norma, quando não há atendimento dos requisitos de comandamento de atitude. Considerando a qualidade visual do simulador com $UCE=1$, uma resposta tipo RATE é adequada para a maioria de tarefas definidas pela norma, figura 2.7.

No entanto, em condições de $UCE > 1$, o rastreo em atitude se torna necessário. Esse tipo de resposta apresenta maior grau de estabilidade segundo a norma, gerando um sistema com uma resposta diferente e diferentes características de QDV. A partir dessa seção serão abordadas arquiteturas que confirmam o tipo de resposta mínimo para o caso em que há rastreo de atitude (ACAH+RCDH). Para o sistema implementado as realimentações em ϕ , θ e ψ atendem os critérios de manutenção de atitude. Dessa forma, só é necessário rastrear o erro das referências nessas atitudes. Uma forma simples de se implementar um ACAH+RCDH está mostrado abaixo.

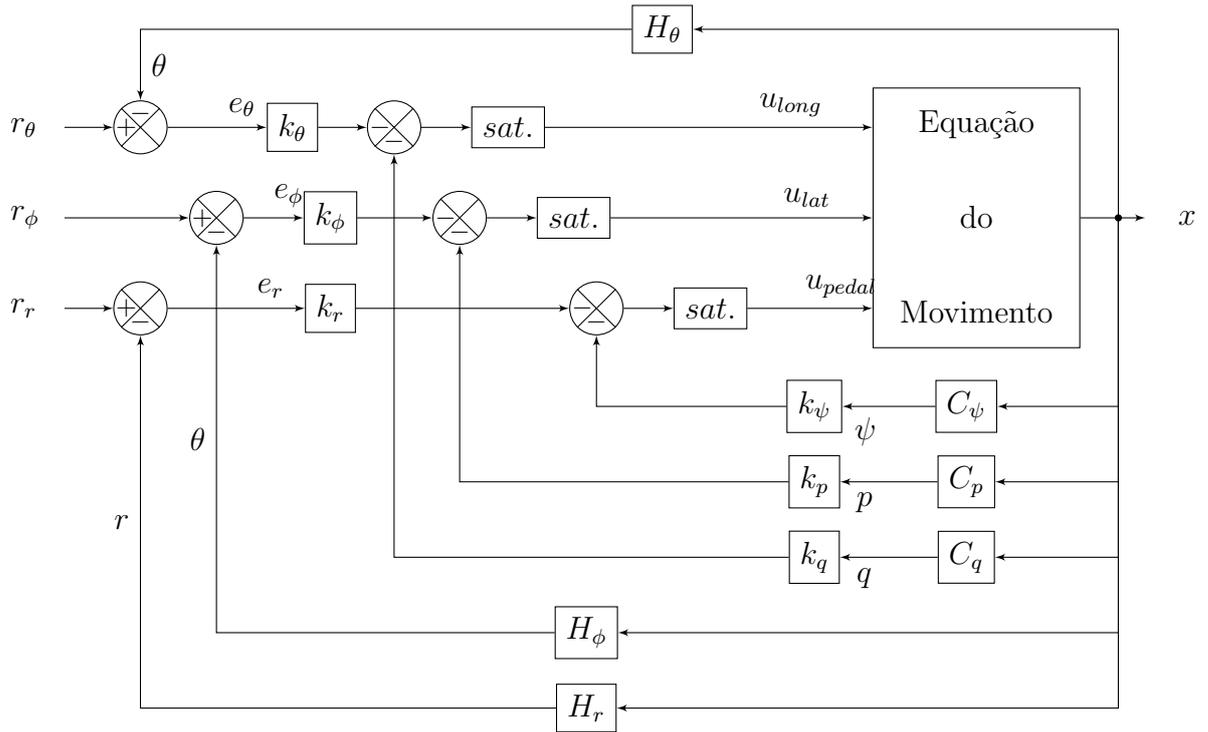


FIGURA 2.21 – Esquema usado para rastreamento da referência em ϕ e θ no sistema de aumento de estabilidade e controle. Os blocos de saturação se referem a limitação imposta em sistemas de autoridade parcial implementados em série. Na entrada de comando em coletivo não foi utilizado nenhum sistema de controle e não está representado na figura

Usando a formulação para o problema de rastreamento (figura 2.19), considerando a malha externa como a parte contendo o erro de rastreo e a malha interna as realimentações em taxas de arfagem, rolamento e ângulo de guinada, obtém-se o compensador na forma de 2.92.

$$\begin{aligned} \dot{w} &= F.w + G.e \\ v &= D.w + J.e \end{aligned} \quad (2.92)$$

As entradas do compensador são os erros: $e = \begin{bmatrix} e_\phi & e_\theta & e_r \end{bmatrix}$. Nesse caso, o compensador não possui estados, apenas saídas que são iguais as entradas, $v = e$. Assim, as matrizes do compensador ficam como 2.93.

$$\begin{aligned} F &= \emptyset \\ G &= \emptyset \\ D &= \emptyset \\ J &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.93)$$

O sistema aumentado fica com o vetor de estado, $x = x_a$, e o vetor de saída aumentado igual à $y_a = \begin{bmatrix} y & v \end{bmatrix}$, gerando a equação de estado aumentado dada pelas matrizes na forma de 2.94.

$$\begin{aligned}
 A_a &= A \\
 B_a &= B \\
 G_a &= [0_{9 \times 3}] \\
 C &= \begin{bmatrix} C_p \\ C_q \\ C_\psi \end{bmatrix} \\
 C_a &= \begin{bmatrix} C \\ -JH \end{bmatrix} \\
 F_a &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ J \end{bmatrix} \\
 H_a &= \begin{bmatrix} H_\phi \\ H_\theta \\ H_r \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.94}$$

A matriz de ganhos aumentada fica na forma 2.95. Neste trabalho, a matriz de ganhos considerou todos os controles. Como não foi usada realimentação em coletivo, a primeira linha da matriz é nula. Dessa forma, para a inserção de uma realimentação nesse comando, só é necessário inserir o ganho na posição da variável utilizada na realimentação.

$$K_a = \begin{bmatrix} K & L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_p & 0 & 0 & k_\phi^r & 0 & 0 \\ 0 & k_q & 0 & 0 & k_\theta^r & 0 \\ 0 & 0 & k_\psi & 0 & 0 & k_r^r \end{bmatrix} \tag{2.95}$$

Para obtenção do controlador proporcional foi usado a técnica de posicionamento sequencial dos polos e LQR. Como já havia sido calculado os ganhos para o SAS é possível usar os mesmos valores, com sinais trocados, como ganhos iniciais estabilizantes, pois, para uma referência nula:

$$\begin{aligned} e_{rastr} &= r - z \\ u &= -k_{rastr}e \end{aligned} \Rightarrow u = -K_{rastr}r + k_{rastr}z \Rightarrow u = +k_{rastr}Hx$$

No problema de regulação:

$$u = -k_{reg}.y \Rightarrow u = -k_{reg}Cx$$

Para uma saída de desempenho igual a saída de realimentação: $C = H$, concluí-se que $-k_{reg} = k_{rastr}$. De fato, usando os ganhos obtidos no SAS com sinal contrário para o problema de rastreo, obtém-se o mesmo lugar geométrico das raízes e a mesma resposta ao impulso. Assim $k_{\phi}^r = -k_{\phi}$, $k_{\theta}^r = -k_{\theta}$ e $k_r^r = -k_r$.

2.7.3.2 Controle Integral

Apesar do controle integral puro apresentar características desestabilizantes, pois desloca o lugar geométrico das raízes em direção ao semi-plano direito. A inserção de integradores é normalmente postulada como uma solução para eliminar o erro de regime em sistemas MIMO com a resposta em frequência com declividade nula para valores pequenos de ω (sistema tipo 0 [Ogata 2003]) o que é observado para o modelo utilizado (figura 4.16). Assim essa arquitetura também será testada. O esquema utilizado está apresentado na figura 2.22.

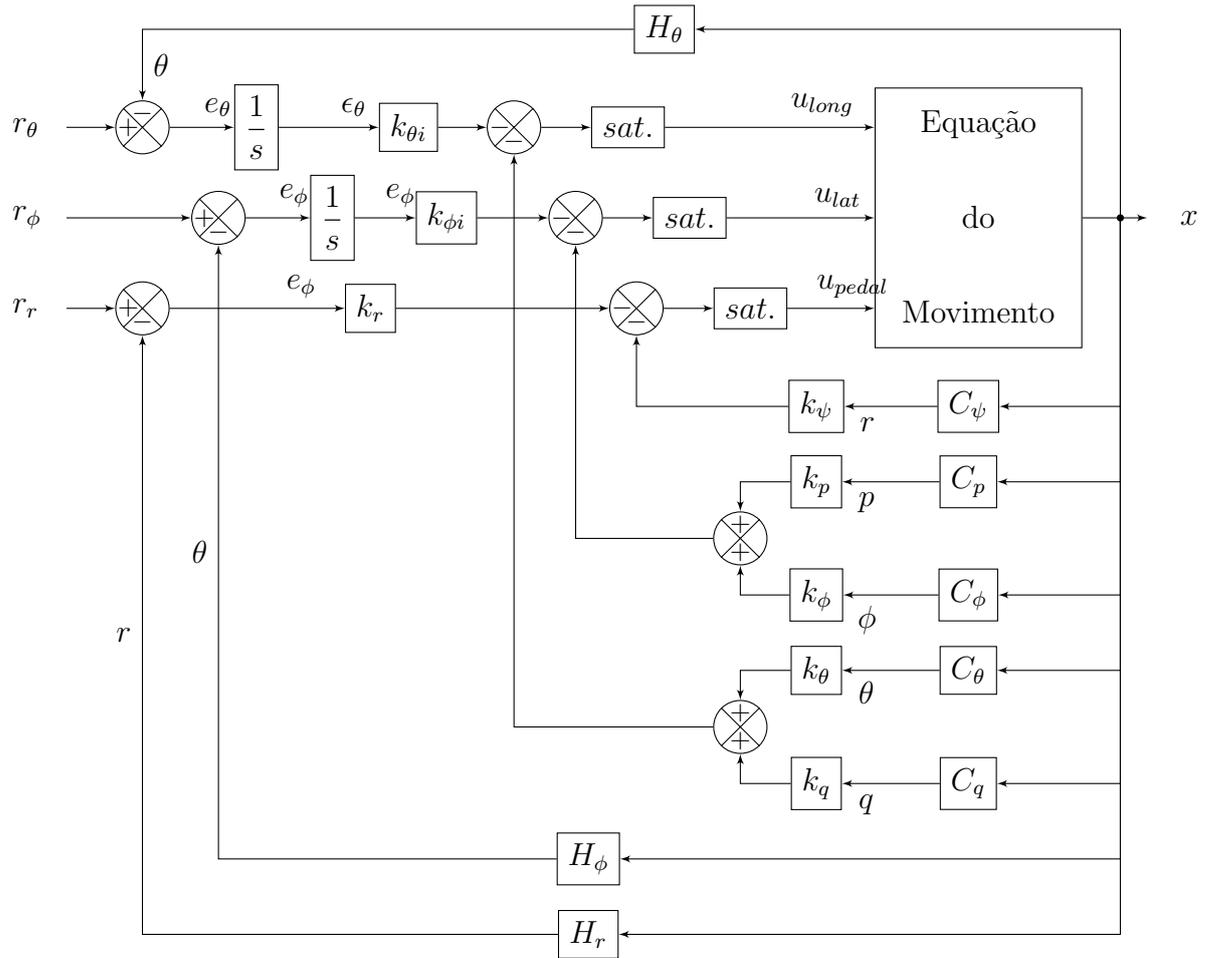


FIGURA 2.22 – Esquema usado para rastreamento da referência em ϕ , θ e r com integradores no sistema de aumento de estabilidade e controle. Os blocos de saturação se referem a limitação imposta em sistemas de autoridade parcial implementados em série. Na entrada de comando em coletivo não foi utilizado nenhum sistema de controle e não está apresentada na figura

Desenvolvendo a equação do compensador com estados: $w = \begin{bmatrix} \epsilon_{\phi i} & \epsilon_{\theta i} \end{bmatrix}^T$; entradas: $e = \begin{bmatrix} e_\phi & e_\theta & e_r \end{bmatrix}^T$; e saídas: $v = \begin{bmatrix} \epsilon_\phi & e_\phi & \epsilon_\theta & e_\theta & e_r \end{bmatrix}^T$. As matrizes da dinâmica do compensador são obtidas com o desenvolvimento das equações de entrada e saída do integrador:

$$\dot{w} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_\phi \\ \dot{\epsilon}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_\phi \\ \dot{\epsilon}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} \epsilon_\phi \\ e_\phi \\ \epsilon_\theta \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_\phi \\ \dot{\epsilon}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix}$$

Assim as matrizes do compensador são dadas por 2.96.

$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ J &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.96}$$

Nesse caso, as equações da dinâmica aumentada são dadas diretamente pela substituição em 2.68. Com C e H dadas por 2.97:

$$\begin{aligned} C &= \begin{bmatrix} C_p \\ C_q \\ C_\psi \\ C_\phi \\ C_\theta \end{bmatrix} \\ Ha &= \begin{bmatrix} H_\phi \\ H_\theta \\ H_r \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.97}$$

A matriz de ganhos aumentada tem a forma de 2.98.

$$K_a = \begin{bmatrix} K & L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_p & 0 & 0 & k_\phi & 0 & k_{\epsilon\phi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_q & 0 & 0 & k_\theta & 0 & 0 & k_{\epsilon\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_\psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_r^r \end{bmatrix} \quad (2.98)$$

2.7.3.3 Controle Proporcional Integral

Uma forma de melhorar a resposta do controle integral puro é inserir um ramo proporcional no erro. Apesar de ser possível utilizar o ganho de realimentação com sinal trocado, a resposta adotada no caso integral puro e no caso com ganho proporcional ao erro são diferentes. No controlador proporcional-integral (PI), o ganho proporcional adiciona um zero no compensador, deslocando o lugar geométrico das raízes para a esquerda, tendendo a tornar o sistema mais estável. A malha externa adotada nesse caso está apresentada em 2.23. A malha interna realimenta os estados p , q e ψ de forma idêntica ao utilizado anteriormente.

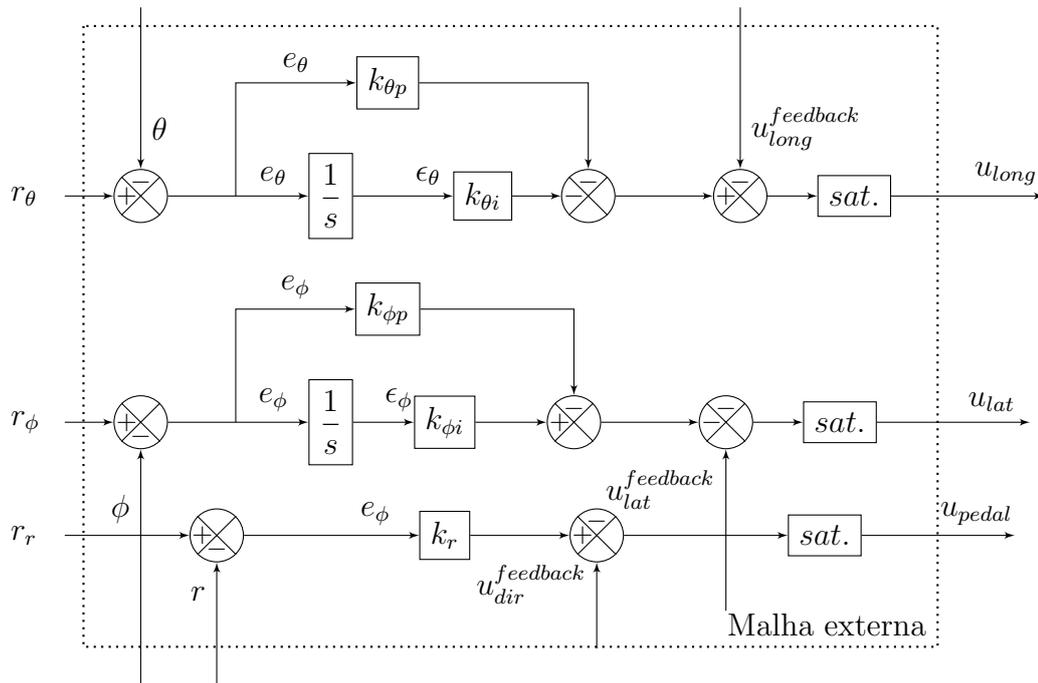


FIGURA 2.23 – Estrutura do rastreador proporcional integral (PI) implementado.

Escrevendo a função de transferência de um dos ramos do PI implementado em 2.99:

$$\frac{u_{PI}}{e} = \frac{k_i}{s} + k_p = k_p \frac{\left(\frac{k_i}{k_p} + s\right)}{s} \quad (2.99)$$

De 2.99, observa-se que a inserção do ganho proporcional no erro, acrescenta um zero no compensador tendendo a deixar o sistema mais estável e mais rápido. Esse zero porém está atrelado aos valores dos ganhos não tendo liberdade para ser movimentado. A frente veremos que esse tipo de artifício é benéfico para a planta adotada, mas que apenas isso não é suficiente. Na tentativa de melhorar a resposta, foi inserido o misturador de comando.

Considerando os mesmos estados, entradas e saídas para o compensador, as matrizes do compensador e do sistema aumentado são idênticas ao caso apenas com o integrador. Mudando-se apenas as matrizes C, H e a matriz de ganhos, conforme 2.100.

$$C = \begin{bmatrix} C_p \\ C_q \\ C_\psi \end{bmatrix}$$

$$Ha = \begin{bmatrix} H_\phi \\ H_\theta \\ H_r \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

$$K_a = \begin{bmatrix} K \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_p & 0 & 0 & k_{e\phi} & k_{e\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_q & 0 & 0 & 0 & k_{e\theta} & k_{e\theta} & 0 \\ 0 & 0 & k_\psi & 0 & 0 & 0 & 0 & k_r^r \end{bmatrix}$$

2.7.4 Malhas de Controle usando Compensadores

Devido à dificuldade em se obter uma resposta adequada foram testadas algumas configurações com compensadores. Com a inserção dos integradores se observou grande dificuldade em tirar os polos de perto da origem. Assim, quando se conseguia uma resposta satisfatória em rastreo o tempo de acomodação era muito grande (em torno de 500s). Dessa forma, foi testado um compensador com polo fora da origem, na forma da figura 2.25.

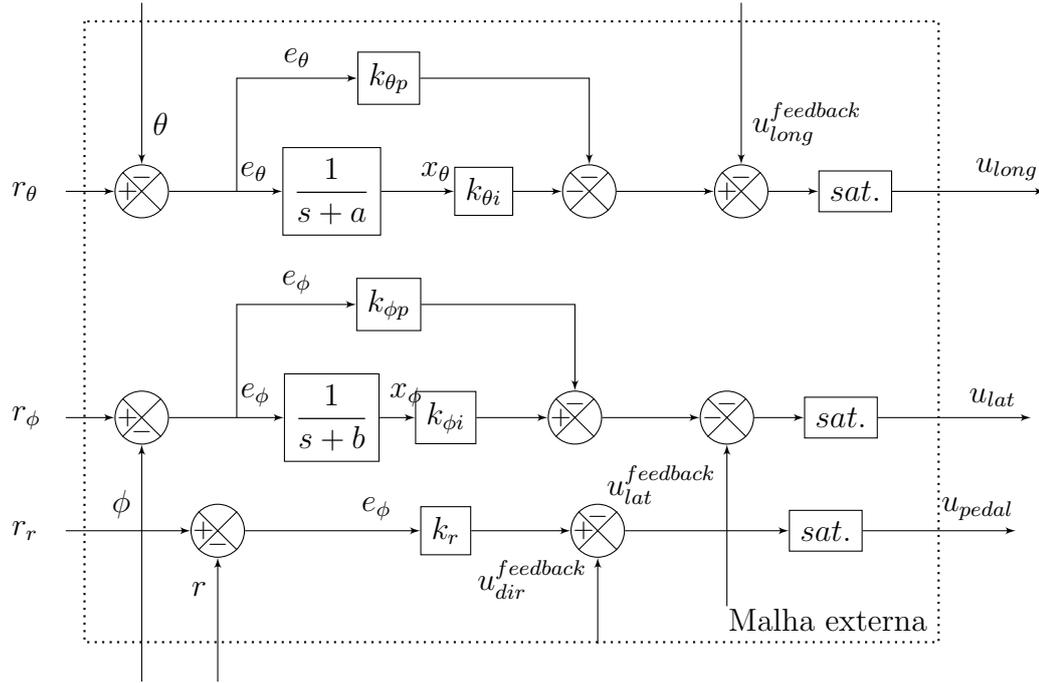


FIGURA 2.24 – Estrutura do controlador usando um compensador com polo fora da origem.

Desenvolvendo a função de transferência do compensador acima, eq. 2.101, observa-se que o compensador fica num formato de um avanço de fase, pois $\left(\frac{k_c}{k_p} + a\right) > a$ para $k_c k_p > 0$.

$$\frac{u}{e} = \frac{k_c}{s+a} + k_p = k_p \frac{\left(\left(\frac{k_c}{k_p} + a\right) + s\right)}{s+a} \quad (2.101)$$

Denominando a saída do compensado de x , desenvolve-se a equação do compensador no tempo na forma apresenta em 2.102.

$$\frac{X}{E} = \frac{1}{s+a} \Rightarrow \dot{x} = -ax + e \quad (2.102)$$

Assim, considerando-se os estados do compensador: $w = \begin{bmatrix} x_{\phi i} & x_{\theta i} \end{bmatrix}^T$; entradas: $e = \begin{bmatrix} e_\phi & e_\theta & e_r \end{bmatrix}^T$; e saídas: $v = \begin{bmatrix} x_\phi & e_\phi & x_\theta & e_\theta & e_r \end{bmatrix}^T$. Obtém-se a dinâmica dada

por 2.103.

$$\dot{w} = \begin{bmatrix} \dot{x}_\phi \\ \dot{x}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 0 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_\phi \\ \dot{x}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} \epsilon_\phi \\ e_\phi \\ \epsilon_\theta \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_\phi \\ \dot{x}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

Comparando-se com o caso anterior, a diferença está na matriz F, sendo as constantes a e b variadas até a obtenção da resposta desejada.

2.7.5 Malhas de Controle usando Compensadores de Avanço de Fase

Tendo em vista que o uso de controlador integral se mostrou inviável, e o deslocamento do polo para o SPE não foi suficiente para obtenção do controlador nas condições de baixa velocidade, foi tentado aplicar um compensador de avanço de fase. O uso de compensadores apresenta o inconveniente de um erro de regime não nulo, mas só é necessário que a resposta da aeronave seja proporcional ao comando do piloto, não sendo impeditivo o aparecimento de erro. De qualquer forma, foi usado uma ponderação no processo de síntese do compensador para reduzir o erro de regime em malha fechada.

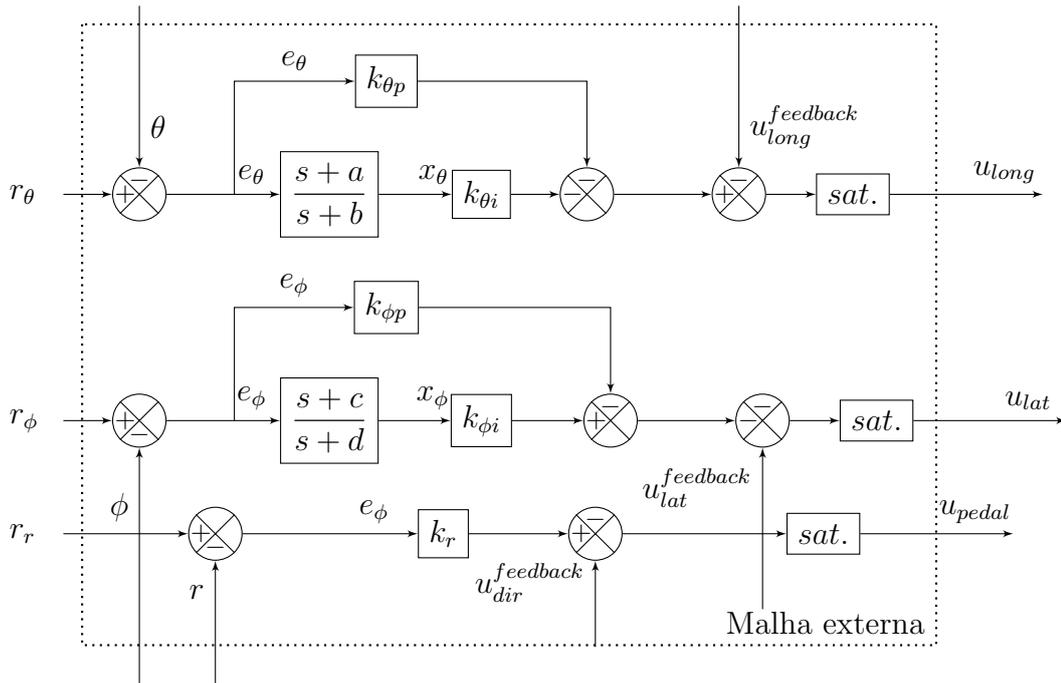


FIGURA 2.25 – Estrutura do controlador usando um compensador de avanço de fase.

Obtém-se a dinâmica do compensador no tempo, conforme abaixo:

$$\frac{X}{E} = \frac{s + a}{s + b} \Rightarrow \dot{x} - \dot{e} = -bx + ae$$

Definindo a variável $\xi = x - e$:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= -b(\xi + e) + ae = -b\xi + (a - b)e \\ x &= \xi + e \end{aligned}$$

Assim, definindo os estados do compensador como: $w = \begin{bmatrix} \xi_{\phi i} & \xi_{\theta i} \end{bmatrix}^T$; entradas: $e = \begin{bmatrix} e_{\phi} & e_{\theta} & e_r \end{bmatrix}^T$; e saídas: $v = \begin{bmatrix} x_{\phi} & e_{\phi} & x_{\theta} & e_{\theta} & e_r \end{bmatrix}^T$. Obtém-se a dinâmica em espaço

de estados na forma de 2.104

$$\dot{w} = \begin{bmatrix} \dot{\xi}_\phi \\ \dot{\xi}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b & 0 \\ 0 & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_\phi \\ \dot{\xi}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (a-b) & 0 & 0 \\ 0 & (c-d) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} x_\phi \\ e_\phi \\ x_\theta \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_\phi \\ \dot{\xi}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_r \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

As constantes a , b , c e d devem ser ajustadas de forma a obter uma melhor resposta, com a restrição de que: $a > b$ e $c > d$ para o compensador ser um avanço.

2.7.6 Uso de *Mixer* e outras arquiteturas

Devido à dificuldade em obter os ganhos que produzissem uma resposta adequada para o controlador, foi tentado uma arquitetura de controlador misturando diferentes modelos observados no estudo teórico.

Como um dos problemas observados nos casos testado foi a existência de até 4 zeros de fase não mínima e esse tipo de ocorrência aparece em problemas com acoplamento considerável em que uma mesma resposta pode ser obtida por mais de uma entrada de controle diferente, foi inserido um *mixer*, de forma a diminuir o acoplamento entre os estado laterais e longitudinais. Esse procedimento modifica apenas os zeros da malha utilizada.

Outro artifício utilizado para melhorar a resposta da aeronave, foi o uso de filtro *washout* na malha interna do SCAS. Esse tipo de filtro é normalmente usado para contrapor uma aproximação da taxa de variação (derivada) da resposta e não a resposta em si. Agindo apenas no transiente, não causando assim uma resistência ao comando do piloto. Esse tipo de filtro normalmente é aplicado em SAS de aeronaves de asa fixa, [Stevens e Lewis 2013], mas também possui aplicação em helicópteros, [Hoh 2003].

Para a utilização do filtro *washout* é necessário inserir um estado a mais no sistema, o estado do filtro, x_w . A função de transferência do filtro é dada por 2.105.

$$\frac{R_w}{R} = \frac{s\tau}{1 + s\tau} \quad (2.105)$$

Definindo x_w como: $x_w = r_w - r$. Onde r_w é o valor filtrado da taxa de guinada e τ é uma constante característica do filtro. É possível obter a equação temporal do filtro dada por 2.106.

$$\begin{aligned} \dot{x}_w &= -\frac{1}{\tau_w} x_w - \frac{1}{\tau_w} \cdot r \\ y_w &= r_w = x_w + r \end{aligned} \quad (2.106)$$

Adicionando a variável x_w aos estados do sistema e r_w às saídas, o novo sistema em espaço de estado é dado por 2.107.

$$\begin{aligned} \dot{x}^* &= \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{8 \times 1} \\ \begin{bmatrix} 0_{1 \times 5} & -\frac{1}{\tau_w} & 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} & -\frac{1}{\tau_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} u \\ y^* &= \begin{bmatrix} y \\ r_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0_{p \times 1} \\ \begin{bmatrix} 0_{1 \times 5} & 1 & 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad (2.107)$$

Assim a saída filtrada de r , r_w , pode ser utilizada nas plantas anteriormente mostradas, mudando-se as matrizes A, B, C e D conforme acima.

Por fim, verificou-se a não aplicabilidade do critério de largura de banda no modelo utilizado, como será mostrado na parte de resultados. Como a norma define que esses requisitos devem ser avaliados com entradas em comandos e em atuadores, foi inserido um modelo de atraso simples, simulando a dinâmicas de atuadores, a fim de avaliar apenas a aplicação do critério de *bandwidth*. Não foram usados atuadores para o projeto dos controladores. A dinâmica do atuador está mostrada em 2.108

$$G_c(s) = \frac{U}{U_{com}} = \frac{1}{1 + \tau_c s} \Rightarrow u_{com}(t) = \frac{1}{\tau_c} (u_{com}(t) - u(t)) = k (u_{com}(t) - u(t)) \quad (2.108)$$

Onde τ_c é a constante de tempo do atuador cujo valor está normalmente entre 25 a 100 ms [Padfield 2011]. Adiciona-se os atuadores no comando cíclico aumentado-se o vetor de estados de forma a incluir os estados dos atuadores. O sistema em espaço de estados fica

na forma de 2.109.

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ u_{c.lat} \dot{} \\ u_{c.long} \dot{} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B(:, 2:3) \\ 0_{2 \times 8} & \begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & -k \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u_{c.lat} \\ u_{c.long} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(:, 1) & 0_{8 \times 2} & B(:, 4) \\ 0_{2 \times 1} & \begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & -k \end{bmatrix} & 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} u \quad (2.109)$$

3 Metodologia

Este trabalho realizou o estudo de sistemas de aumento de estabilidade e controle (SCAS) para um modelo de aeronave de asas rotativas, com o objetivo de melhorar as qualidades de voo do modelo, principalmente na dinâmica longitudinal instável (Fugóide). O modelo foi fornecido pronto pelo IPEV (Instituto de Pesquisas e Ensaios em Voo).

O modelo utilizado usa a simplificação de um modelo de corpo rígido de 6 graus de liberdade. Ele é composto por matrizes de estado (A) e matrizes de entrada (B) do sistema em malha aberta obtidas da linearização em diferentes condições de voo. Os estados e as entradas na condição de equilíbrio também foram fornecidos.

São utilizadas 11 condições de voo para diferentes velocidades à frente, a saber: ($V_x \in \{0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 130\}$ [kt] e $V_y = 0$).

Os requisitos de estabilidade e QDV foram retirados da norma ADS-33E-PRF e basearam-se principalmente na análise do lugar geométrico das raízes. Outros critérios definidos pela norma foram usados apenas como verificação, quando aplicáveis.

Foi considerado que o voo no simulador é caracterizado por $UCE = 1$. Então foi escolhido o tipo de resposta mínima adequada para aeronave obter classificação 1 em qualidade de voo. Para o caso em estudo, o tipo de resposta adequada é do tipo RATE, pois ela é predominante entre as tarefas definidas pela norma ADS em $UCE = 1$, Figura 2.7. Dessa forma, neste trabalho foi inicialmente implementado um sistema de aumento de estabilidade (SAS).

A síntese dos controladores foi feita usando-se, principalmente, a alocação sequencial de polos e o processo LQR.

Inicialmente, conforme proposta do trabalho e em concordância às fontes pesquisadas, foram analisadas configurações de controle proporcional descentralizado (diagonal), fazendo-se a síntese dos controladores usando o fechamento sequencial de malhas.

Também foram implementados malhas de controle utilizando-se diferentes abordagens com o objetivo de implementação de um sistema SCAS/ACAH (*Attitude Command Attitude Hold*.)

Os requisitos definidos pela norma foram validados inicialmente através de simulação

numérica para a classificação do nível de QDV previsto. Posteriormente os sistemas foram implementados no Simulador de Ensaio em Voo do IPEV e os níveis atribuídos de QDV oriundos da aplicação dos sistemas de controle foram avaliados por pilotos de prova.

3.1 Simulação de Voo com Pilotos

Para teste do modelo no Simulador de Voo, foi implementado o controlador em Simulink/MatLab. As matrizes do sistema linearizados são interpoladas entre as condições de voo, assim como os ganhos obtidos. Para tornar a dinâmica do modelo linear representativa é usado um processo semi-linear, conforme seção 2.5.

Para avaliar a melhora na qualidade de voo foram estabelecidas quatro tarefas para os pilotos. As tarefas diferem um pouco das estabelecidas pela norma devido à limitação no campo visual no sistema de imagem do Simulador. Esse tipo de problema afeta principalmente o voo próximo ao solo. Como mencionado por [Prouty 1986] e [Padfield 2011]:

”The most important fly cue a pilot can have is a good view of the ground and everything around.”

Logo observa-se a importância da visualização de referências no solo. No simulador, essas referências são limitadas tanto pelo campo visual simulado quanto pela definição da plataforma de simulação, dificultando a realização da tarefa referente ao voo pairado.

A tarefa de voo pairado definida pela norma é iniciada em altura de no máximo 20 pés e com um deslocamento derrapado com rumo de 45° em direção ao alvo, usando referências de cones no solo para o deslocamento e um marcador também no solo para manter o pairado. Há dificuldade na visualização dessas referências no ambiente simulado. Para resolver esse problema, a tarefa de voo pairado foi iniciada em uma altura um pouco mais alta e já na proa do alvo. Com as adaptações realizadas, os problemas acima não atrapalharam a realização da tarefa.

Tendo isso em mente, foram definidas as tarefas abaixo. Para cada tarefa foram definidos critérios de desempenho desejado e adequado.

1. Nivelado com 80 kt: manter 1 min em voo reto, nivelado e estabilizado com 80 KIAS, realizando leituras de velocidade e altitude-pressão indicadas a cada 30 s.

Desempenho desejado, variação máxima permitida: manter velocidade, ± 1 kt, altitude pressão, ± 20 ft.

Desempenho adequado, variação máxima permitida: manter velocidade, ± 3 kt, altitude-pressão, ± 50 ft.

2. Nivelado com 40 kt: manter 1 min em voo reto, nivelado e estabilizado com 40 KIAS, realizando leituras de velocidade e altitude-pressão indicadas a cada 30 s.

Desempenho desejado, variação máxima permitida: manter velocidade, ± 1 kt, altitude pressão, ± 20 ft.

Desempenho adequado, variação máxima permitida: manter velocidade, ± 3 kt, altitude-pressão, ± 50 ft.

3. Pairado FES: manter 30 s estabilizado em voo pairado DES, mantendo a posição vertical.

Desempenho desejado, variação máxima permitida: manter retângulo interno (Figura 3.1); Proa, ± 5 graus.

Desempenho adequado, variação máxima permitida: manter retângulo externo (Figura 3.1); Proa, ± 10 graus.



FIGURA 3.1 – Ambiente de simulação usado para o teste com os pilotos. A tarefa realizada é a manutenção de voo pairado com o alvo dentro do quadrado mostrada na figura.

4. Reabastecimento em Voo (REVOH): Partindo da posição de observação à esquerda da aeronave reabastecedora, Figura 3.2, realizar aproximação lateral até o ponto de

pré-contato, seguido de 30 s estabilizados nessa condição.

Desempenho desejado, variação máxima permitida:

- Transição da observação até pré-contato: 40 s;
- Estabilizar no eixo da mangueira: No máximo um (01) *overshoot*
- Manter 30 s em pré-contato: ponta da *probe* dentro da cesta e imagem da cesta não "desaparecer".

Desempenho adequado, variação máxima permitida:

- Transição da observação até pré-contato: 50 s;
- Estabilizar no eixo da mangueira: No máximo dois (02) *overshoot*
- Manter 30 s em pré-contato: ponta da *probe* dentro do diâmetro equivalente a duas (02) cestas e imagem da cesta "desaparecer" no máximo uma vez.



FIGURA 3.2 – Ambiente de simulação usado para o teste com os pilotos. A tarefa realizada a transição para da posição de observação para a posição de pré-contato.

A avaliação do voo para a obtenção do nível atribuído de QDV foi realizada com base no diagrama de Cooper-Harper (Figura 2.4), conforme descrição na seção 2.6.1. Caso sejam cumpridos todos os requisitos para a resposta da aeronave, é esperado que o sistema de controle implementado seja responsável pela obtenção de um nível 1 de qualidade de voo atribuída, caso o tipo de resposta esteja de acordo com as classificações de UCE e, da tarefa realizada (MTE), relacionados na Figura 2.7.

Além da avaliação do sistema implementado, foi feita a análise de QDV do modelo sem SCAS, chamado neste trabalho de modelo base. Para a avaliação de sua resposta também foi necessário a utilização da escala de oscilações induzidas pelo piloto (PIO - *Pilot-Induced Oscillation*) mostrada na Figura 3.3. PIO é definido pela norma MIL-HDBK-1797A ([United States of America Department of Defense 1997]) como oscilações sustentadas ou incontroláveis causadas pelo esforço do piloto em controlar a aeronave. A escala classifica esse tipo de oscilação de 1 a 6. Para o valores de 1 a 3, ou não existe tendência de PIO (1) ou as oscilações são controláveis com atenção e técnicas adequadas de pilotagem. Para classificações a partir de 4, a realização de um manobra abrupta é afetada pelas oscilações no comportamento da aeronave. Na classificação 4, o piloto tem que realizar a manobra mais lentamente ou abandoná-la e, em 5, já é necessário largar o controle ou mantê-los fixos para controlar o comportamento oscilatório da aeronave.

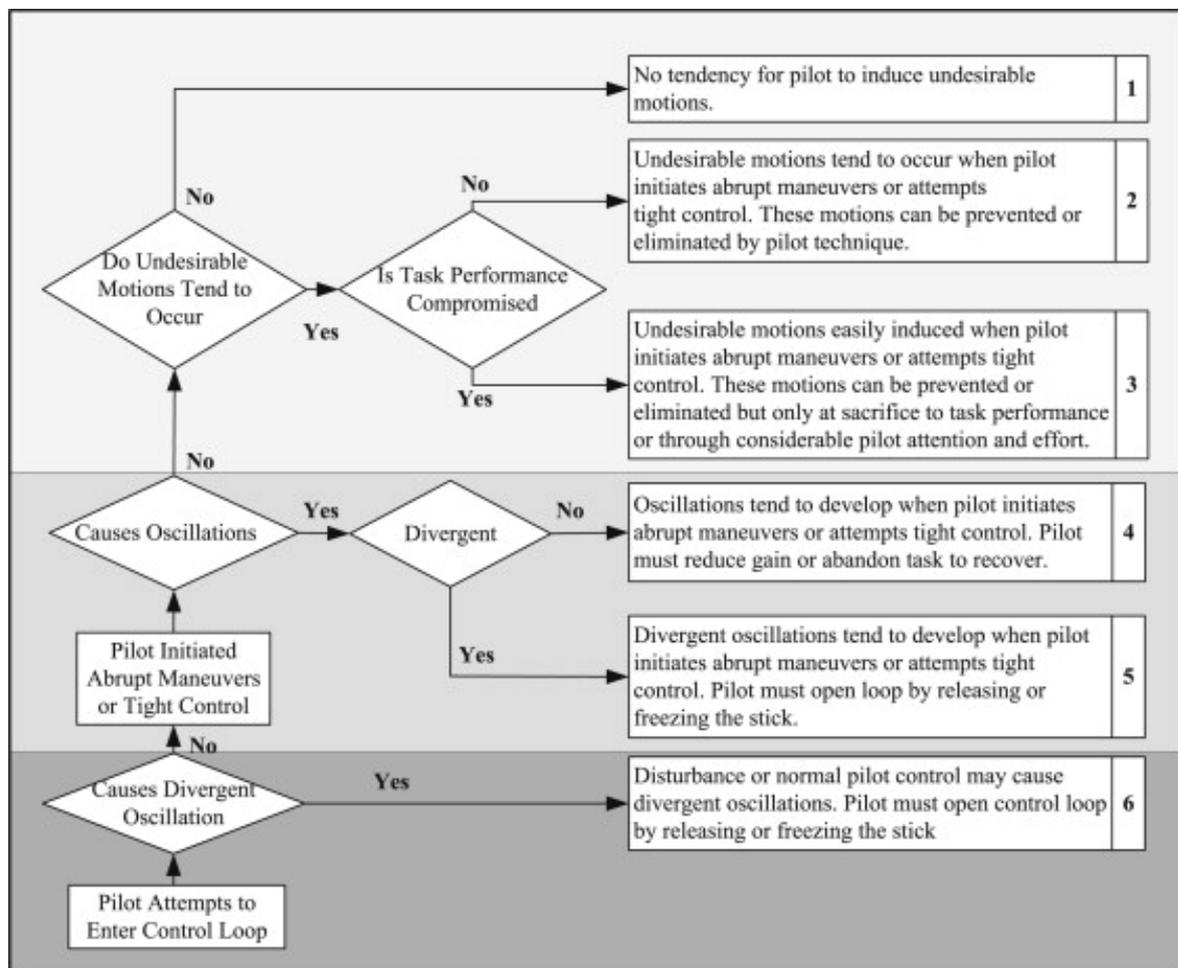


FIGURA 3.3 – Escala de PIO usada para caracterizar a resposta do modelo base (sem SCAS) [Pavel *et al.* 2015]

4 Resultados

4.1 Análise do Modelo em Malha Aberta

Antes de se fazer a aplicação dos sistemas de controle propostos foi necessário realizar uma análise do modelo em malha aberta para identificar características de sua dinâmica que apareceram nas simulações lineares do sistema em malha fechada. Esse tipo de estudo também serviu de comparativo com alguns dados obtido na literatura, dessa forma, foi um balizador de validade das teorias e justificativas encontradas na literatura quando aplicadas no modelo em questão.

Também foi feito uma análise e identificação dos modos da planta em todas as condições de voo. Como o projeto foi feito usando critérios de frequência e amortecimento no plano complexo, essa análise possibilita um melhor entendimento de quais entradas de controle possuem maior influência em um modo cuja posição se deseje mudar.

Os critérios de detectabilidade, estabilizabilidade e controlabilidade que normalmente são usados para avaliar sistemas em espaço de estado também foram utilizados em todas as condições de voo. Os dois primeiros critérios basicamente identificam se existem polos não observáveis instáveis ou instáveis e não controláveis, fatores que impediriam uma aplicação efetiva de um sistema de controle. O critério de controlabilidade identifica se é possível mudar o estado da planta de uma condição inicial para outra em tempo finito, condição necessária para a aplicação de um sistema de controle usado no problema de rastreamento.

Por fim foi avaliado a adequabilidade do uso de controle descentralizado usando a técnica da matriz de ganho relativos.

4.1.0.1 Matrizes A e B

Para analisar os componentes das matrizes A e B será feita uma normalização dos seus elementos de forma a tornar a comparação de magnitude mais direta. Primeiramente, as unidades das matrizes A e B são transformadas de rad para graus, deixando as unidades com ordem de grandeza mais próximas, seguindo o procedimento em 2.46. Por fim,

todos os elementos serão divididos pelo módulo do elemento com maior valor absoluto na condição de voo pairado, sendo o resultado multiplicado por 100. Exemplificando para uma matriz $A_{3 \times 3}$ mostrada abaixo:

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 5 \\ 1 & -5 & -15 \\ 2 & 3 & 0.5 \end{bmatrix}$$

O maior do elemento com maior valor absoluto é 15. Dividindo-se os elementos da matriz $A_{3 \times 3}$ por 15 e multiplicando por 100, obtém-se:

$$Anorm_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 66.7 & 0 & 33.3 \\ 6.7 & -33.3 & -100 \\ 13.3 & 20.0 & 3.33 \end{bmatrix}$$

Considerando a matriz $A_{3 \times 3}$ referente a condição de voo do pairado. Os elementos das matrizes referentes às outras condições de voo seriam multiplicados por $\frac{100}{15}$.

Seguindo esse procedimento, obtém-se a variação dos elementos das matrizes A e B para todas as condições de voo, 4.1 e 4.2.

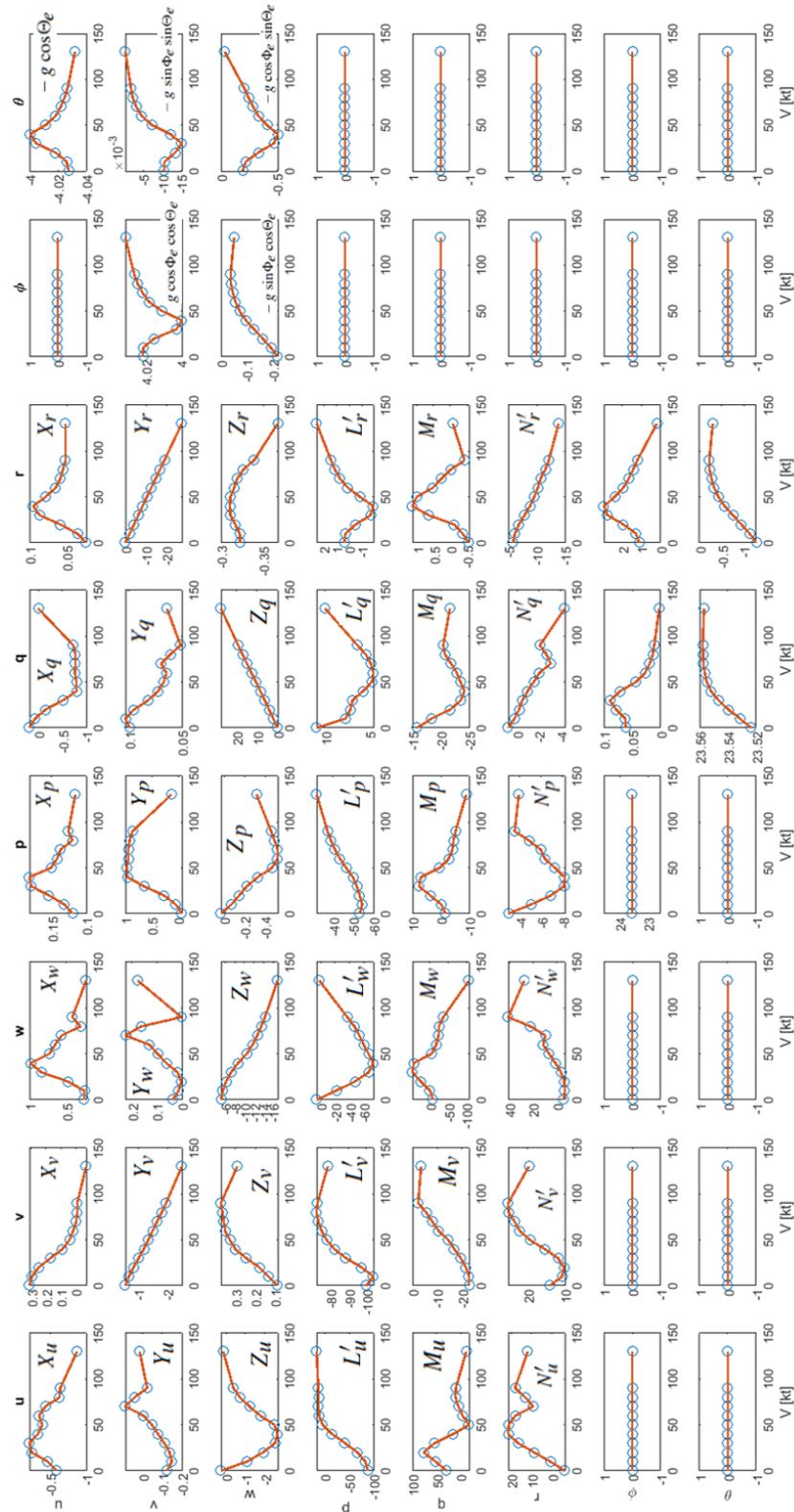


FIGURA 4.1 – Comparação entre os elementos normalizados das matrizes A para todas as condições de voo. Os valores de cada condição de voo estão marcado com circunferências. Cada retângulo contendo um gráfico está posicionado na posição correspondente da matriz A.

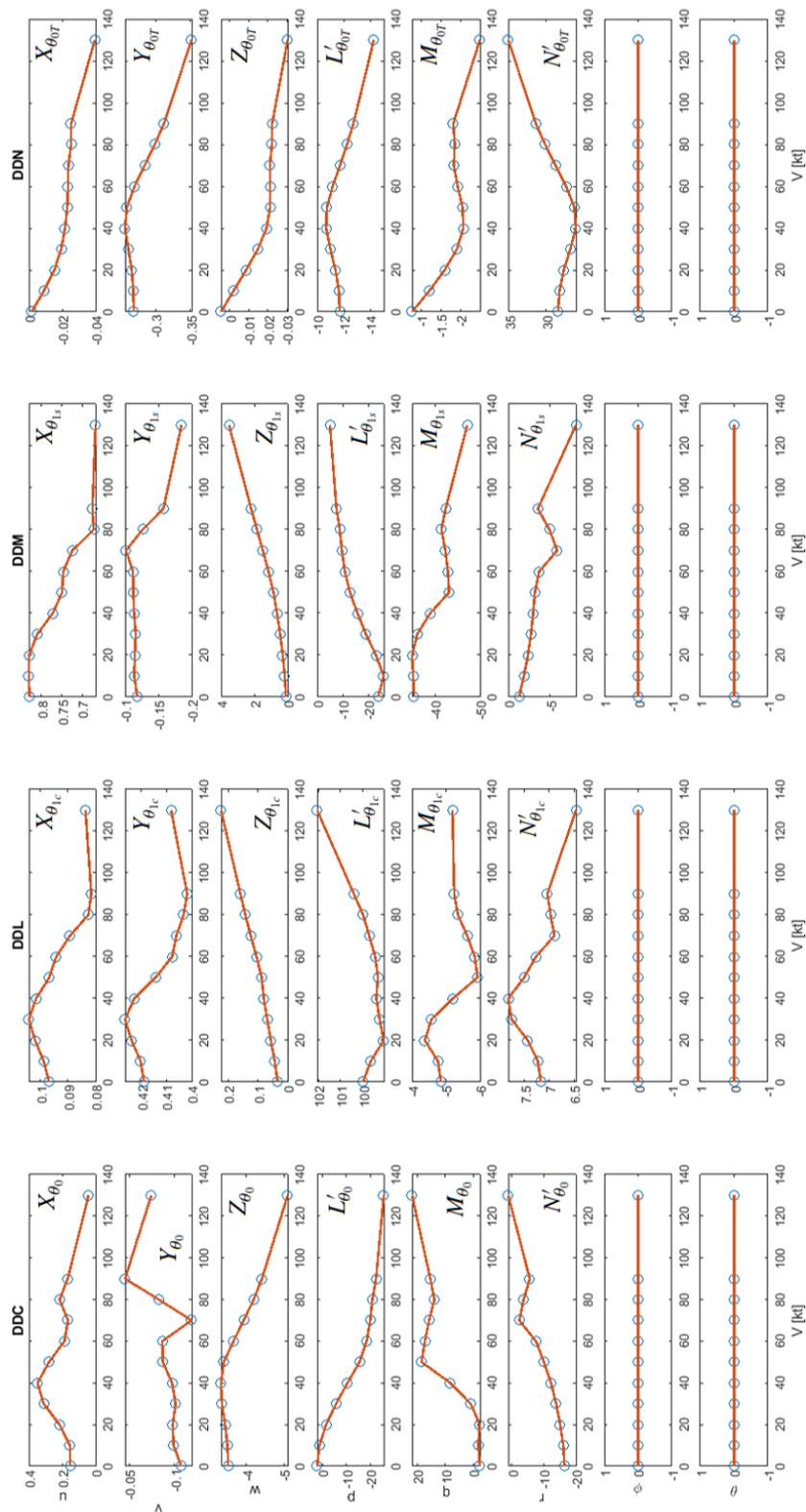


FIGURA 4.2 – Comparação entre os elementos normalizados das matrizes B para todas as condições de voo. Os valores de cada condição de voo estão marcado com circunferências. Cada retângulo contendo um gráfico está posicionado na posição correspondente da matriz B.

No modelo utilizado as derivadas M_v e L_u estão entre os valores maiores na matriz A

para baixa velocidade, comparativamente. Essas derivadas se aproximam de zeros conforme aumenta-se a velocidade da condição de voo considerada, como pode ser observado em 4.1. No caso em estudo, para o pairado, o valor da derivada L_u é maior do que M_u contrariamente ao que seria esperado para a resposta da aeronave. Pois uma perturbação em u positivo causa um aumento da força de sustentação na pá que avança e uma diminuição da sustentação na pá que recua, causando uma resposta direta 90 graus defasada, ou seja, causando um aumento na taxa de arfagem, elevando o nariz da aeronave. No modelo utilizado o efeito em rolamento é maior do que o efeito em arfagem para baixas velocidades, indicando que há um efeito acoplado similar ao acoplamento de comando em cíclico longitudinal abordado em 2.3.5. Dessa forma é esperado um valor comparativamente significativo na derivada $L_{\theta_{1s}}$. De fato, o valor de $L_{\theta_{1s}}$ é metade do valor para um comando direto $M_{\theta_{1s}}$, ou seja é esperado uma resposta comparativamente relevante em rolamento em comparação a taxa de arfagem para uma entrada degrau em cíclico longitudinal. Esse comportamento é também resultado da elevada razão entre os momentos de inércia no eixo arfagem e no eixo de rolamento que no modelo em estudo é da ordem de 4, ou seja a inércia em arfagem é 4 vezes maior do que o valor de rolamento, como é de se esperar para uma distribuição de massa em um helicóptero convencional. Esse tipo de comportamento é comum em aeronaves que apresentam número de rigidez (*stiffness number*), S_β , próximo de 0.3, conforme explicado em 2.3.5 ao se tratar de derivadas de controle, tal efeito é uma das justificativas para a inserção de *mixer* nos comandos, de forma a deixar a resposta da aeronave mais direta.

4.1.0.2 Derivadas de estabilidade e controle

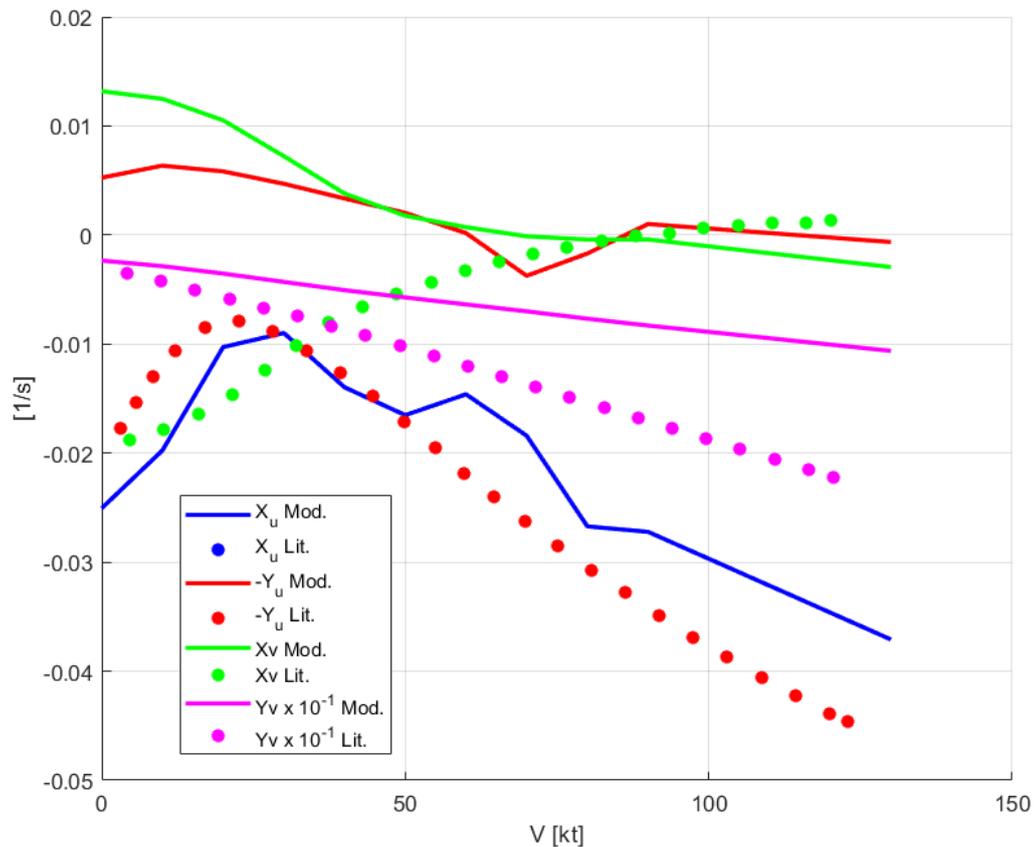


FIGURA 4.3 – Sobreposição das derivadas X_v , Y_u , Y_v e X_u do modelo utilizado com as obtidas de um modelo do Helicóptero Lynx, [Padfield 2011]

Na Figura 4.3, observa-se que os valores das derivadas são condizentes com valores encontrados na literatura, com a exceção do sinal das derivadas acopladas (X_v e Y_u) que apresentam sinais trocados. Essa diferença de sinal pode ser justificada pelo sentido de rotação do rotor principal. A aeronave Lynx é de fabricação inglesa e possui sentido de rotação horário para um observador acima do helicóptero. Logo, para que ocorra a inversão de sinal nas derivadas, o modelo deve apresentar o sentido de rotação anti-horário.

Na Figura 4.4 as derivadas M_u e M_w são comparadas com valores da literatura, apesar de a ordem de grandeza dos valores ser próxima. Observa-se uma inversão dos sinais das derivadas do modelo utilizado. Assim, em 50 kt, a aeronave se torna estável em ângulo de ataque, $M_w < 0$, e instável em velocidade, $M_u < 0$, comportamento contrário do que se observa nos modelos do Lynx e do Puma.

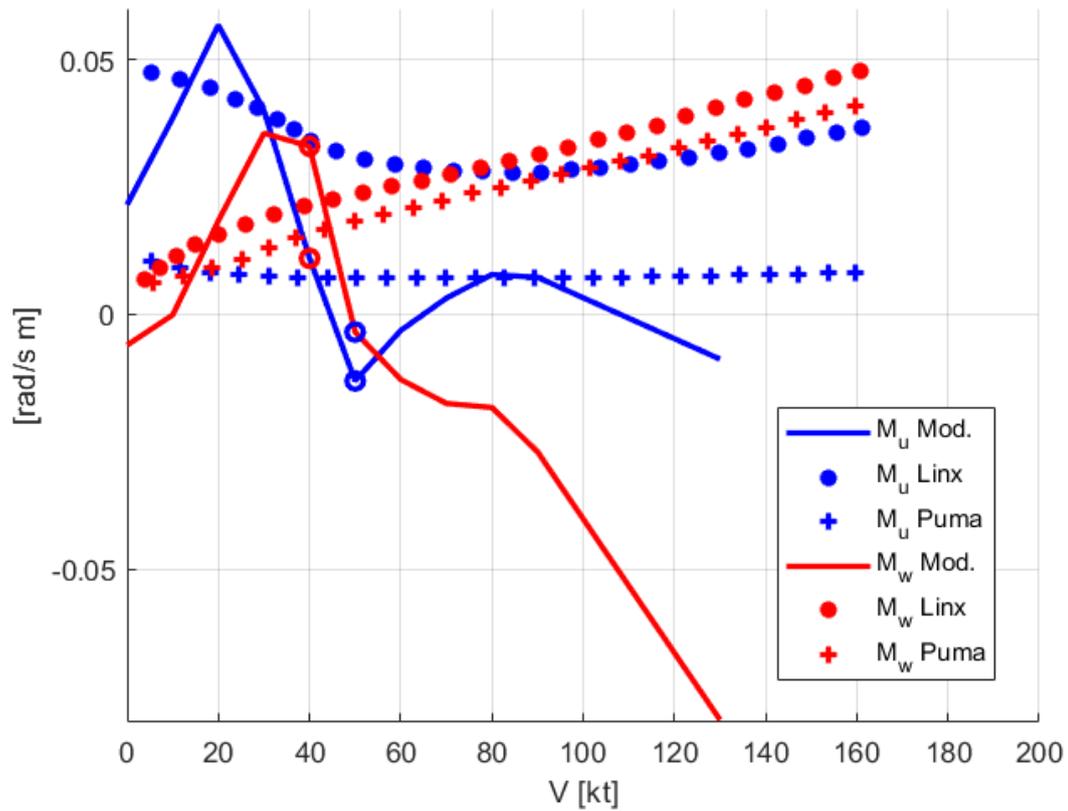


FIGURA 4.4 – Sobreposição das derivadas M_u , M_w do modelo utilizado com a referência [Padfield 2011]. Estão marcados os valores correspondentes as condições de voo com 40 kts (vermelho) e 50 kts (Azul), onde há mudança das características de estabilidade do modelo.

Outro par de derivadas importantes para as características de estabilidade da aeronave são N_v e L_v , a variação dos seus valores conforme a condições de voo está apresentado na Figura 4.5.

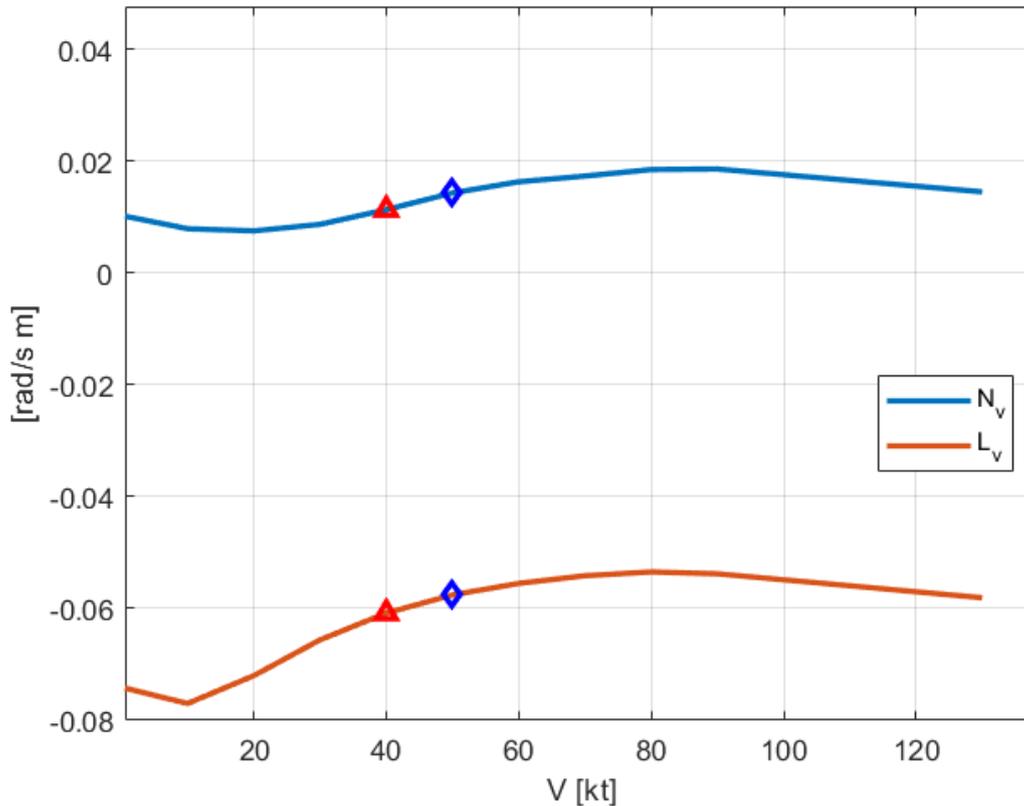


FIGURA 4.5 – Valores das derivadas N_v e L_v do modelo utilizado. Estão marcadas os valores correspondentes as condições de voo com 40 kts (vermelho) e 50 kts (Azul), onde há mudança das características de estabilidade do modelo.

4.1.0.3 Caracterização dos Modos do Modelo

Começando a análise do LGR pela condição de voo pairado, Figura 4.6. Para identificação dos modos foi usada a análise dos autovetores com base nas características mostradas na seção 2.4.1. Também foi usado a comparação dos modos obtidos com os modos desacoplados resultantes da separação dos estados longitudinais (u, w, q, θ) e látero-direcionais (v, p, r, ϕ). Nessa comparação, não foi usada a teoria do acoplamento fraco, onde os modos são determinados por um conjunto disjunto de variáveis de estado, de forma que dois modos diferentes não são dependentes de um mesmo estado.

Para identificação dos modos, também foi analisado qual entrada possui maior influência na dinâmica considerada, analisando o produto $\omega_i^T \cdot B$, onde ω_i é o autovetor a direita de A^T (equação 2.31), correspondente ao modo analisado.

Para facilitar a visualização da contribuição de cada estado nos autovetores, os valores de cada estado foram normalizados pelo maior valor do módulo e multiplicados por 100, da mesma forma como foi feito com as matrizes de estado e de controle.

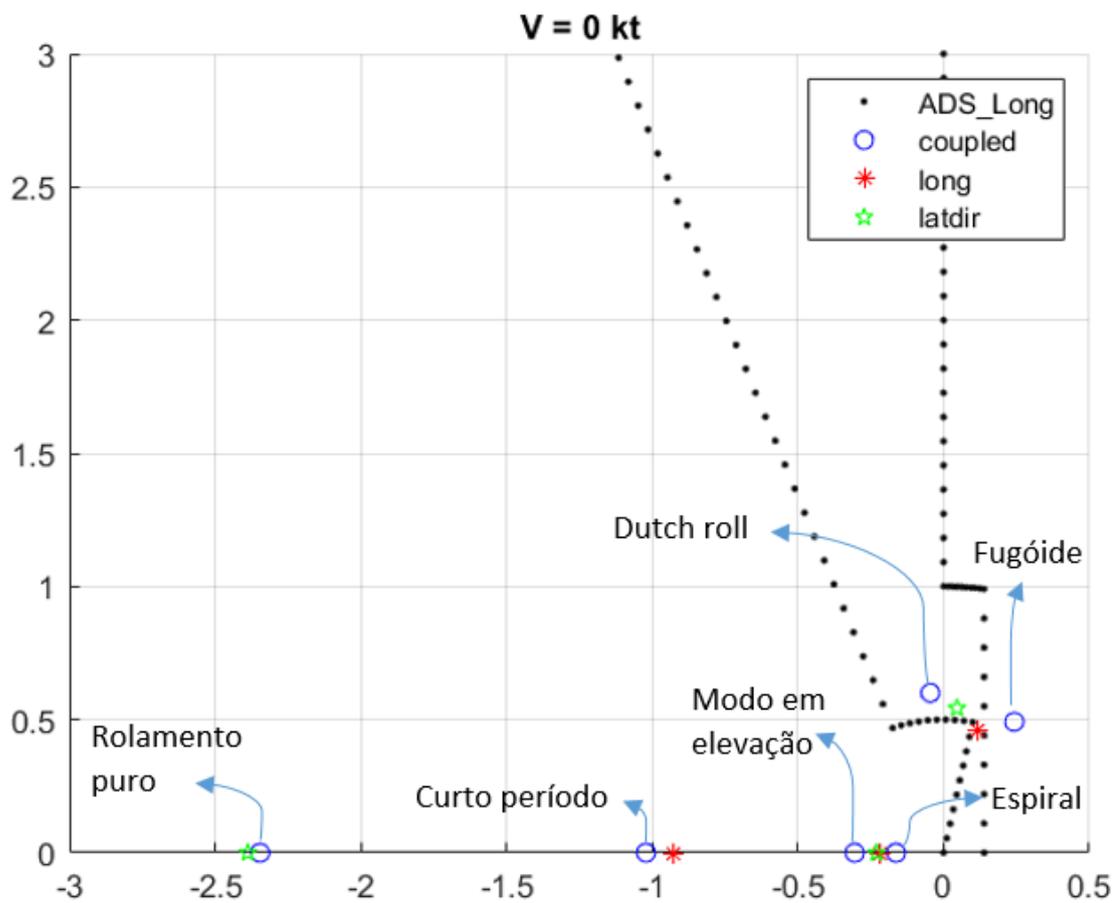


FIGURA 4.6 – Lugar geométrico das raízes para a condição de voo pairado. Foram obtidos também os modos usando apenas as variáveis látero-direcionais e longitudinais para facilitar a identificação dos modos.

Os autovalores e os autovetores obtidos para essas condições estão mostrados na tabela 4.1.

TABELA 4.1 – Valores dos autovalores e autovetores da matriz de estados para a condição de voo pairado.

Autovalores	-2.3456	-1.0215	0.24242±0.49163i		
Autovetores	u [m/s]	-0.4553	-18.0711	14.284-26.5975i	30.1904/-61.7624
	v [m/s]	3.252	9.5314	17.8144+24.0644i	29.9408/53.4882
	w [m/s]	-0.23352	-1.7564	-0.34191-2.133i	2.1602/-99.1067
	p [deg/s]	100	59.337	-55.5653+0.713401i	55.5698/179.2644
	q [deg/s]	6.4473	100	-22.4395-48.8258i	53.7354/-114.6827
	r [deg/s]	4.7696	-9.2391	33.6473+7.51416i	34.4762/12.5888
	ϕ [deg]	-42.7376	-57.9126	-42.037+89.1474i	98.5615/115.246
	θ [deg]	-2.6337	-98.2443	-100	100/180
Autovalores	-0.16382	-0.30544	-0.045837±0.60022i		
Autovetores	u [m/s]	-0.82611	5.8411	17.0464+3.14921i	17.3348/10.467
	v [m/s]	2.5137	-1.2683	-1.30931+28.4275i	28.4577/92.6371
	w [m/s]	-24.2957	16.3669	0.71835-0.48943i	0.86924/-34.2677
	p [deg/s]	-4.3163	-5.1538	-2.89269-60.3092i	60.3785/-92.7461
	q [deg/s]	5.683	2.0723	34.8195+2.15863i	34.8863/3.5475
	r [deg/s]	100	100	-37.344+5.90417i	37.8079/171.0158
	ϕ [deg]	-2.8681	1.2345	100	100/0
	θ [deg]	-1.3285	11.0911	-7.69224+60.7326i	61.2178/97.2185

O autovalor em -2.3456 é identificado como o modo de rolamento puro, modo não oscilatório, com autovalor relacionado com a derivada de estabilidade L_p . Nessa condição de voo, $L_p = -2.2548$, diferindo apenas 4% em relação ao autovalor. De fato, a predominância do estado em taxa de rolamento é observável no autovetor correspondente.

Analisando a entrada que possui mais influência no modo usando $\omega_i^T \cdot B$, obtém-se 4.1. A entrada mais relevante é em cíclico lateral, condizente com o esperado para o modo de rolamento puro.

$$\omega_i^T \cdot B = \begin{bmatrix} 6.9941 & 178.5783 & -16.4154 & -21.0799 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

O modo em -1.0215 apresenta autovalor relacionado a derivada M_q , no caso, $M_q = -0.6725$. É caracterizado pelo autovetor com predominância no estado em taxa de arfagem.

Analisando a entrada que possui mais influência no modo usando $\omega_i^T \cdot B$, obtém-se 4.2. A entrada mais relevante é em cíclico longitudinal, condizente com o esperado para um

modo em taxa de arfagem.

$$\omega_i^T \cdot B = \begin{bmatrix} 11.5633 & 37.9934 & 75.4577 & -3.0396 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

O modo instável é a fugóide, como esperado. Possui razões $\frac{|u|}{|v|} = 1.0083 \approx \frac{|q|}{|p|} = 1.0341$. O estado θ é predominante. Possui período de $T = \frac{2\pi}{w_n} = \frac{2\pi}{w_n} = \frac{2\pi}{0.5482} = 11.5s$ e tempo para dobrar de amplitude de $t_{double} = \frac{\ln(2)}{\text{Re}(\lambda_j)} = 2.9s$.

Analisando a entrada que possui mais influência no modo, obtém-se 4.3. A entrada mais relevante é em cíclico longitudinal, condizente com o esperado para um modo melhor caracterizado pelos estados longitudinais. No entanto, mesmo o comando de cíclico longitudinal sendo o mais relevante, observa-se que o comando cíclico lateral possui influência também relevante, evidenciando o acoplamento do modo.

$$|\omega_i^T \cdot B| = \begin{bmatrix} 3.0673 & 32.7346 & 36.3750 & 1.7154 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

O outro modo oscilatório é o Duch-roll, possui frequência próxima da fugóide: $\omega_{sDR} = 0.6020 \approx 0.5482 = \omega_{sF}$. A razão $\frac{|r|}{|p|} = 0.5$ sugerindo que a derivada N_v na aeronave não é tão expressiva nas condições de voo pairado. Esse valor tende a aumentar com a velocidade a frente (figura 4.1), sugerindo que essa característica é influenciada pela efetividade da deriva vertical.

Analisando a entrada que possui mais influência no modo, obtém-se 4.4. A entrada mais relevante é em cíclico lateral, condizente com o esperado para um modo melhor caracterizado pelos estados laterais, razão $\frac{|r|}{|p|} = 0.5$. Assim como no modo da fugóide, é influenciado de forma relevante pelo comando cíclico longitudinal, novamente evidenciando o acoplamento entre os estados.

$$|\omega_i^T \cdot B| = \begin{bmatrix} 2.3098 & 40.5767 & 29.0736 & 6.9968 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Os dois últimos modos são mais difíceis de identificar, pois apresentam comportamento muito similar e as aproximações encontradas na literatura não retratam de forma fiel o comportamento do modelo. O critério utilizado para diferenciar os modos foi a influência das entradas de comando.

O autovalor em -0.164 é relativo ao modo espiral, possui relação com o amortecimento dado pela derivada de estabilidade $N_r = -0.2485$ e valor próximo da aproximação dada pela eq. 2.48, $\lambda_s = -0.2376$ (valor próximo do obtido usando apenas os modos látero-direcionais na figura 4.6, $-0,2302$). Possui estado r mais representativo no autovetor, seguidos pelos estados w , q e p , variáveis que apresentam variação em uma condição de

curva, similar ao comportamento dinâmico da espiral. Normalmente é o modo mais lento.

A principal diferença entre os dois polos próximos da origem é a influência das entradas. Analisando $\omega_i^T \cdot B$, obtém-se 4.5. A entrada mais relevante é em pedal, como o modo espiral é predominante em guinada, esse tipo de resposta aos controles é condizente.

$$|\omega_i^T \cdot B| = \begin{bmatrix} 4.0385 & 6.3261 & 10.3618 & 19.8592 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

O autovalor em -0.30544 é relativo ao modo de deslocamento vertical, possui relação com o amortecimento dado pela derivada de estabilidade $Z_w = -0.2188$ (valor próximo do obtido usando apenas os modos longitudinais na Figura 4.6, -0,2189). Possui estado r mais representativo no autovetor, esse comportamento é similar ao acoplamento de comandos entre coletivo e pedal, um aumento em w gera um aumento no ângulo de ataque das pás, aumentando o momento transferido do rotor para a fuselagem o que, por sua vez, gera uma taxa de guinada. Os outros estados relevantes são longitudinais: w, θ e u.

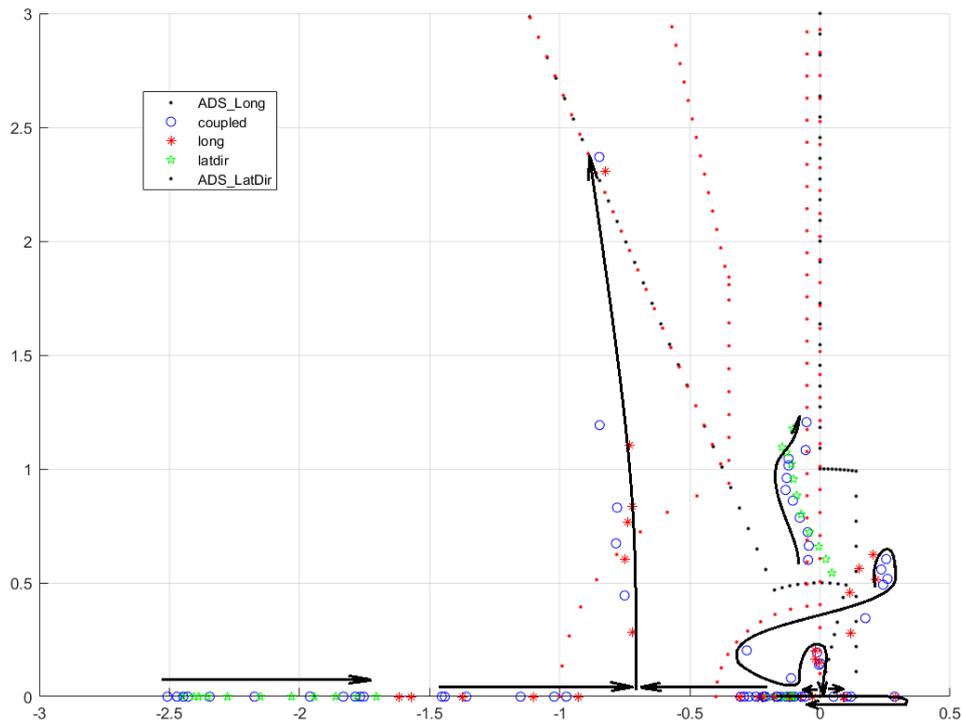


FIGURA 4.7 – Lugar geométrico das raízes para todas as condições de voo. Foram obtidos também os modos usando apenas as variáveis látero-direcionais e longitudinais para facilitar a identificação dos modos. O deslocamento dos polos com o aumento da velocidade está indicado pelas setas.

Da mesma forma feita para os outros modos, analisando $\omega_i^T \cdot B$, obtém-se 4.6. A entrada

mais relevante é em comando coletivo, o que é esperado para um modo relacionado ao movimento vertical.

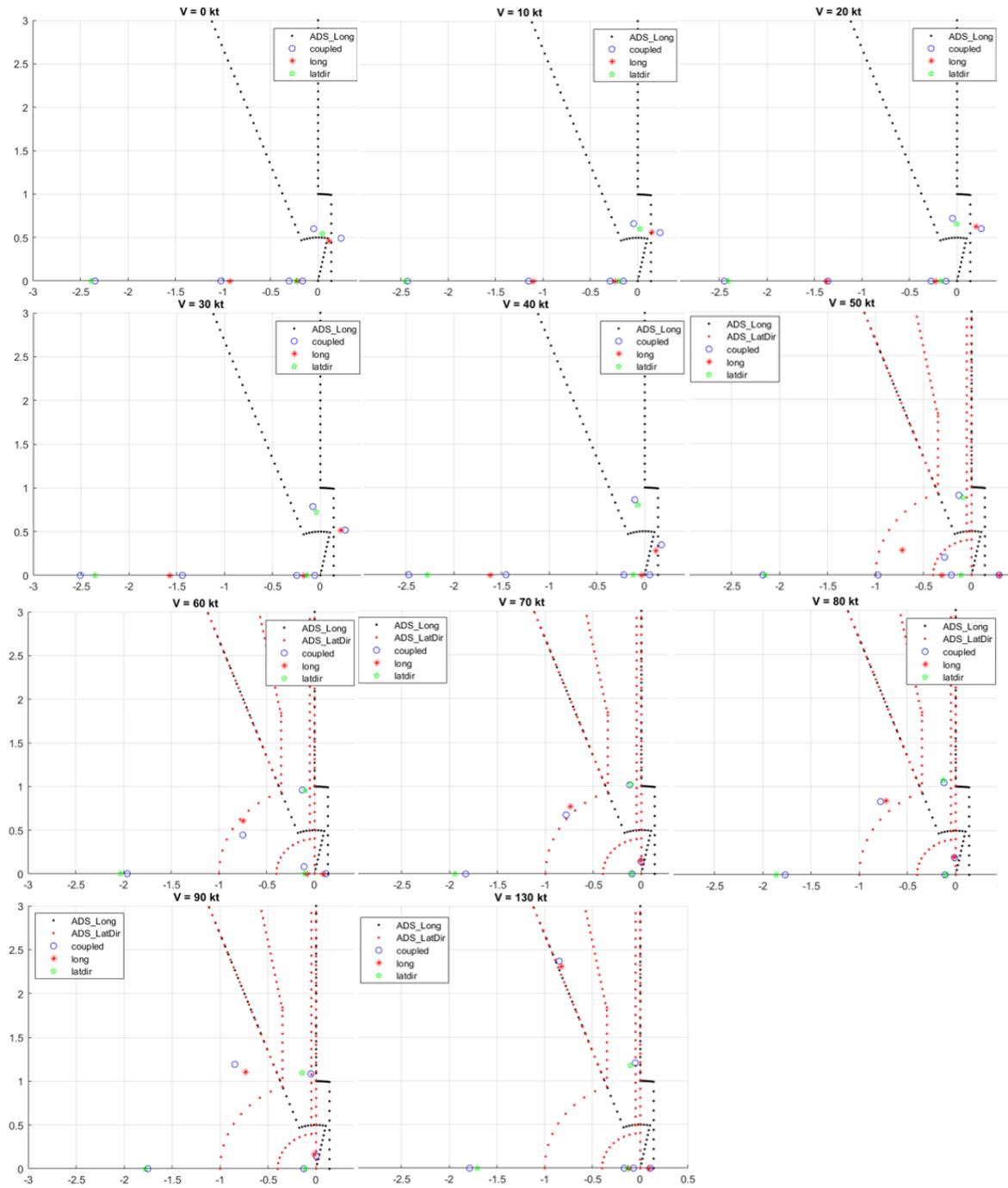


FIGURA 4.8 – Lugar geométrico das raízes para todas as condições de voo. Foram obtidos também os modos usando apenas as variáveis látero-direcionais e longitudinais para facilitar a identificação dos modos.

$$|\omega_i^T . B| = \begin{bmatrix} -34.7848 & 11.4625 & -15.8423 & 30.2316 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Nas Figuras 4.7 e 4.8 são mostrados os modos para todas as condições de voo, juntos

em uma mesma figura e separadamente, respectivamente.

As mesmas considerações feitas para o modo de voo pairado foram feitas para as outras condições de voo. Algumas mudanças de comportamento acontecem com o aumento da velocidade a frente. Essas mudanças serão analisadas individualmente.

Na condição $V = 50$ kt, o modo instável oscilatório torna-se estável, mas surge um modo não oscilatório divergente. Observa-se também um descasamento considerável entre os modos acoplados e desacoplados. Essa última observação é consequência do aumento do acoplamento dos modos com o aumento da velocidade. Analisando os autovetores, obtém-se a tabela 4.2.

TABELA 4.2 – Valores dos autovalores e autovetores da matriz de estados para a condição de voo com 50kt.

	Autovalores	-2.1729	-0.97477	-0.28192±0.20297i	
Autovetores	u [m/s]	0.34109	11.0021	-27.946+8.91294i	29.3329/162.3107
	v [m/s]	-5.0116	-40.7968	34.7288+25.2197i	42.9199/35.9867
	w [m/s]	-0.95584	75.5272	-20.8287-40.1399i	45.2222/-117.4249
	p [deg/s]	-100	-91.762	-34.7456+20.5161i	40.3505/149.4396
	q [deg/s]	-0.60385	-86.709	2.45247-20.1805i	20.329/-83.071
	r [deg/s]	-15.2627	-54.4684	64.2144-1.78192i	64.2391/-1.5895
	ϕ [deg]	46.7373	100	100	100/0
	θ [deg]	0.15122	87.9319	-36.9075+44.8853i	58.1108/129.4292
	Autovalores	0.28673	-0.21015	-0.1326±0.90759i	
Autovetores	u [m/s]	43.409	-7.8768	1.9695+5.0858i	5.4538/68.8307
	v [m/s]	0.22368	6.0071	22.7544-49.9344i	54.8744/-65.5019
	w [m/s]	-19.0506	7.7251	9.9319+1.1367i	9.9968/6.5292
	p [deg/s]	24.6301	-24.9196	-7.10242+95.4007i	95.6647/94.2577
	q [deg/s]	-20.7726	2.4029	4.08455+26.1056i	26.4232/81.1074
	r [deg/s]	40.0125	38.2371	-60.451-45.9815i	75.9515/-142.7419
	ϕ [deg]	100	100	100	100/0
	θ [deg]	-74.9514	-8.1522	28.2367-9.826i	29.8975/-19.18722

Para essa condição de voo, o modo em -2,1729 é o modo de rolamento puro, apresenta autovalor próximo da derivada $L_p = -1,9758$. Seu autovetor possui estado p predominante e o controle mais efetivo em excitar o modo é o cíclico lateral, conforme 4.7.

$$|\omega_i^T \cdot B| = \begin{bmatrix} 75.4150 & 213.5719 & 36.0918 & 0.5005 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

O modo em -0,9747 é o modo em arfagem ou período curto e apresenta autovalor

próximo de $M_q = -0,9976$. Com o aumento da velocidade, os acoplamentos aumentam e como resultado os estados dominantes nesse modo passam a ser ϕ e p . Mesmo assim, o comando mais relevante ainda é o cíclico longitudinal, conforme 4.8.

$$|\omega_i^T . B| = \begin{bmatrix} 69.4402 & 41.9026 & 160.4281 & 10.0952 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

O modo oscilatório em $-0.2819 \pm 0.2030i$ é a fugóide que passou a ser estável nessa condição de voo. A caracterização do modo foi feita de forma semelhante a condição 0kt. Possui razões $\frac{|u|}{|v|} = 0.7 \approx \frac{|q|}{|p|} = 0.5$. Apresenta grande acoplamento entre os estados, sendo o estado ϕ predominante, seguido dos estados r e θ . Possui período de $T = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{0.34738} = 18.09s$ e tempo para diminuir a amplitude pela metade é de $t_{double} = -\frac{\ln(2)}{\text{Re}(\lambda_j)} = 2.45s$. O controle com maior influência sobre o modo é cíclico longitudinal.

A explicação para o comportamento que deixa de ser instáveis com o aumento da velocidade pode ser visto na Figura 4.9. Com o aumento da velocidade o estabilizador horizontal aumenta a sua participação na derivada M_u , essa variação é observada na Figura ?? e corresponde ao deslocamento para a direita na Figura 4.9. No modelo em estudo essa derivada se torna negativa (estabilidade negativa em velocidade), levando a resposta à região de estabilidade oscilatória, isso é resultado de uma incidência positiva do estabilizador horizontal, o que origina um momento picador na aeronave com o aumento da pressão dinâmica na superfície devido ao aumento da velocidade a frente. A efetividade do estabilizador horizontal também influencia o valor de M_w , principal função do estabilizador horizontal, contribuindo com um momento picador o que deixa a derivada M_w com valor negativo, caracterizando uma estabilidade estática positiva em ângulo de ataque como apresentado na Figura 4.9.

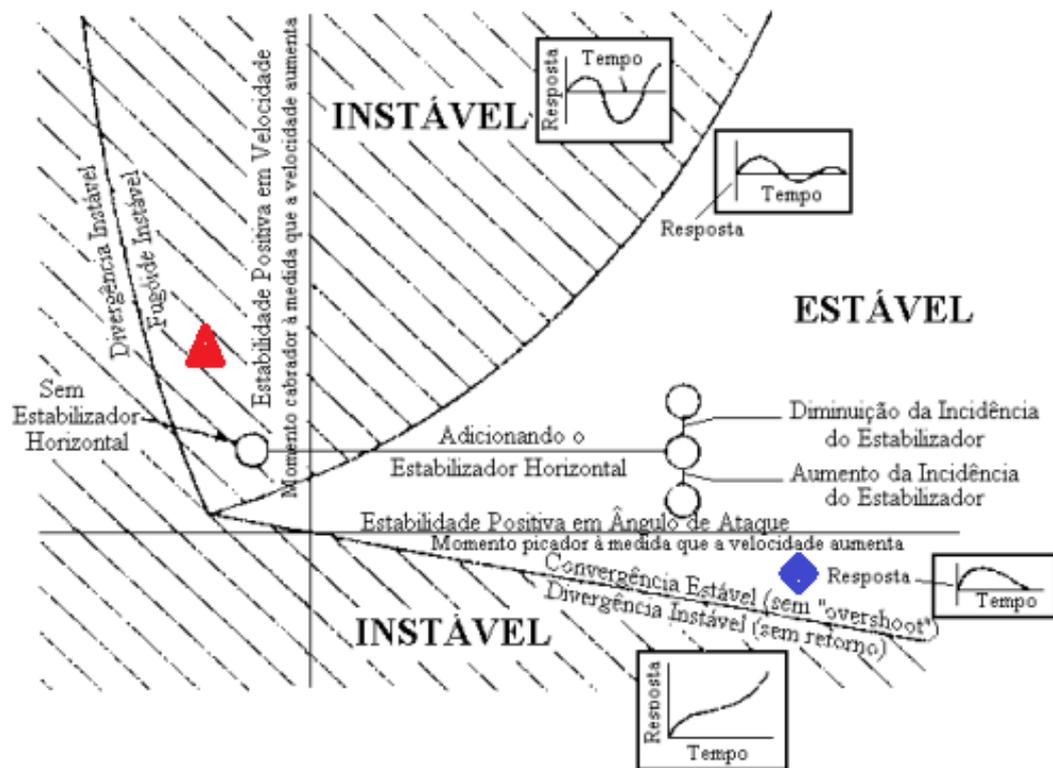


FIGURA 4.9 – Diagrama do comportamento resultante em estabilidade longitudinal em relação às derivadas de estabilidade em velocidade, M_u , e a estabilidade em ângulo de ataque, neste trabalho tratada como M_w , [Cruz 2005]. Estão marcadas os valores correspondentes às condições de voo com 40 kt (triângulo vermelho) e 50 kt (losango azul), onde há mudança das características de estabilidade do modelo, passando de uma condição instável oscilatória para uma condição estável também oscilatória.

O modo instável por sua vez é o modo espiral em 0,286. Esse modo já se apresentava como estável na condição de voo 40 kt. O efeito sobre esse modo se deve principalmente às derivadas N_v , efeito Girouette, e L_v , efeito diedro, com o aumento da velocidade essas derivadas se comportam conforme figura 4.5. É esperado uma maior estabilidade direcional (efeito Girouette) com o aumento da velocidade, pois a empenagem vertical se torna mais efetiva com o aumento da pressão dinâmica. Por outro lado, algum componente na aeronave provoca a diminuição do efeito diedro. Tendo em vista que o comportamento lateral é predominante no modelo, deixando o modo *dutch roll* mais expressivo, alguma estrutura aerodinâmica pode ter sido usada abaixo do CG da aeronave de forma a melhorar a estabilidade em *dutch roll* e conseqüentemente piorou a estabilidade da espiral. A influência das derivadas citadas a cima no modo espiral pode ser observado na figura 4.10.

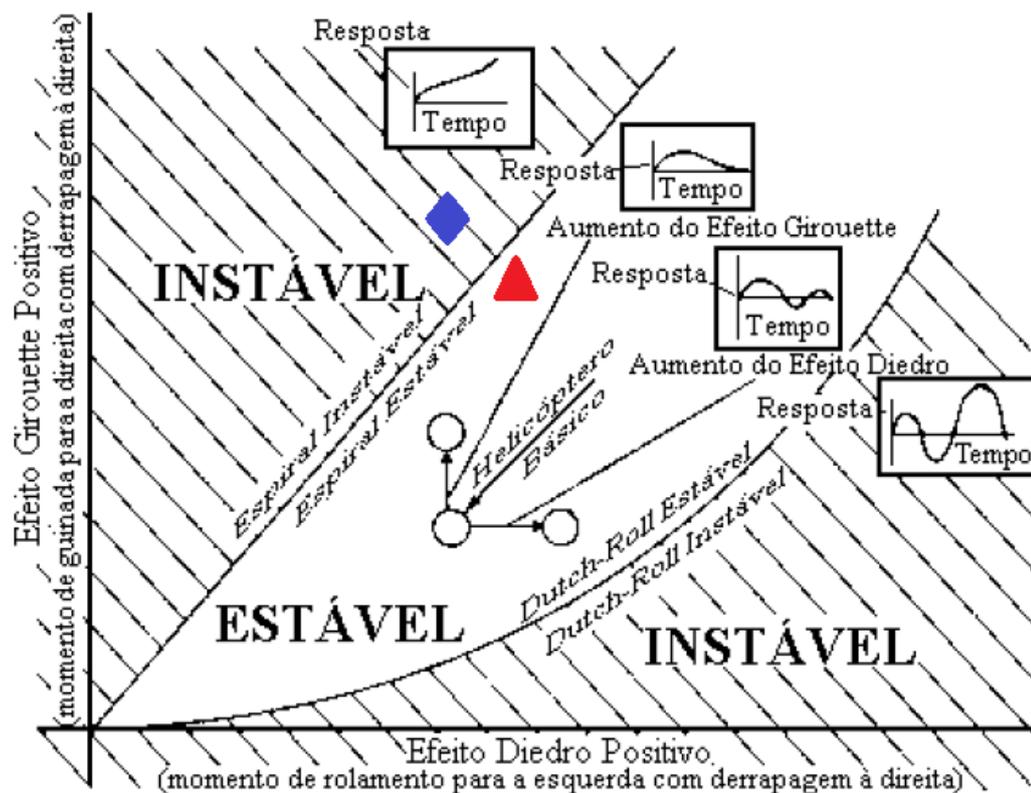


FIGURA 4.10 – Diagrama do comportamento resultante em estabilidade direcional em relação às derivadas de estabilidade direcional, N_v , e a estabilidade lateral, L_v , [Cruz 2005]. Estão marcadas os valores correspondentes às condições de voo com 40 kts (triângulo vermelho) e 50 kts (losango azul), onde há mudança das características de estabilidade do modelo, passando de uma condição instável oscilatória para uma condição estável também oscilatória.

O modo em $-0.1326 \pm 0.90759i$ é o modo *dutch roll*. Apresenta boa aderência com o modo obtido usando o desacoplamento dos estados. É característica desse modo o aumento da frequência com a velocidade, passando a apresentar um período de 6,8 s nesta condição. É mais influenciado pelo comando de cíclico lateral, mas a influência do comando de pedal aumenta com a velocidade. Esse último efeito é visto de forma clara na alocação dos polos do modelo em malha fechada.

O último modo, em $-0,2102$, é o modo em deslocamento vertical. Na verdade, o aumento do acoplamento entre os estados torna difícil a caracterização desse modo com um dos modos clássicos. Aqui foi mantida a classificação usada na condição de voo pairado.

Para a condição de voo em 60 kt, os modos em arfagem e elevação se tornam oscilatórios tomando a forma do modo de curto período. Nessa condição, o modo ainda é lento com período de 7,20 s, mas bastante amortecido com tempo para diminuir à metade da amplitude dado por 0,92s. Os estados predominantes são θ , w e q . O controle mais efetivo

é o comando de cíclico longitudinal.

A partir da condição com 60 kt até a condição com 90kt, os modos da aeronave se apresentam como os modos clássicos: fugóide, curto período, *dutch roll*, espiral e rolamento puro.

Na condição de 130 kt, a derivada M_w diminui consideravelmente de valor, figura ??, levando o modo da fugóide para uma condição não oscilatória, região inferior direita da figura 4.9. Surgem dois modos não oscilatórios com comportamento similar ao modo de arfagem e o de elevação. Esse modos são influenciados principalmente pelo comando de cíclico longitudinal.

Os valores comparativos dos estados nos autovetores, a influência de cada controle, o período e o tempos de diminuir a amplitude pela metade de cada modo por condição de voo estão apresentados no anexo B.

Função de transferência em malha aberta

Aqui serão mostradas as funções de transferências em malha aberta para a condição de voo pairado. Essa condição apresenta maior instabilidade e acoplamentos e foi ponto de partida para os projetos dos controladores. Para o cálculo da função de transferência para um par entrada-saída foi usada a equação $G = C(i, :). (s.I - A)^{-1} .B(:, j)$ na qual a matriz C é composta pela linha i referente a saída e a matriz B é formada pela coluna j correspondente à entrada.

A função de transferência do comando cíclico lateral para taxa de rolamento é dada pela eq. 4.9.

$$G(s) = \frac{P}{DDL} = \frac{4.6928(s+0.8886)(s+0.2475)(s-0.1418)(s^2+0.3563s+0.04407)(s^2-0.205s+0.1989)}{(s+2.346)(s+1.021)(s+0.3054)(s+0.1638)(s^2-0.4848s+0.3005)(s^2+0.09167s+0.3624)} \quad (4.9)$$

Os polos e zeros são listados na tabela 4.3. Como o valor da constante da função de transferência na forma ganho-polos-zeros (sensibilidade de ganho estático) é positiva é esperado um ganho positivo para fechar essa malha. De fato, para uma perturbação positiva em p (rolamento para direita) é necessário um movimento do comando para a esquerda, < 0 . Como $u = -k.q$, é necessário usar um ganho positivo para estabilizar a planta. Observa-se a presença de três zeros de fase não-mínima, representando que a resposta inicial do comando terá um sinal contrário a resposta final e que existem mecanismos físicos conflitantes ou mais de um caminho para obtenção de uma mesma saída. Também não há cancelamentos de polos e zeros, o que, juntamente com a possibilidade de duplicidade de obtenção da mesma resposta, indicam acoplamentos entre todos os modos da aeronave. Esse efeito já era esperada pelo estudo da dinâmica de voo de aeronaves rotativas e pelo caracterização dos modos pela da capacidade de excitação dos comandos, usando $|\omega_i^T .B|$,

pois, em todos os modos, todos os comandos excitam a dinâmica da aeronave (apesar de $|\omega_i^T \cdot B|$ apresentar elementos comparativamente pequenos, não há elementos nulos em nenhum caso). A presença de zeros no semi-plano direito também dificulta obtenção de ganho para o sistema de controle, uma vez que os polos de malha fechada tendem a ser atraídos para esses zeros e, conseqüentemente para o semi-plano direito [Stevens e Lewis 2013].

TABELA 4.3 – Tabela com os zeros e polos da função de transferência de comando cíclico lateral em taxa de rolamento.

Sensibilidade em ganho estático = 4.6928 %/graus	
Zeros	Polos
0.1418	0.2424 + 0.4916i
0.1025+0.4341i	0.2424 - 0.4916i
0.1025-0.4341i	-0.0458 + 0.6002i
-0.1782+0.1111i	-0.0458 - 0.6002i
-0.1782-0.1111i	-0.1638
-0.2475	-0.3054
-0.8886	-1.0215
	-2.3456

A função de transferência de comando cíclico lateral para ϕ está mostrada na figura 4.10. Seus polos e zeros estão mostrados na tabela 4.4. Apresenta polos e zeros próximos em $s = -0.1638$ (espiral) e $s = -0.3054$ (modo em elevação), indicando que esses modos não são muito influenciados pela realimentação em ϕ . Também apresenta três zeros no semi-plano direito.

$$G(s) = \frac{\phi}{DDL} = \frac{4.7082(s+0.888)(s+0.3012)(s+0.1727)(s-0.0112)(s^2-0.2043s+0.1987)}{(s+2.346)(s+1.021)(s+0.3054)(s+0.1638)(s^2-0.4848s+0.3005)(s^2+0.09167s+0.3624)} \quad (4.10)$$

TABELA 4.4 – Tabela com os zeros e polos da função de transferência de comando cíclico lateral em ϕ .

Sensibilidade em ganho estático = 4.7082	
Zeros	Polos
0.1022 + 0.4339i	0.2424 + 0.4916i
0.1022 - 0.4339i	0.2424 - 0.4916i
0.0112	-0.0458 + 0.6002i
-0.1727	-0.0458 - 0.6002i
-0.3012	-0.1638
-0.8880	-0.3054
	-1.0215
	-2.3456

Para o comando cíclico longitudinal em taxa de arfagem, a função de transferência é mostrada em 4.11. Observa-se a necessidade de um ganho de realimentação negativo em q . Fazendo uma análise parecida à feita anteriormente, uma perturbação em q positivo necessita de um comando cíclico coletivo para trás, < 0 , logo $k_q > 0$ para $u = -k_q \cdot q$. Nesse caso, estão presentes dois pares de zeros complexos de fase não-mínima. Existe dois pares de zeros e polos próximos, no polo em $s = -2.3456$ (rolamento puro) e em $s = -0.3054$ no modo de elevação, indicando que o comando cíclico longitudinal não influencia de forma significativa esses modos.

$$G(s) = \frac{q}{DDM} = \frac{-1.6619(s+2.32)(s+0.2072)(s+0.3254)(s^2-0.1404s+0.03548)(s^2-0.02125s+0.2547)}{(s+2.346)(s+1.021)(s+0.3054)(s+0.1638)(s^2-0.4848s+0.3005)(s^2+0.09167s+0.3624)} \quad (4.11)$$

TABELA 4.5 – Tabela com os zeros e polos da função de transferência de comando cíclico longitudinal em q .

Sensibilidade em ganho estático = -1.6619 [%/graus]	
Zeros	Polos
0.0702 + 0.1748i	0.2424 + 0.4916i
0.0702 - 0.1748i	0.2424 - 0.4916i
0.0106 + 0.5046i	-0.0458 + 0.6002i
0.0106 - 0.5046i	-0.0458 - 0.6002i
-0.2072	-0.1638
-0.3254	-0.3054
-2.3204	-1.0215
	-2.3456

Já a função de transferência de comando cíclico longitudinal em θ é dada por 4.12 e os zeros e polos correspondentes estão tabelados em 4.6. Há pares de zeros e polos próximos, mas os zeros no semi-plano direito continuam aparecendo.

$$G(s) = \frac{\theta}{DDM} = \frac{-1.6562(s+2.321)(s+0.2651)(s+0.1712)(s-0.02012)(s^2-0.04507s+0.2553)}{(s+2.346)(s+1.021)(s+0.3054)(s+0.1638)(s^2-0.4848s+0.3005)(s^2+0.09167s+0.3624)} \quad (4.12)$$

TABELA 4.6 – Tabela com os zeros e polos da função de transferência de comando cíclico longitudinal em θ .

Sensibilidade em ganho estático = -1.6562 [%/graus]	
Zeros	Polos
0.0225 + 0.5048i	0.2424 + 0.4916i
0.0225 - 0.5048i	0.2424 - 0.4916i
0.0201	-0.0458 + 0.6002i
-0.1712	-0.0458 - 0.6002i
-0.2651	-0.1638
-2.3214	-0.3054
	-1.0215
	-2.3456

Por fim, a função de transferência de comando em pedal em taxa de guinada, r , é dada por 4.13. A sensibilidade em ganho estático é positiva, indicando que a realimentação em pedal será também com ganho positivo, o que é confirmado por raciocínio análogo ao aplicado acima para os comandos cíclicos longitudinais e lateral. No comando de pedal, há vários pares de polos e zeros próximos, inclusive com os zeros de fase não-mínima, possibilitando um simplificação na função de transferência.

$$G(s) = \frac{r}{DDN} = \frac{1.3317(s+2.386)(s+1.024)(s+0.2209)(s^2-0.4784s+0.2973)(s^2+0.08718s+0.3399)}{(s+2.346)(s+1.021)(s+0.3054)(s+0.1638)(s^2-0.4848s+0.3005)(s^2+0.09167s+0.3624)} \approx \quad (4.13)$$

$$\frac{1.3317(s+0.2209)(s^2+0.08718s+0.3399)}{(s+0.3054)(s+0.1638)(s^2+0.09167s+0.3624)}$$

TABELA 4.7 – Tabela com os zeros e polos da função de transferência de comando de pedal em r.

Sensibilidade em ganho estático = 1.3317 [%/graus]	
Zeros	Polos
0.2392 + 0.4899i	0.2424 + 0.4916i
0.2392 - 0.4899i	0.2424 - 0.4916i
-0.0436 + 0.5814i	-0.0458 + 0.6002i
-0.0436 - 0.5814i	-0.0458 - 0.6002i
-0.2209	-0.1638
-1.0236	-0.3054
-2.3857	-1.0215
	-2.3456

4.1.0.4 Resposta aos controles

Para um comando degrau de +1% no cíclico longitudinal, obtém-se as respostas em todos os estados conforme Figuras 4.11 e 4.12. Na condição de voo pairado, a resposta ao degrau unitário em cíclico longitudinal possui um maior pico em ϕ do que em θ , apesar de a resposta direta ser um pouco mais rápida ($\approx 4s$ em comparação com $\approx 6s$ da resposta acoplada). Essa resposta melhora progressivamente até um comportamento mais direto a partir de 40 kt. Outro comportamento observado à baixas velocidades é a resposta em velocidade lateral que, em uma simulação de 10s, apresenta picos maiores do que em velocidade u. Observa-se um comportamento similar para os estados em resposta à um comando cíclico lateral, esse comportamento está apresentado no anexo C.

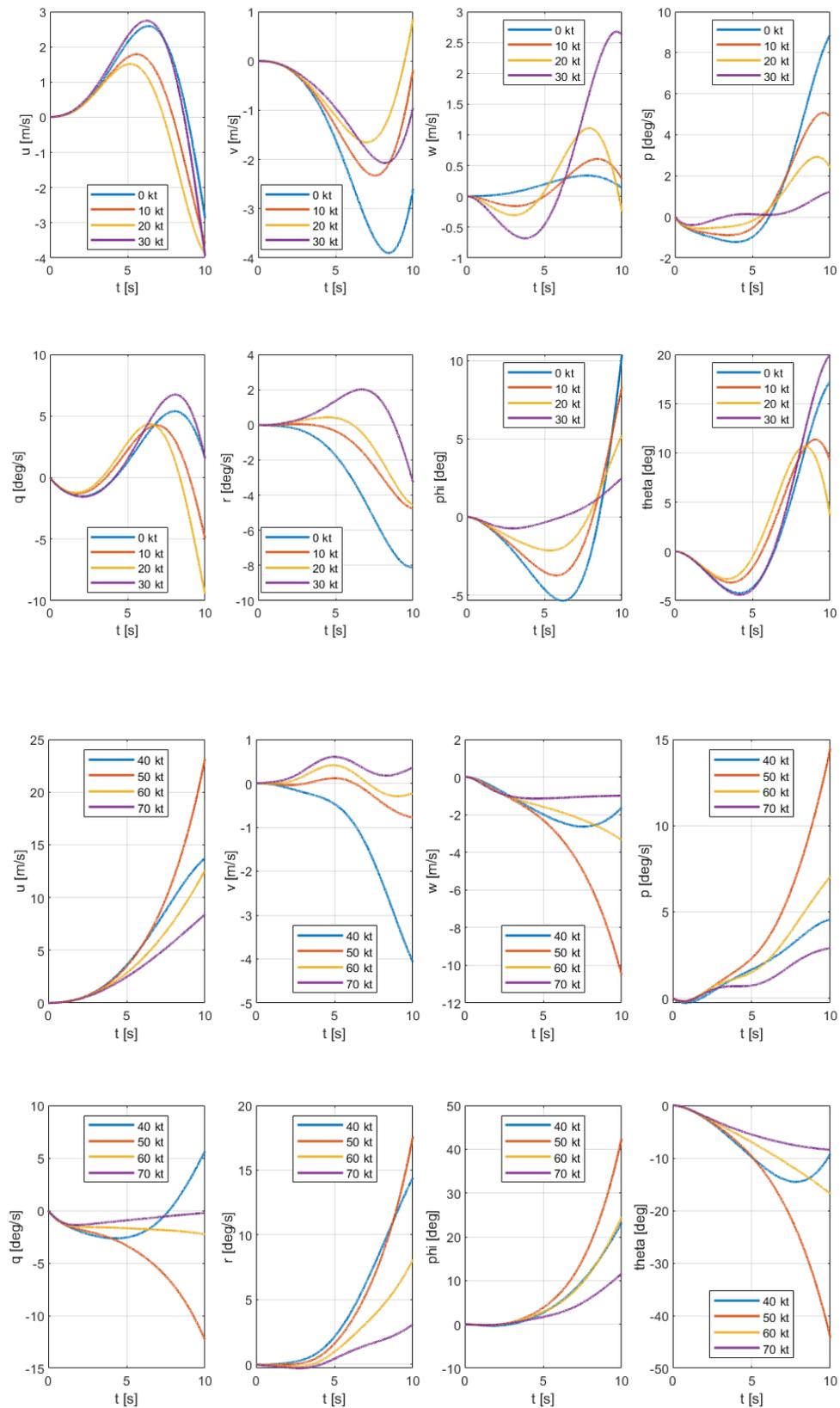


FIGURA 4.11 – Resposta ao degrau unitário em cíclico longitudinal para todos os estados do modelo. Condições de voo de 0 kt à 70kt.

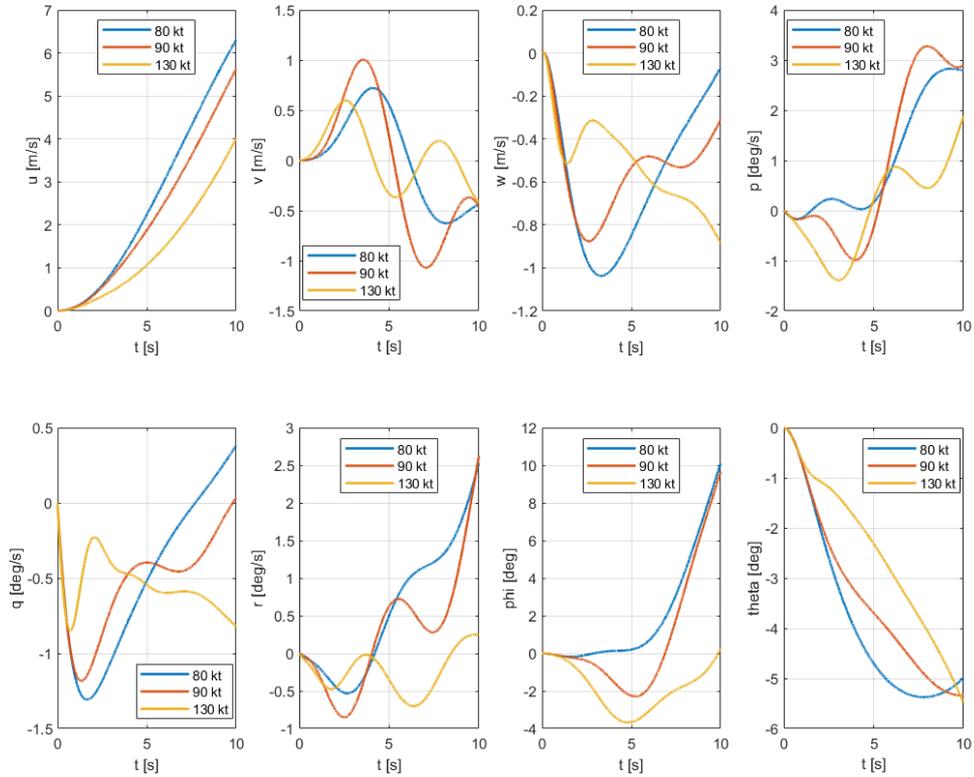


FIGURA 4.12 – Resposta ao degrau unitário em cíclico longitudinal para todos os estados do modelo. Condições de voo de 80 kt à 130kt.

Devido aos comportamentos acoplados na resposta geralmente é utilizado um misturador nos comandos, gerando uma resposta acoplada em comandos laterais e longitudinais para comandos puros. Assim se consegue obter uma resposta inicial melhor. Para inserir o misturador é usada uma rotação na forma da equação 4.14.

$$\begin{bmatrix} u_{lat}^{ef} \\ u_{long}^{ef} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_f & \sin \psi_f \\ -\sin \psi_f & \cos \psi_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{lat}^{pil} \\ u_{long}^{pil} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

A inserção do misturador ou *mixer* no sistema em espaço de estados é obtido diretamente da substituições de 4.14 na equação de estados. Dessa forma, obtém-se a nova matriz de entradas, conforme eq. 4.15

$$B = \begin{bmatrix} B(:, 1) & (B(:, 2) \cos \psi_f - B(:, 3) \sin \psi_f) & (B(:, 2) \sin \psi_f + B(:, 3) \cos \psi_f) & B(:, 4) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

A inserção do *mixer* se faz necessária, pois a resposta em batimento só é defasada em 90° com o rotor de articulação centrada. Para rotores com excentricidade, que deve ser

o caso, devido à resposta observada, esse valor é menor do que 90° . Para rotores do tipo *hingless* esse valor fica em torno de 75° e 80° . Considerando-se a massa de ar, a resposta máxima em batimento possui uma defasagem menor do que 90° e decrescente com o valor de amortecimento. Há também um aumento do amortecimento no comportamento geral da aeronave com o aumento da velocidade, o que provoca a variação da defasagem, ψ_f , com a velocidade a frente, sendo necessário obter o valor de ψ_f para cada condição de voo. Os valores de ψ_f variam geralmente entre 8° e 12° [Padfield 2011]. Esses valores são relativos a uma rotação em comando de passo. No modelo utilizado os comandos são em entradas no cíclico, fazendo que esses ângulos sejam um pouco diferentes em amplitude, $\psi_m \neq \psi_f$ (não há garantia de que os comandos laterais e longitudinais sejam transmitidos proporcionalmente) e com sinal contrário, a explicação dessa diferença está exposta nas figuras 4.13 e 4.14.

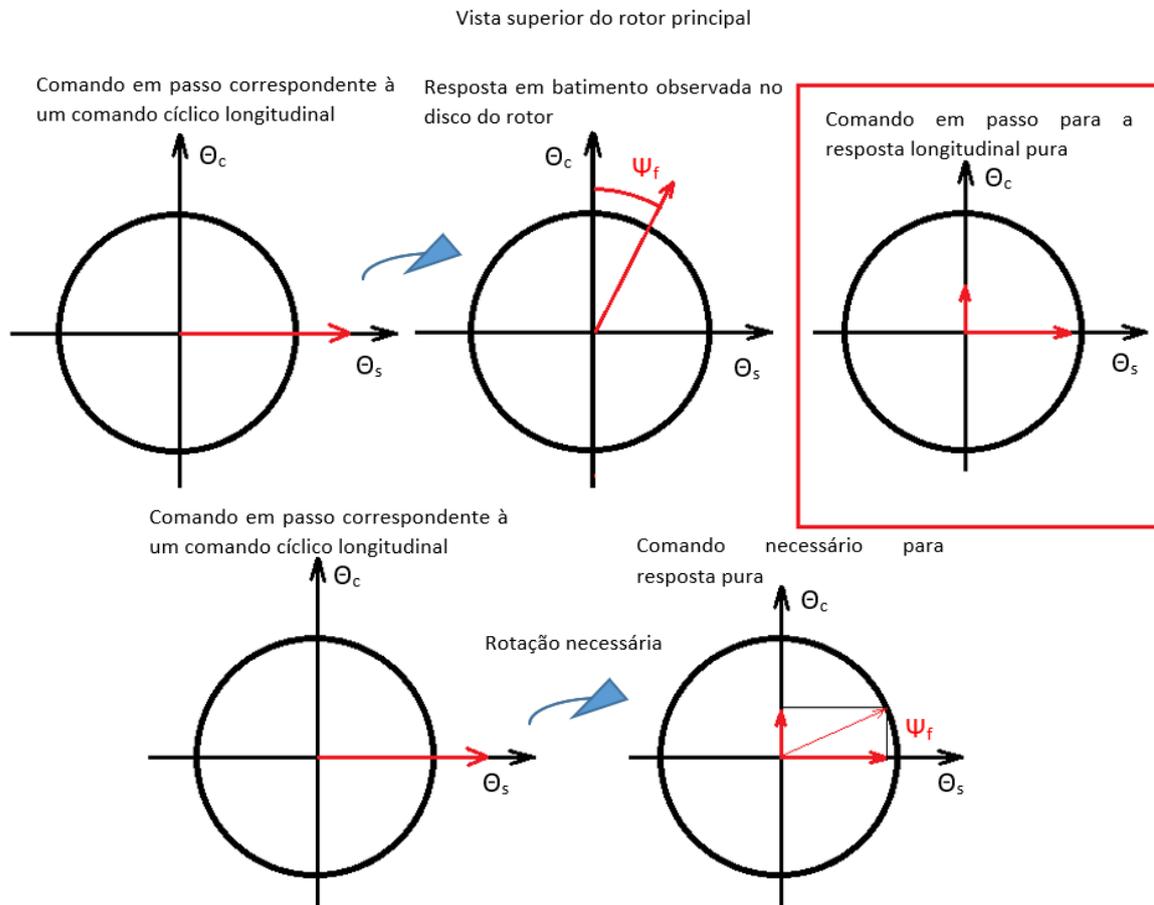


FIGURA 4.13 – Resposta de batimento após um comando de passo em η_s . A entrada em passo acoplada necessária para um comando longitudinal puro está destacada com a caixa vermelha. Nas duas circunferências inferiores, é mostrada a rotação necessária de comando de passo para obter a resposta direta.

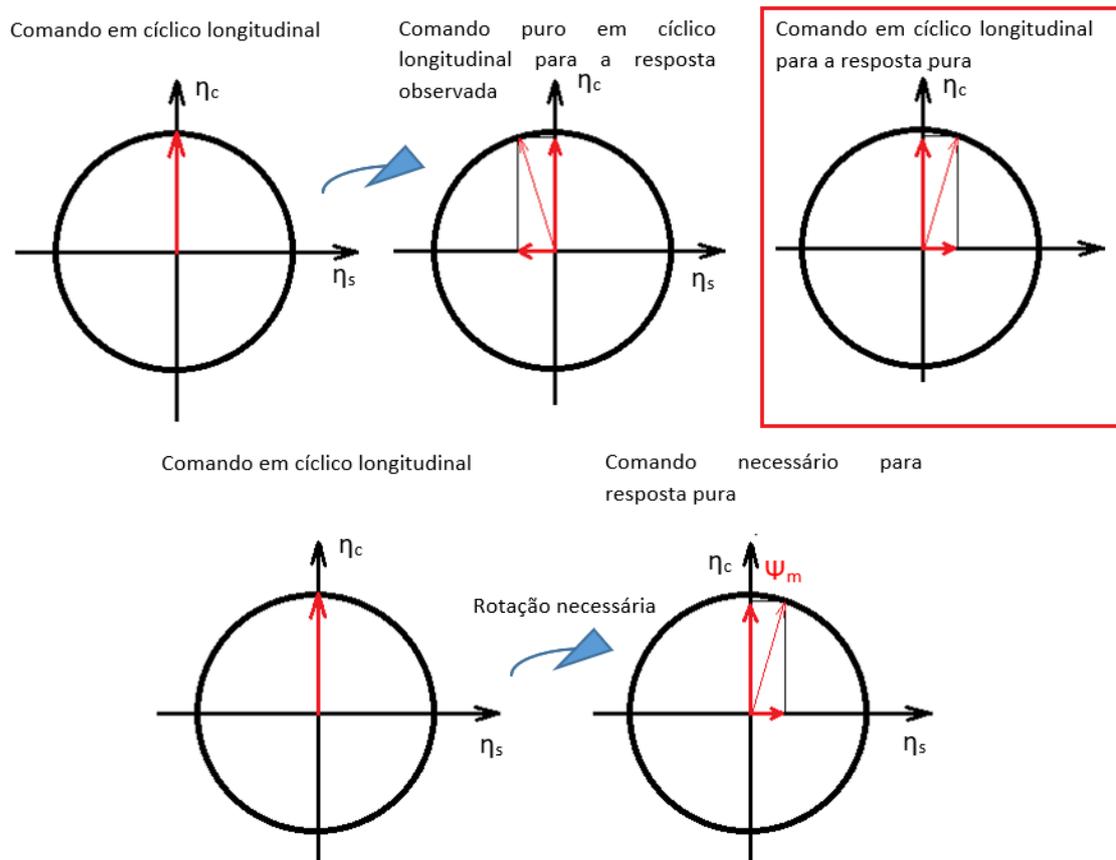


FIGURA 4.14 – Comando de cíclico longitudinal e comando direto relativo à resposta do rotor. Na caixa vermelha está destacado o comando necessário para uma resposta direta. Nas duas circunferências inferiores, está destacado a rotação necessária para pureza de comando.

Para obtenção de ψ_m , foi feita simulação até que a resposta acoplada em atitude apresentasse declividade nula em $t = 0s$. O resultado desse processo está exemplificado pela Figura 4.15. Sendo obtidos os valores abaixo listados, tabela 4.8. Observa-se que o uso do *mixer* influencia apenas nos zeros da função de transferência entre entradas e saídas. Para a condição de voo exemplificada na Figura 4.15, os polos e zeros com e sem o mixer estão mostrados na tabela 4.9. Observa-se que são eliminados um par de zeros de fase não-mínima usando esse tipo de artifício.

TABELA 4.8 – ângulo de rotação usado para o misturador de comandos.

V [kt]	ψ_m [°]
0	-17
10	-17
20	-15
30	-12
40	-9
50	-7
60	-6
70	-6
80	-6
90	-5
130	-5

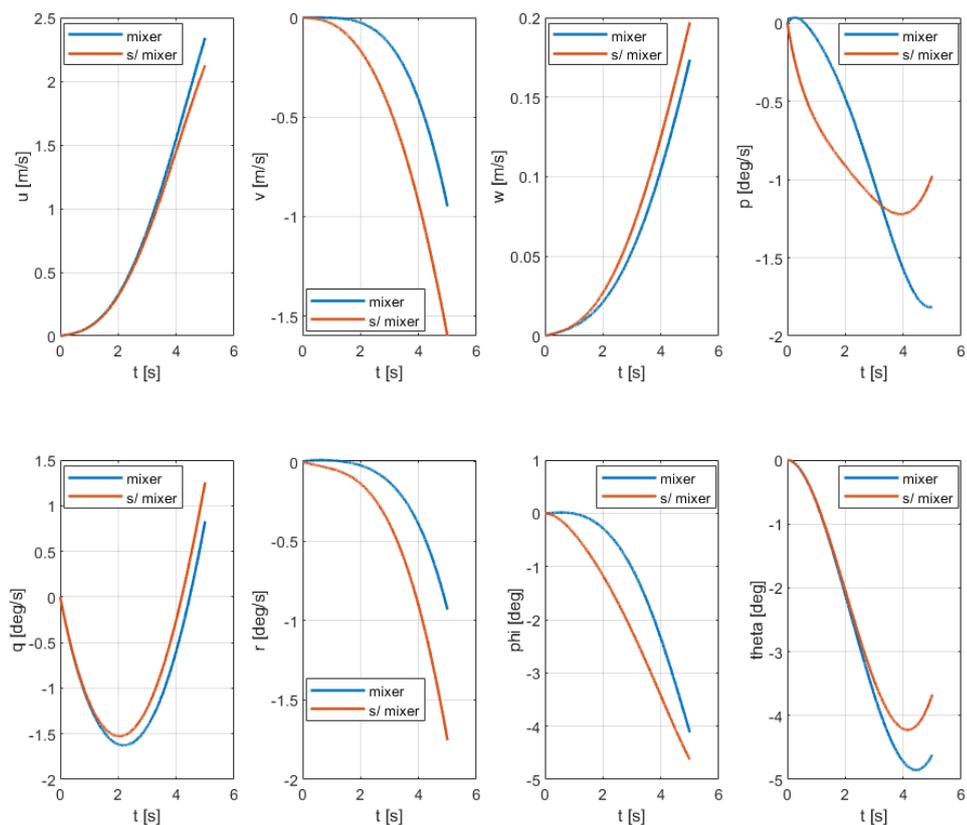
FIGURA 4.15 – Exemplo de resposta temporal à uma entrada degrau em cíclico longitudinal com e sem o misturador de comandos. A defasagem obtida para o misturador é aquela cuja declividade da resposta em atitude, ϕ , em $t = 0$ s é nula.

TABELA 4.9 – Comparação entre os polos e zeros do sistema em malha aberta sem e com o misturador de comandos.

Sem o misturador		Com o misturador	
Zeros	Polos	Zeros	Polos
0.0702 + 0.1748i	0.2424 + 0.4916i	0.1108 + 0.2048i	0.2424 + 0.4916i
0.0702 - 0.1748i	0.2424 - 0.4916i	0.1108 - 0.2048i	0.2424 - 0.4916i
0.0106 + 0.5046i	-0.0458 + 0.6002i	-0.0317 + 0.4495i	-0.0458 + 0.6002i
0.0106 - 0.5046i	-0.0458 - 0.6002i	-0.0317 - 0.4495i	-0.0458 - 0.6002i
-0.2072	-0.1638	-0.2139	-0.1638
-0.3254	-0.3054	-0.3346	-0.3054
-2.3204	-1.0215	-2.2300	-1.0215
	-2.3456		-2.3456

Para o projeto dos controladores inicialmente será usada a planta sem o misturador.

4.1.1 Detectabilidade, Estabilizabilidade, Controlabilidade e Matriz de Ganhos Relativos

Alguns conceitos da teoria de controle moderno em relação a análise do sistema em espaço de estados são úteis para avaliar a capacidade que um sistema de controle terá em relação a planta em estudo.

Inicialmente, foi verificada a detectabilidade da planta. Para o sistema ser detectável todos os seus modos instáveis são observáveis e todos os modos não-observáveis são estáveis. Assim basta analisar se os polos estáveis em cada condição de voo são observáveis. Para isso é possível utilizar o critério de Popov-Belevitch-Hautus (PBH) para o qual um polo λ é observável caso o posto da matriz definida em 4.16 for igual ao número de estados, n .

$$\begin{bmatrix} A - \lambda I \\ C \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Ou seja,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A - \lambda I \\ C \end{bmatrix} = n$$

Usando esse critério para todas as condições de voo, observa-se que o sistema é detectável.

O sistema em malha aberta deve ser estabilizável para a aplicação do sistema de controle ser bem-sucedida. No caso da planta em estudo um dos objetivos do controlador é torná-la estável.

Um sistema é estabilizável se todos os seu modos instáveis são controláveis e se todos os modos não-controláveis são estáveis [Skogestad e Postlethwaite 2005].

Então é necessário avaliar a controlabilidade dos modos do modelo. Da resposta temporal do sistema linearizado, equação 2.30 reproduzida abaixo, observa-se que o modos são controláveis caso $w_j^T B \neq 0$, ou seja, o autovetor à esquerda de A correspondente a esse modo não deve ser ortogonal a todas as colunas de B.

Realizando a análise para os modos instáveis em todas as condições de voo, observa-se que eles são controláveis e a planta é estabilizável.

Por fim, outro conceito importante é a controlabilidade de um sistema. Para um sistema ser controlável é possível transferi-lo de uma condição inicial definida pelo vetor de estados x_0 para qualquer outra condição x , em tempo finito.

Para um sistema no espaço de estados, na forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A.x + B.u \\ y &= C.x + D.u\end{aligned}$$

O sistema é dito controlável nas saídas y caso a matriz M_c , definida pela equação 4.17, possuir posto (número de linhas linearmente independentes) igual ao número de variáveis de saída.

$$M_c = [CB \quad CAB \quad CA^2B \quad \dots \quad CA^{n-1}B \quad D] \quad (4.17)$$

Calculando-se as matrizes M_c para todas as condições de voo, constata-se que o sistema é controlável.

Avaliando o controle descentralizado usando a matriz de ganhos relativos (RGA). A frequência de *crossover* é obtida de acordo com a figura 4.16.

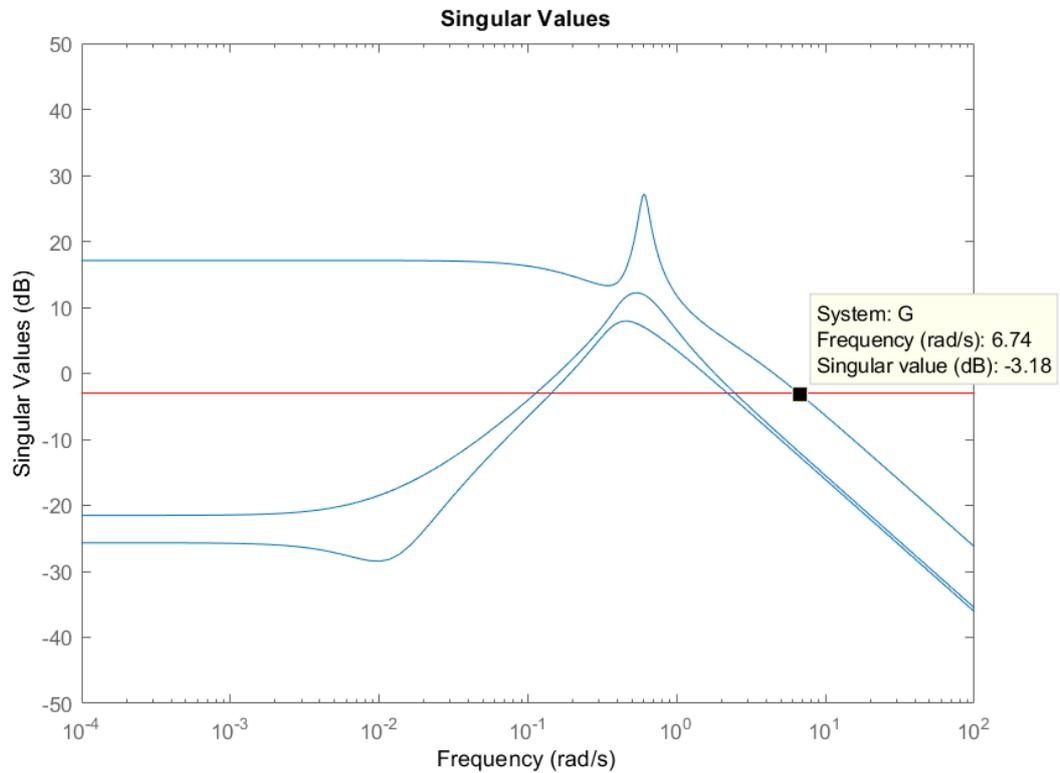


FIGURA 4.16 – Análise da resposta em frequência para a planta em 0kt. A frequência de *crossover*, ω_c , está destacada na figura com um *datatip*

Obtém-se as matrizes de ganho relativos para a faixa de frequência de 0 à 10 rad/s em todas as condições de voo e são observados os valores dos elementos λ_{ij} para as frequências $\omega = 0$ e ω_c . O resultado para a condição de voo com 0 kt está apresentado na figura 4.17.

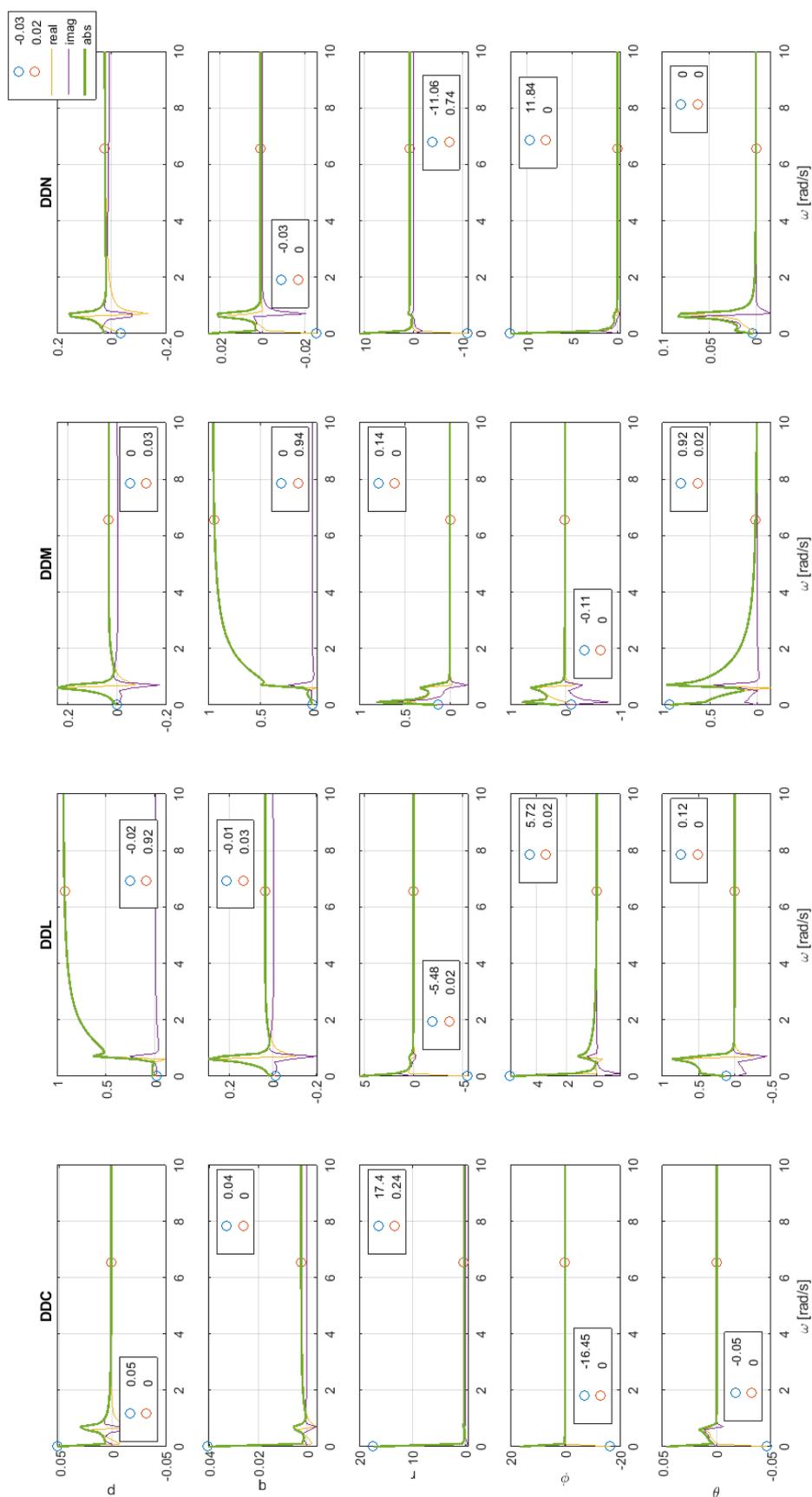


FIGURA 4.17 – RGA para frequências de 0 a 10 rad/s, condição de voo em 0kt. A frequência nula e a frequência de *crossover*, ω_c , estão destacadas em cada elemento da matriz.

Observa-se que na frequência ω_c os estados p , q e r apresentam valor de $\lambda_{ij} \approx 1$ para os comandos diretos, indicando que o uso de controlador diagonal nesse caso é coerente. No entanto, o mesmo não se observa para os estados ϕ e θ onde a RGA indica não controlabilidade, pois os elementos de suas linhas na frequência são pequenos ($\ll 1$). Essa última observação justifica a inserção de compensadores (integrador) nos ramos desses estados para se realizar um controle efetivo. As considerações acima valem para todas as condições de voo.

4.2 Sistemas de controle

4.2.1 Sistema de aumento de estabilidade - SAS

Inicialmente foi usado o processo de fechamento sequencial de malhas para obtenção dos ganhos do controlador. Foi demarcado no plano complexo as regiões definidas pela norma e com base nisso foram obtidos ganhos que deixassem os polos do modelo na região de nível 1 de QDV ou o mais próximo possível.

Com relação aos requisitos definidos pela norma, Figuras 2.11 e 2.15, foram determinados ganhos para a QDV nível 1 e nível 2. Para o último caso, apenas um dos modos precisa ser classificado como nível 2 para degradar a qualidade de voo do modelo, mais de um critério em nível dois pode ter um efeito sinérgico, degradando ainda mais o resultado [United States Army Aviation and Missile Command 2000].

Exemplificando o processo para a condição de voo pairado, o fechamento da malha em p , q , r , ϕ , θ e ψ está apresentado na Figura 4.18. Os sinais dos ganhos foram utilizados em concordância às sensibilidades de ganho estático obtidas na análise de malha aberta.

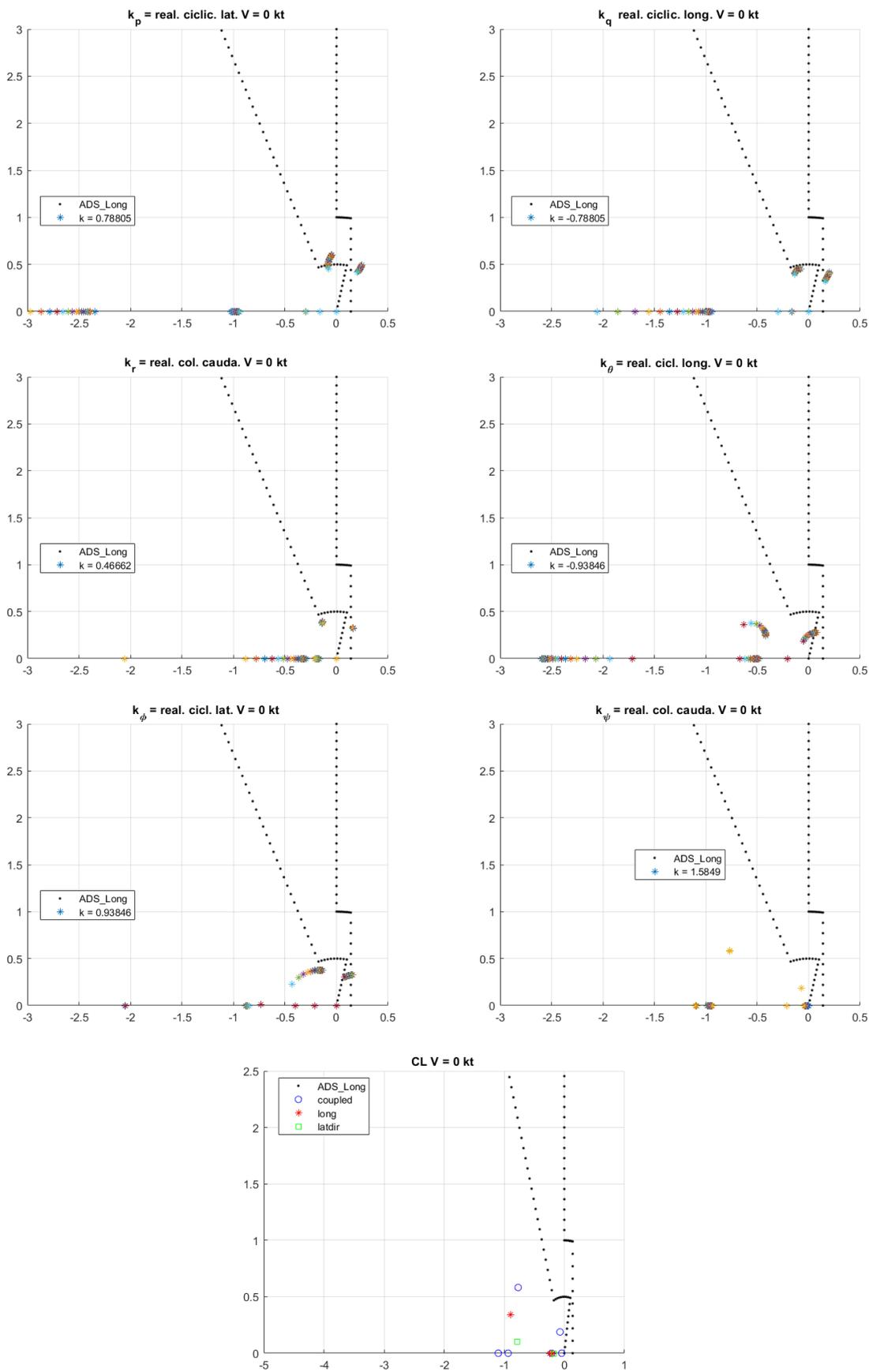


FIGURA 4.18 – Fechamento sequencial de malhas em p , q , r , θ , ϕ e ψ para a condição de voo pairado, o resultado em malha fechada é mostrado na figura no canto inferior direito.

Observa-se que um dos requisitos para *Attitude Hold* é que todos os polos oscilatórios tenham amortecimento maior do que $\xi = 0.35$. Dessa forma, esse valor foi usado como amortecimento mínimo para cada condição de voo.

O valor de $k = 1$ foi usado como balizador para os valores de ganho, mas a verificação do uso de controles foi feita com uma simulação linear da resposta à uma perturbação em torno da condição de voo em equilíbrio. Como perturbação foi usado: $\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta u & \Delta v & \Delta w & \Delta p & \Delta q & \Delta r & \Delta \phi & \Delta \theta & \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 10^\circ/s & 10^\circ/s & 10^\circ/s & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. O resultado da simulação nas deflexões de controle e nos estados estão mostrados nas figuras 4.19 e 4.20, respectivamente. Por esse motivo, os ganhos em ψ apresentaram valores de ganhos maiores, pois, por meio de simulação, a resposta dos controles não é maior do que a saturação.

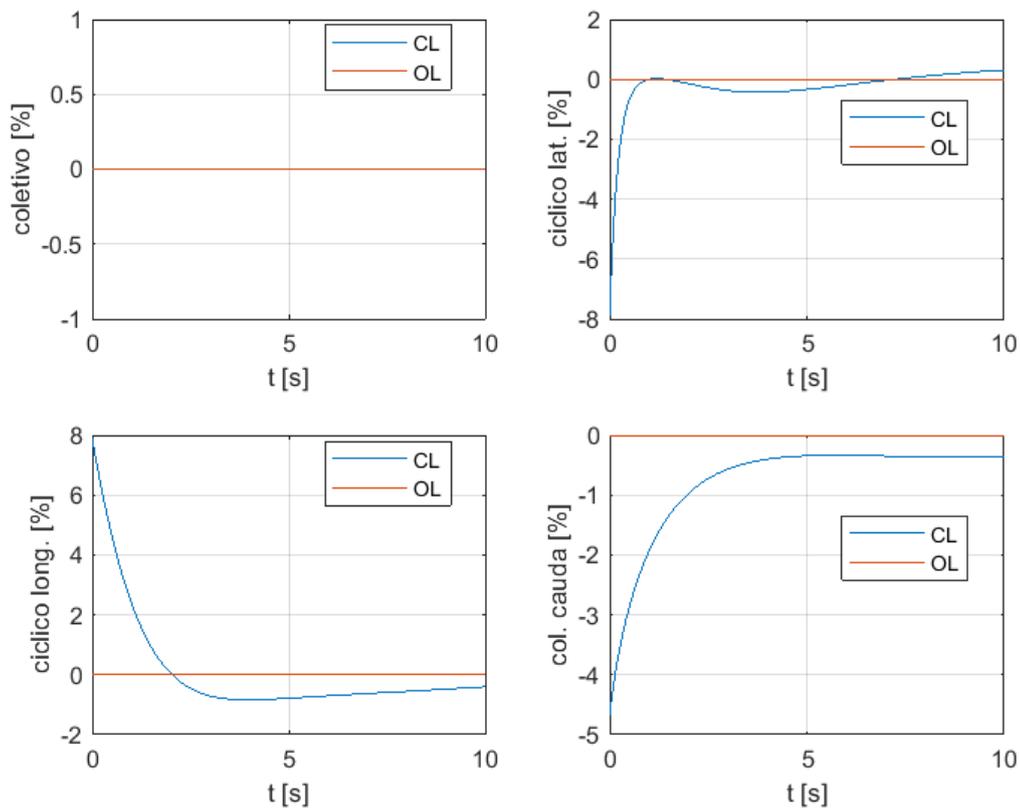


FIGURA 4.19 – Resultado para as deflexões de controle do sistema em malha fechada para uma perturbação de $10^\circ/s$ em p , q e r . O limite de 10% de autoridade do SCAS é respeitado. As legendas significam malha fechada (CL - *Closed-Loop*) e malha aberta (OL - *Open Loop*).

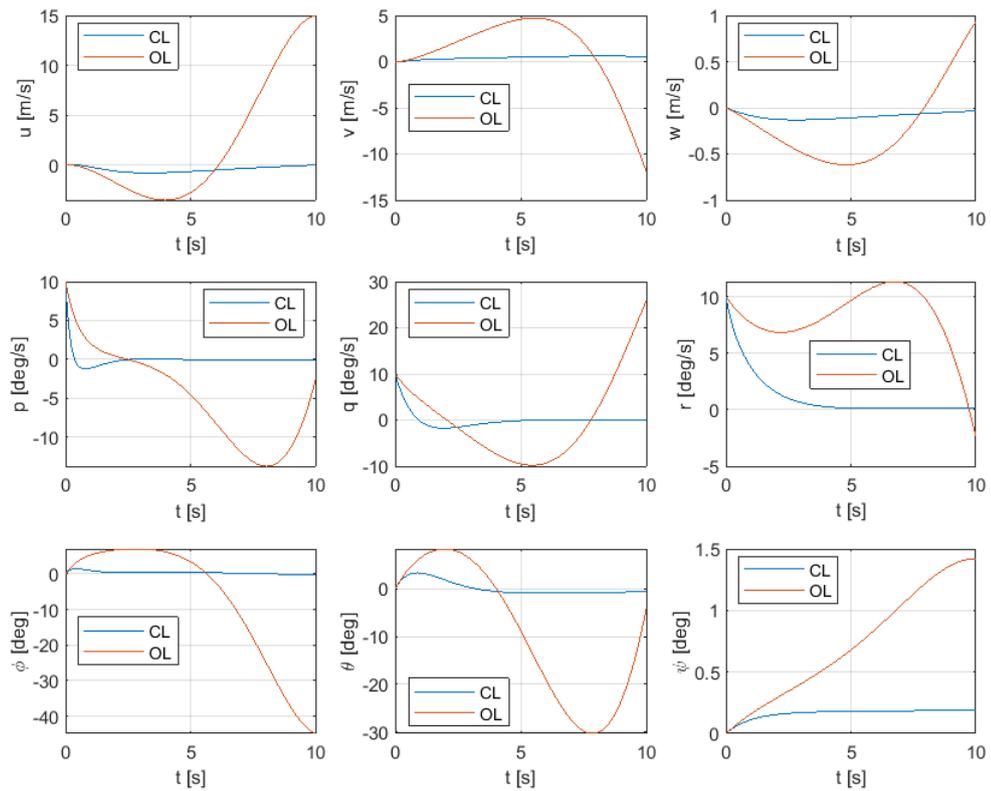


FIGURA 4.20 – Variações dos estados para uma perturbação de $10^\circ/s$ em p , q e r com sistema em malha fechada. As legendas significam malha fechada (CL - *Closed-Loop*) e malha aberta (OL - *Open Loop*).

Os valores de ganho obtidos para todas as condições de voo estão apresentados na tabela 4.10.

TABELA 4.10 – Valores obtidos para os ganhos do SCAS proporcional (SAS). Esses ganhos correspondem ao nível 1 previsto de QDV. Na condição para $V = 50$ kt, o resultado obtido fica na fronteira do requisito e são necessários maiores ganhos do que nos outros casos. Os ganhos consideram as unidades originais do modelo: ângulos em [rad] e controles em fração $[\frac{1}{100}]$

V [kt]	k_p	k_q	k_r	k_ϕ	k_θ	k_ψ
0	0.7880	0.9385	-0.7880	-0.7880	0.4666	1.4295
10	0.7880	0.9385	-0.7880	-0.6617	0.4666	1.4295
20	0.7890	0.9247	-1.4891	-1.0839	0.4180	1.4295
30	0.7890	0.9247	-0.9247	-0.9247	0.3566	1.4295
40	0.7890	0.7890	-0.7890	-0.6731	0.4180	1.4295
50	0.3393	0.6866	-1.3895	-1.3895	0.3816	-0.4344
60	0.4049	0.4049	-0.5743	-0.4049	0.4049	-0.9611
70	0.4049	0.4822	-0.4822	-0.5743	0.4049	1.4295
80	0.4049	0.4822	-0.4049	-0.6839	0.4049	1.4295
90	0.4049	0.4049	-0.4049	-0.6839	0.4049	1.4295
130	0.4049	0.4049	-0.4049	-1.3754	0.4049	1.4295

O posicionamento dos polos de malha fechada para os ganhos mostrados na tabela 4.10 estão apresentados nas Figuras 4.21 e 4.22. A condição de voo com 50 kt apresentou a maior dificuldade para obtenção dos ganhos e o posicionamento de seus modos ficou na fronteira dos requisitos.

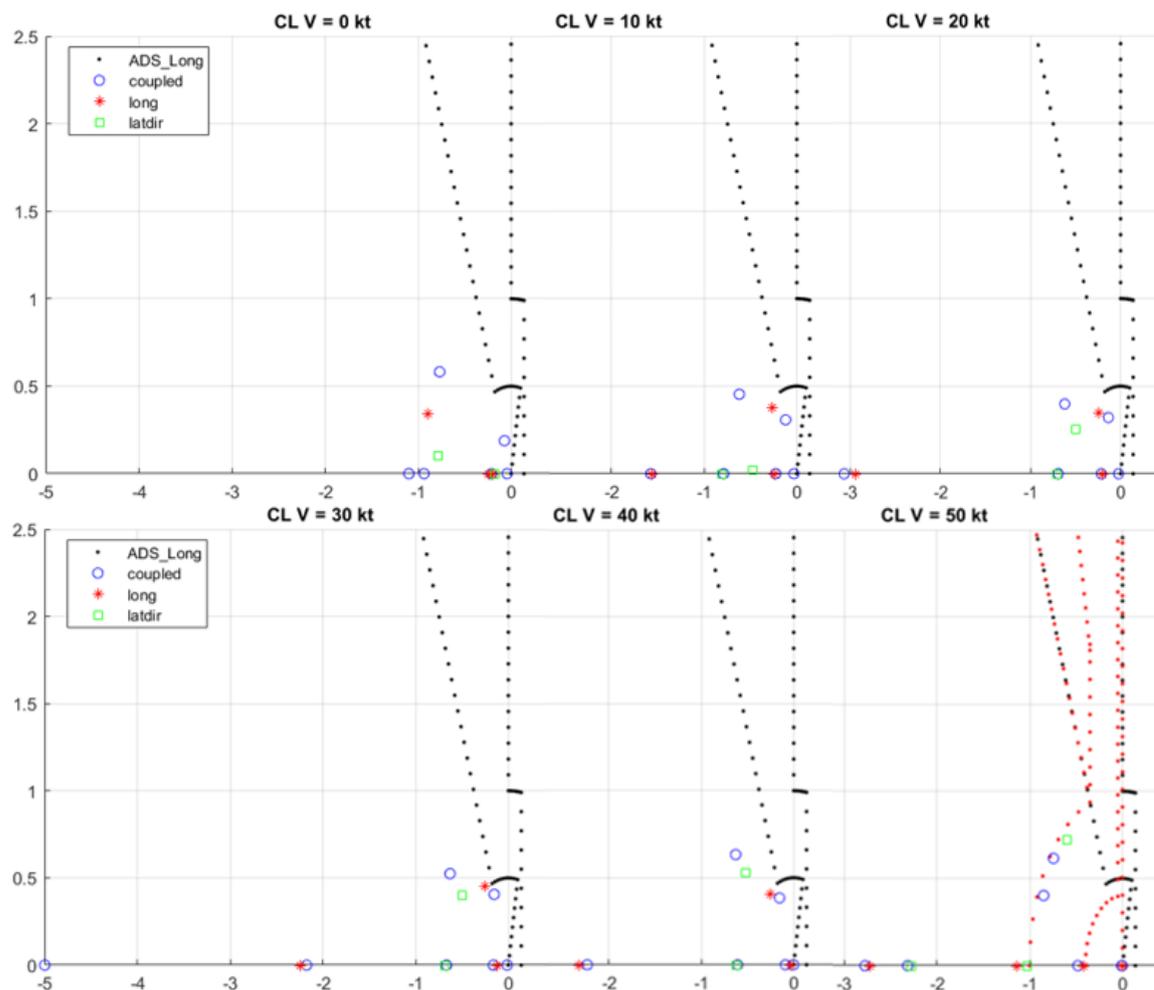


FIGURA 4.21 – Lugar geométrico das raízes para o sistema em malha fechada usando o controle proporcional nas condições de voo de 0kt a 50kt.. Foi buscado nível 1 de QDV previsto.

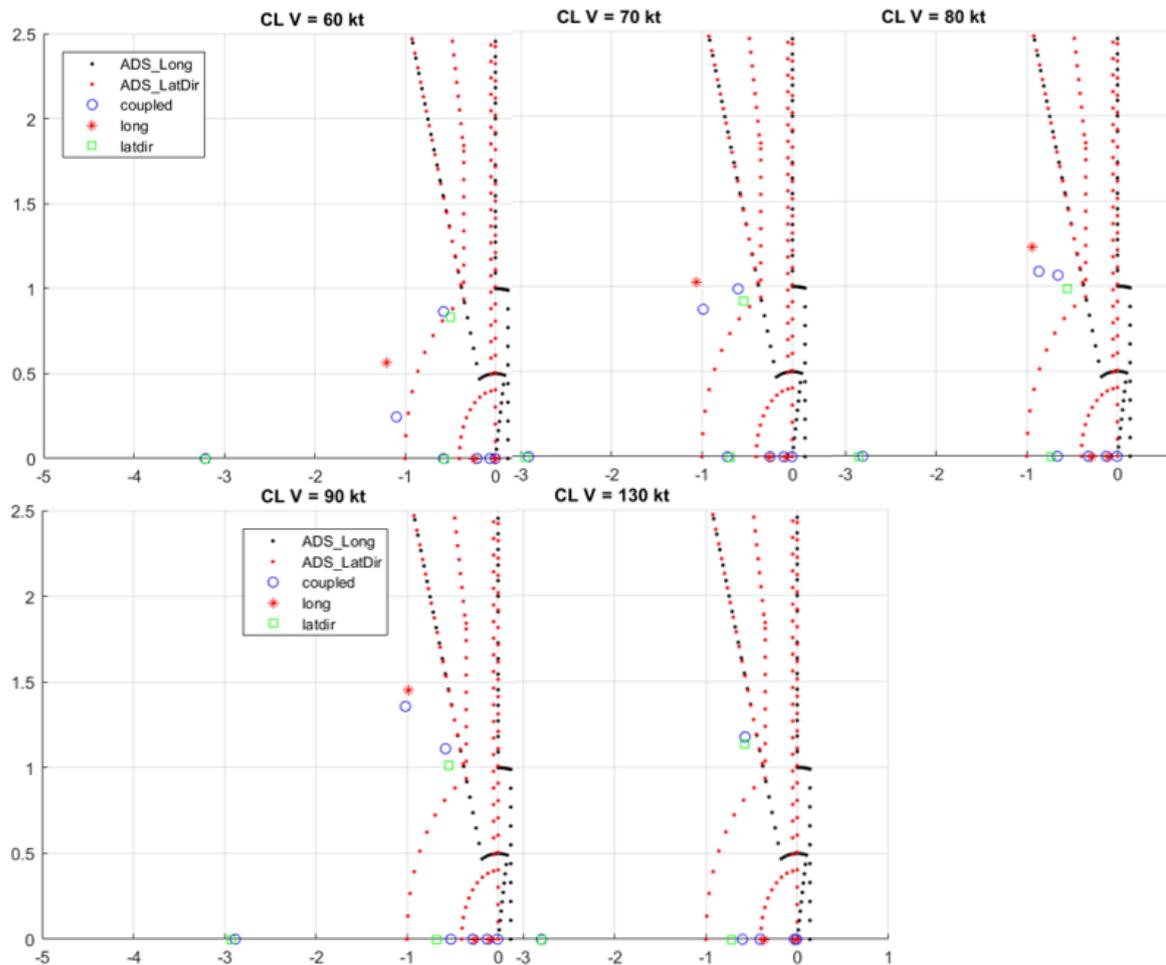


FIGURA 4.22 – Lugar geométrico das raízes para o sistema em malha fechada usando o controle proporcional nas condições de voo de 60kt a 130kt.. Foi buscado nível 1 de QDV previsto.

Usando o critério da norma ADS para avaliar a manutenção de atitude, o retorno para a condição de equilíbrio após uma perturbação nos controles é avaliado de acordo com o tempo até o decaimento em 10% do máximo valor da atitude obtido, figura 2.8. Em todas as condições de voo, o sistema apresentou uma resposta compatível com os requisitos. A figura 4.23 exemplifica o processo de verificação para o caso de variação de atitude lateral seguida de um impulso no comando cíclico lateral.

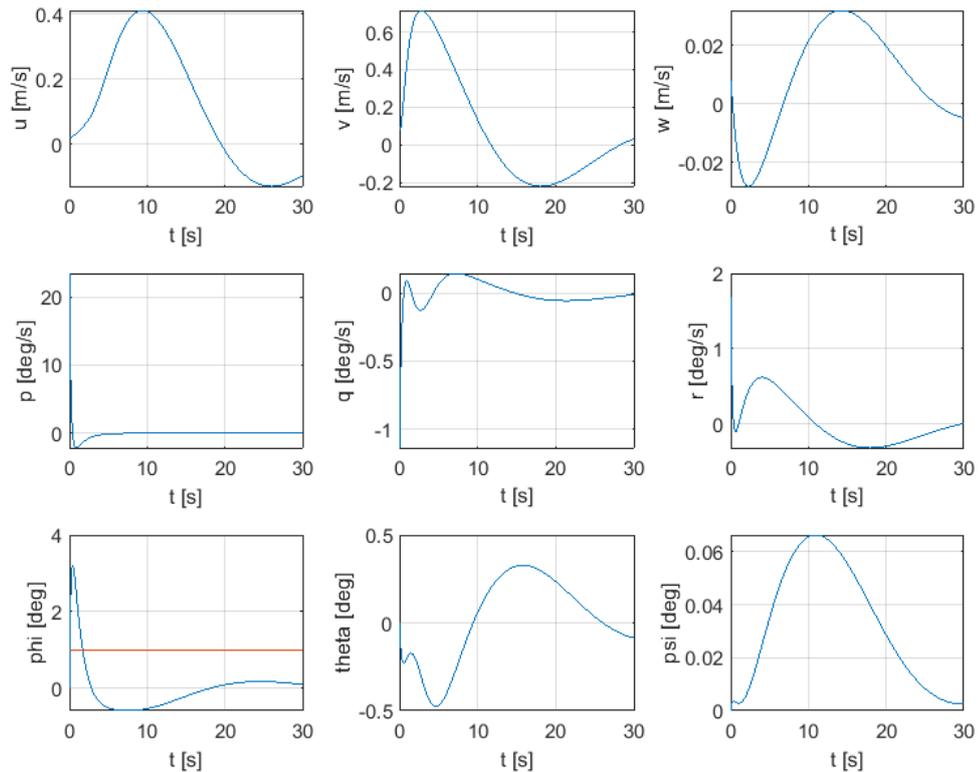


FIGURA 4.23 – Resposta do sistema em malha fechada para um impulso em comando cíclico lateral. Nesse caso o sistema demonstra uma resposta para $UCE > 1$, pois a atitude ϕ decai para menos de 10% do pico (linha horizontal) em menos de 10 s.

Os critérios de largura de banda e atraso de fase também foram verificados. No entanto, apesar da literatura ressaltar a importância da aplicação de métodos que caracterizem a resposta de alta frequência, o modelo não apresenta frequência ω_{180} , conforme apresentado na figura 4.24. Observando a norma, os critérios de *bandwidth* se aplicam à entradas em comandos de *cockpit* e entradas nos atuadores, contudo, no modelo utilizado, não estão modelados nem os atuadores das superfícies de controle nem os comandos. Exemplos de atuadores e comandos são mostrados nas figuras 2.17 e 2.18. Usando um modelo de atraso simples para avaliar se a inserção de outras dinâmicas torna o critério aplicável, obteve-se a resposta em frequência apresentada em 4.25. Assim, o critério será avaliado em outras arquiteturas de controle com a aplicação de compensadores.

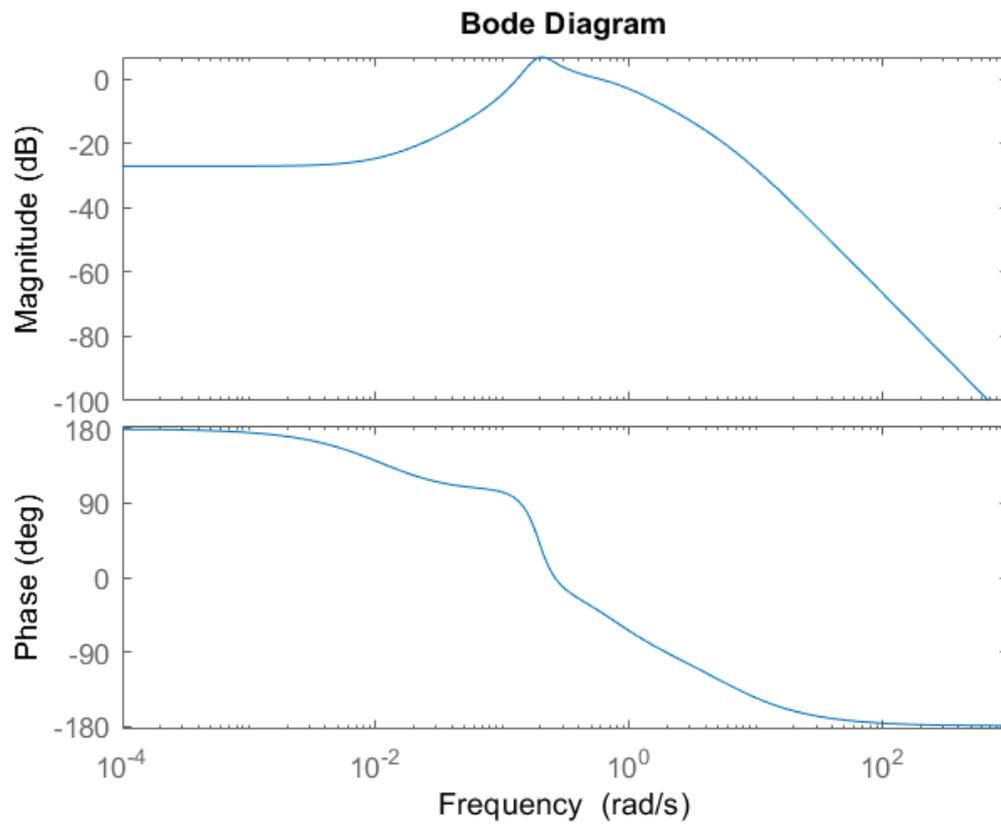


FIGURA 4.24 – Resposta em frequência de atitude lateral, ϕ , devido a entrada em cíclico lateral. Observa-se que não há cruzamento com a fase de -180, logo o critério de largura de banda não é aplicável.

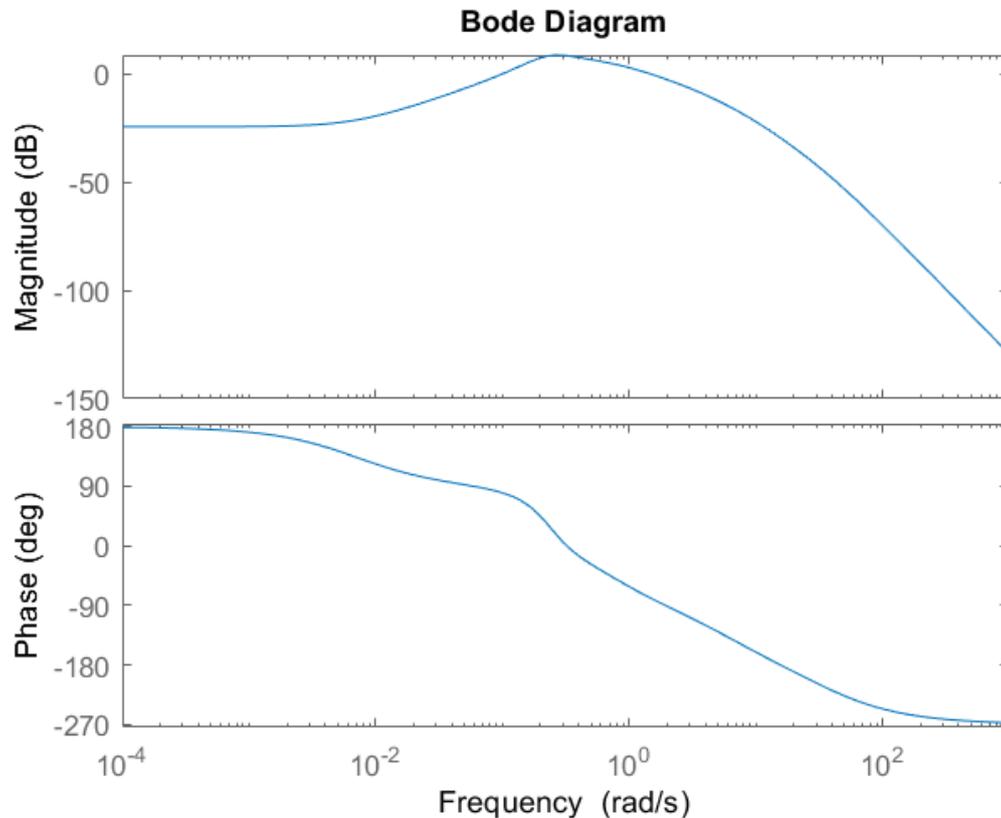


FIGURA 4.25 – Resposta em frequência de atitude lateral, ϕ , devido a entrada em cíclico lateral, usando-se um atraso simples como modelo de atuador (*swashplate*). A inserção do atuador causa um deslocamento na curva da resposta em frequência do modelo equivalente ao atraso característico do atuador, tornando o critério de *bandwidth* aplicável. Nesse caso $\omega_{BW}^{phase} = 5.5943$ e $\tau_p = 0.0324$.

Também foi utilizado o processo de síntese LQR, mas se observou maior dificuldade de realizar a escolha das matrizes de desempenho P, Q e R na realização do *gain scheduling* entre diferentes condições de voo. Além do que, os resultados obtidos apresentaram frequência mais alta do que os valores obtidos pelo método de fechamento sequencial. Apesar de que, em condições de voo similares, as matrizes de desempenho são similares, quando há mudança do comportamento da aeronave (a partir de 40 kt), é necessário iniciar o processo de obtenção de P, Q e R novamente, sendo muito difícil obter ganhos/respostas adequados. Realizando o fechamento sequencial se obteve um conjunto de ganhos adequados. Assim, esse resultado foi implementado.

4.2.2 Rastreador com controle proporcional

Buscando um enquadramento para condição de voo com $UCE > 1$, foram testadas arquiteturas com a finalidade de resolver o problema de rastreo em atitude. Inicialmente a arquitetura utilizada foi proporcional. Os valores de ganhos obtidos para o SAS, podem

ser testados para a condição de rastreo, bastando para isso inverter o sinal.

Não é esperado uma resposta ao rastreamento ótima usando apenas o controle proporcional, no entanto, a implementação de integradores apresenta complicações devido à inserção de mais um polo no sistema. Como a definição de um sistema do tipo ACAH só necessita de uma resposta proporcional à entrada, não necessitando de um erro de regime nulo, a princípio, o uso de um controlador proporcional merece consideração devido a sua simplicidade e facilidade de implementação.

Usando a arquitetura proposta com a malha interna de *feedback* em p , q e ψ e malha externa com rastreo em ϕ , θ e r foram testados os ganhos obtidos para o SAS adaptados ao problema de rastreo. Não se consegue manter constante a atitude. Mas segundo a norma ADS, caso a aceleração translacional em relação ao solo seja constante ou assintoticamente decrescente, a manutenção de atitude não é necessária. Nessas condições, basta que o sistema produza uma variação de atitude proporcional ao comando em até 6 segundos. Isso é conseguido pelo sistema implementado que, na condição de pairado, apresenta uma resposta para a entrada degrau de 5° na referência em θ segundo as variações nos estados mostradas na figura 4.26.

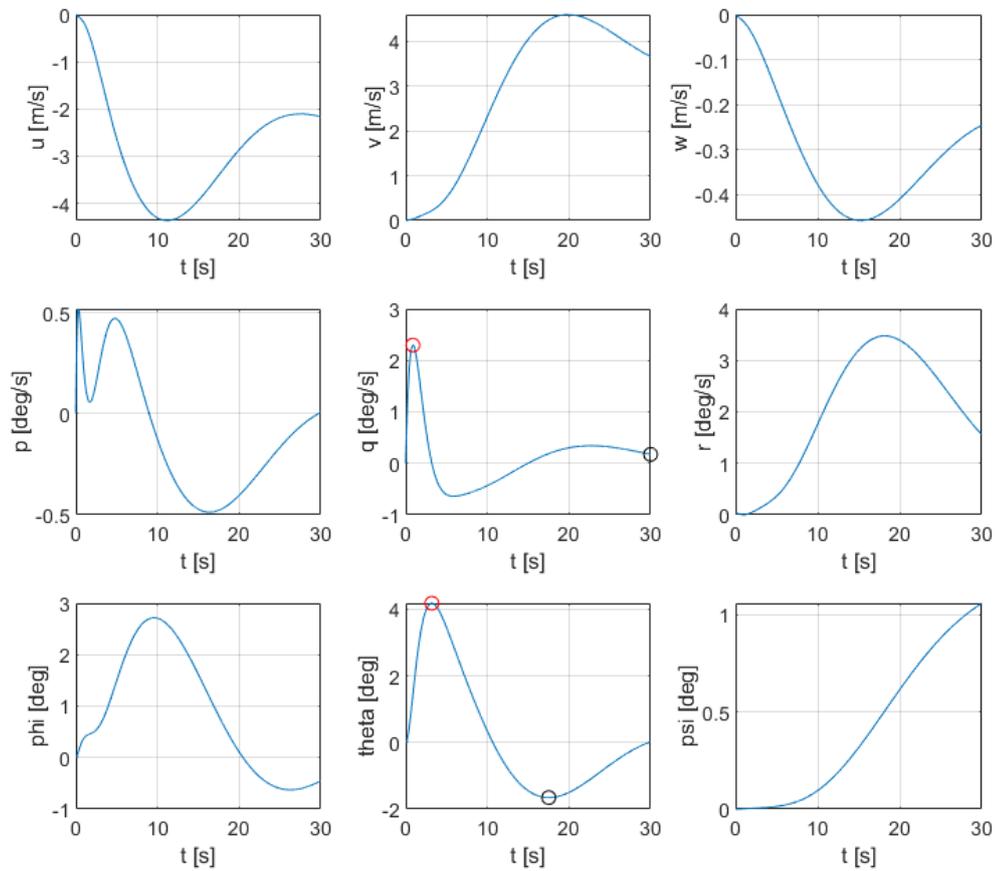


FIGURA 4.26 – Estados do sistema em resposta à uma entrada degrau de 5° na referência em θ . Observa-se uma variação proporcional ao degrau no estado θ .

Nessa condição de voo, as velocidades e acelerações em relação ao solo estão apresentadas em 4.27.

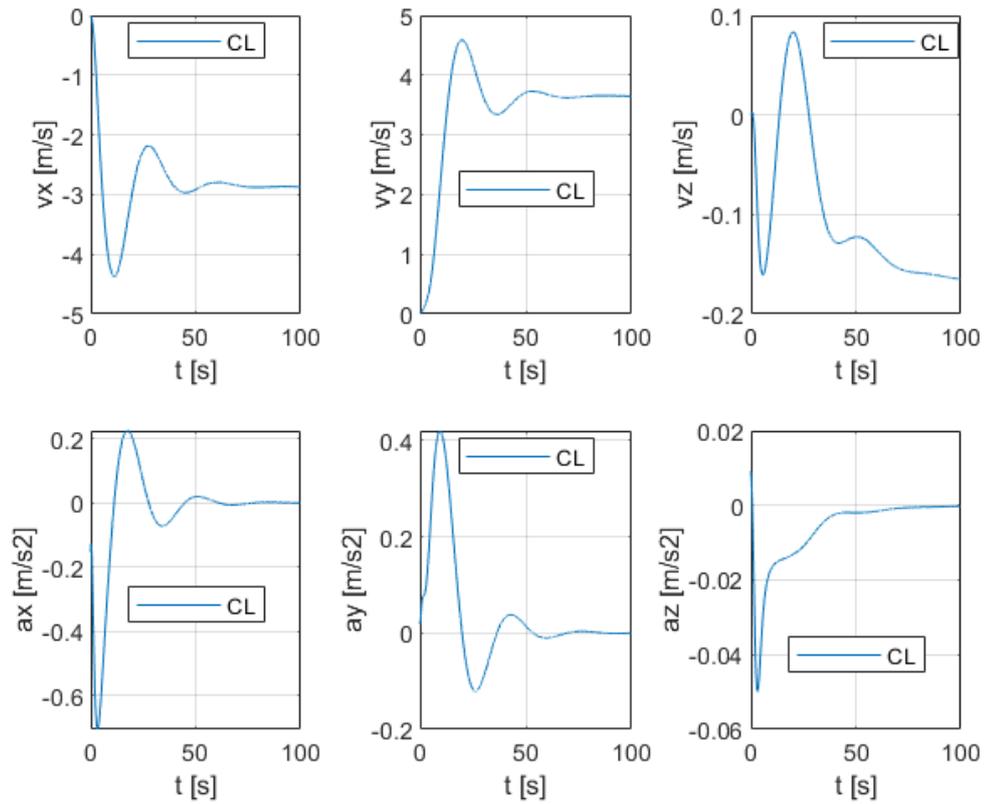


FIGURA 4.27 – Velocidades e acelerações do modelo em relação ao solo em resposta à uma entrada degrau de 5° na referência em θ . Observa-se que a aceleração translacional em x apresenta um decaimento assintótico.

As deflexões de controle aplicadas pelo sistema estão expostas em 4.28.

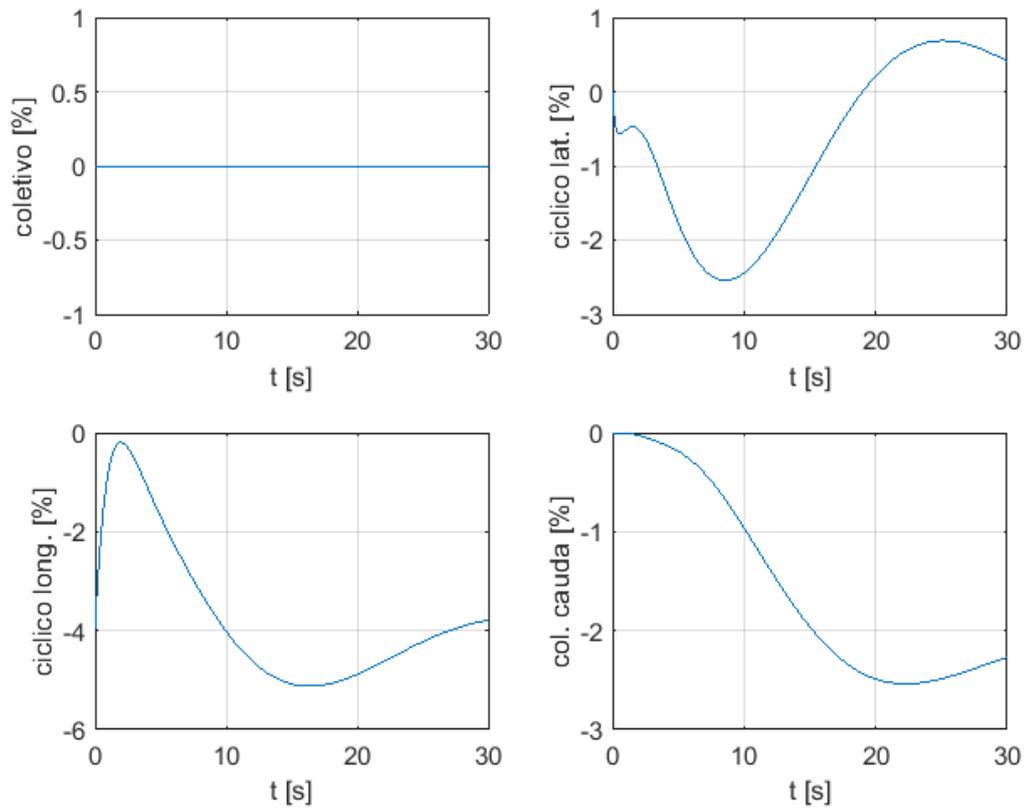


FIGURA 4.28 – Deflexões de comando aplicadas pelo sistema em resposta à uma entrada degrau de 5° em θ para a condição de voo com $V = 0$ kt.

A resposta do sistema melhora para velocidades maiores, com a aceleração em relação ao solo assumindo uma resposta constante mais rapidamente, conforme Figuras 4.29 e 4.30.

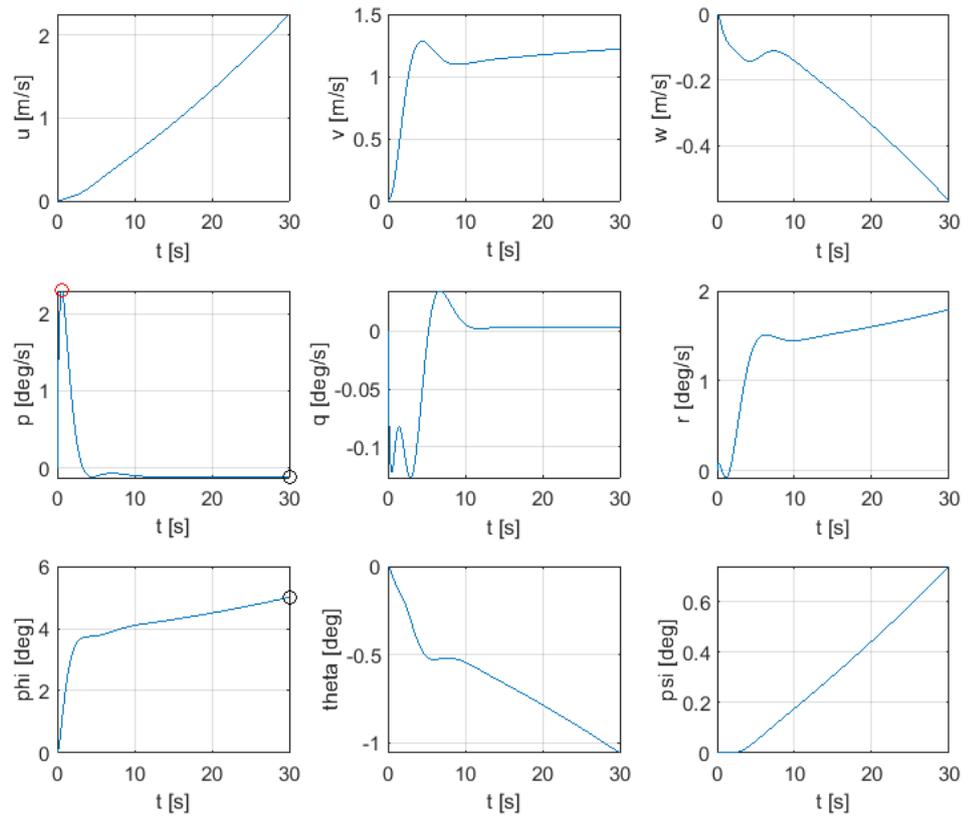


FIGURA 4.29 – Estados do sistema em resposta à uma entrada degrau de 5° na referência em ϕ para condição em 50 kt. Observa-se uma variação proporcional ao degrau no estado ϕ .

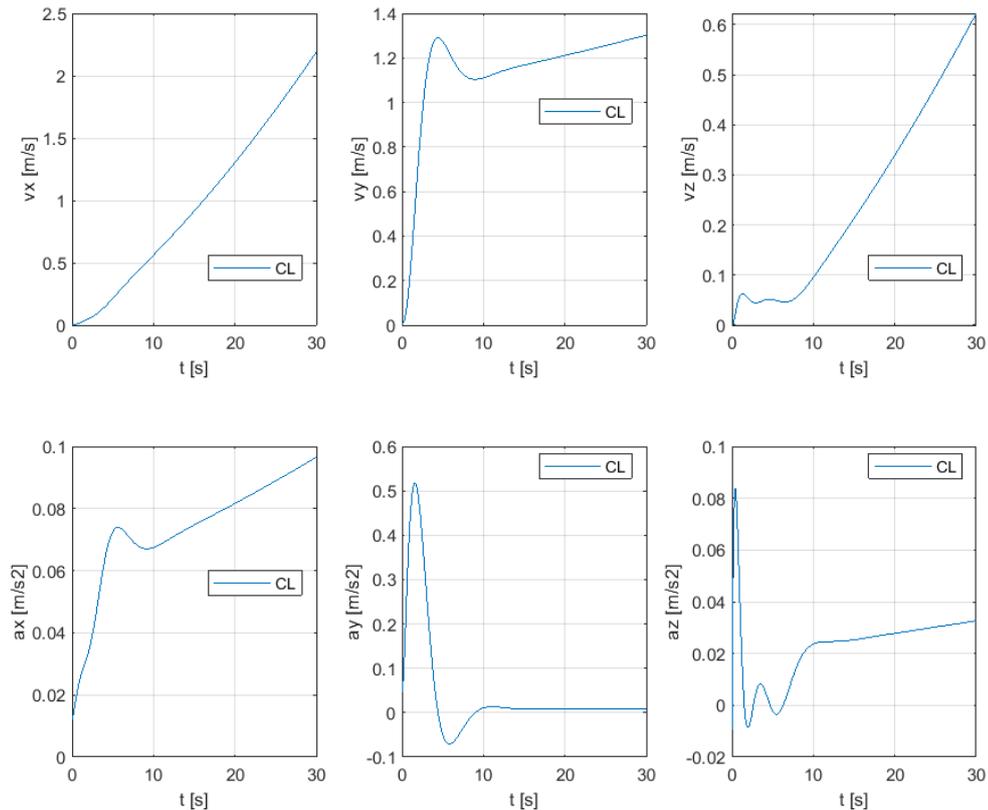


FIGURA 4.30 – Velocidades e acelerações do modelo em relação ao solo em resposta à uma entrada degrau de 5° na referência em ϕ na condição de 50kt. Observa-se que a aceleração translacional em y apresenta um comportamento constante após um transiente de menos de 10 s.

São estabelecidos critérios de agilidade para a resposta de um controle de atitude, conforme mostrado na seção 2.6.4. Como, para baixas velocidades, há uma variação mínima negativa na atitude, pode-se dizer que os critérios não se aplicam, uma vez que a norma permite o não acompanhamento da referência em caso de aceleração translacional.

Foi usado o processo LQR na tentativa de obter melhores respostas, mas os resultados obtidos foram similares àqueles usando os ganhos do SAS. Assim, para melhorar a resposta do sistema em malha fechada, foi inserido integradores nos ramos de atitude em arfagem e rolamento.

4.2.3 Controle integral

Observa-se no caso da implementação do integrador puro uma grande dificuldade de obtenção do ganho inicial estabilizante. Como previsto, a inserção dos integradores desloca o lugar geométrico para a direita e encontrar ganhos cujos polos estão todos no SPE se

torna uma tarefa consideravelmente difícil. Desse modo, foram utilizados os ganhos já obtidos para o caso do SAS, deixando nulos os ganhos dos integradores. Usando um processo de minimização do máximo autovalor do sistema, consegue-se achar uma matriz de ganhos estabilizantes.

Nesse caso, não se consegue deslocar os polos próximos da origem, deixando a resposta do sistema muita lenta mesmo para valores de ganhos impraticáveis. De forma a exemplificar os resultados encontrados, a simulação da malha fechada para condição de voo de 50 kt está apresentada na Figura 4.31. Foi usada essa condição de voo, pois para velocidades maiores os resultados apresentam comportamento melhor. Esse tipo de resposta não foi obtido para os casos de baixas velocidades em nenhuma das arquiteturas testadas.

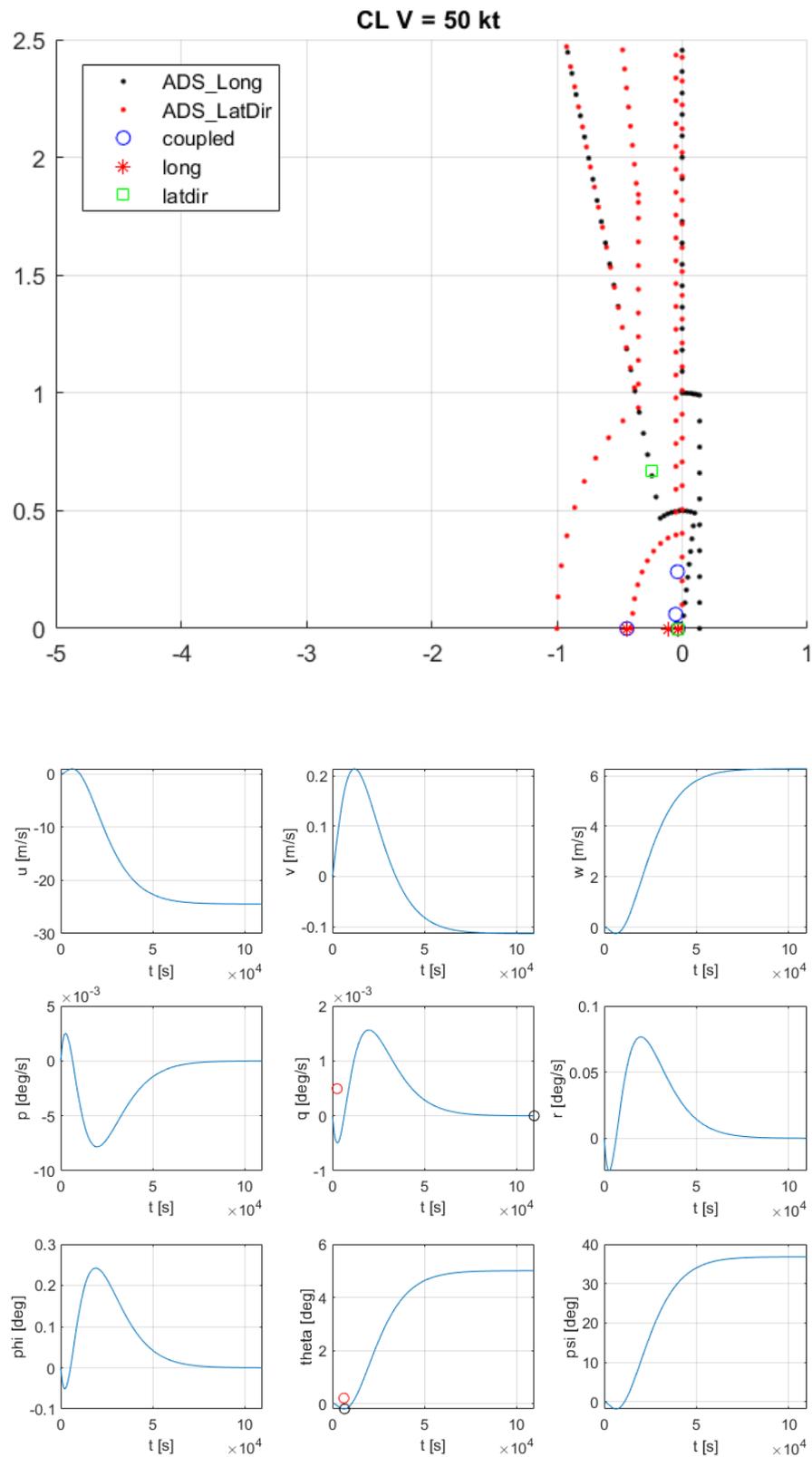


FIGURA 4.31 – (Figura Superior) Lugar geométrico das raízes para a malha fechada na condição de 50kt com integradores. (Figura inferior) Estados do sistema em resposta à uma entrada degrau de 5° na referência em θ para condição em 50 kt. O sistema apresenta polos muito próximos da origem e comportamento lento.

Os resultados mostrados na Figura 4.20 correspondem aos ganhos em 4.18.

$$K_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_p & 0 & 0 & k_\phi & 0 & k_{\epsilon_\phi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_q & 0 & 0 & k_\theta & 0 & k_{\epsilon_\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_\psi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_\psi \end{bmatrix} = 10^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.07395 & 0 & 0 & 0.0374 & 0 & -0.2650 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0982 & 0 & 0 & -0.06219 & 0 & 0.1972 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.294 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.000029 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Dos resultados obtidos, observa-se que o uso apenas de integradores torna o problema de difícil solução e, mesmo com ganho muito grandes, a resposta algumas vezes não é adequada (muito lenta). Dessa forma, foi inserido o ramo proporcional no erro, na tentativa de melhorar a resposta com a inclusão de um zero nas malhas de rastreo.

4.2.4 Controle PI

O uso de controlador proporcional-integral é comum na literatura, um exemplo é encontrado em [Gahinet e Turevskiy 2014]. Em [Stevens e Lewis 2013] é usado em sistema sistemas como o *wing-leveler* e o *pitch-attitude hold* que juntos cumprem a mesma função em rastreamento que o ACAH que se pretende implantar. Por esses motivos, essa foi a arquitetura mais testada neste trabalho.

Devido a dificuldade em encontrar ganhos que gerassem uma resposta adequada, foi utilizado o misturador de comandos. O processo de obtenção do controlador por LQR possui alguns graus de liberdade. Na tentativa de se obter uma matriz de ganhos satisfatória em malha fechada, é possível, além de variar as matrizes de desempenho, variar os métodos numéricos utilizados e a condição inicial estabilizante. As condições iniciais estabilizantes não são fáceis de ser obtidas, por isso foram usados os ganhos do controlador proporcional anteriormente sintonizado e os ganhos obtidos por buscas pelo método de força bruta e pelo processo *element gain weighting* usando as matrizes de realimentação de estado obtidas pela solução da equação de Ricatti (ganho de Kalman) e por métodos numéricos baseados em desigualdades matriciais lineares. Esses últimos métodos, apesar de possibilitarem o posicionamento dos polos no lugar geométrico das raízes, apresentaram dificuldade de convergência numérica e ganhos muito elevados, só fornecendo valores de ganhos adequados para a estabilização por realimentação de estados. Também foi tentado o uso de filtro *washout* na malha interna, mas como uma resposta do tipo ACAH+RCDH

apresenta maior grau de estabilidade, segundo a norma ADS, foi preferido o uso de rastreo em taxa de guinada (r), conforme Figura 2.23.

Como a condição de voo pairado é a mais crítica, a maior parte do esforço descrito acima foi despendido nessa condição de voo. No entanto, não se obteve uma resposta adequada. Não se consegue tirar os polos próximos da origem e as melhores respostas que se obtém são com ganhos muito elevados, muito lentas ou muito oscilatórias. Exemplos de respostas obtidas (melhores casos) para condição de voo em 50 kt estão apresentadas nas Figuras 4.32 e 4.33. Os ganhos para as duas condições são mostrados em 4.19 e 4.20.

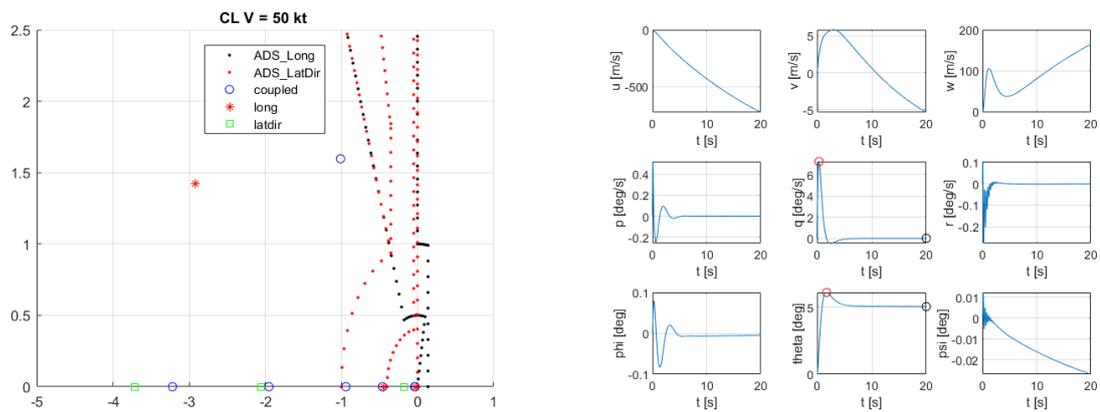


FIGURA 4.32 – Lugar geométrico das raízes e resposta ao degrau para a malha fechada na condição de 50kt, exemplos de ganhos muito elevados (K_1), valores mostrados em 4.19

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4.8982 & 0 & 0 & -17.4170 & -10.2857 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.3932 & 0 & 0 & 0 & 1.6880 & 2.9896 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 173.0965 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5136 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

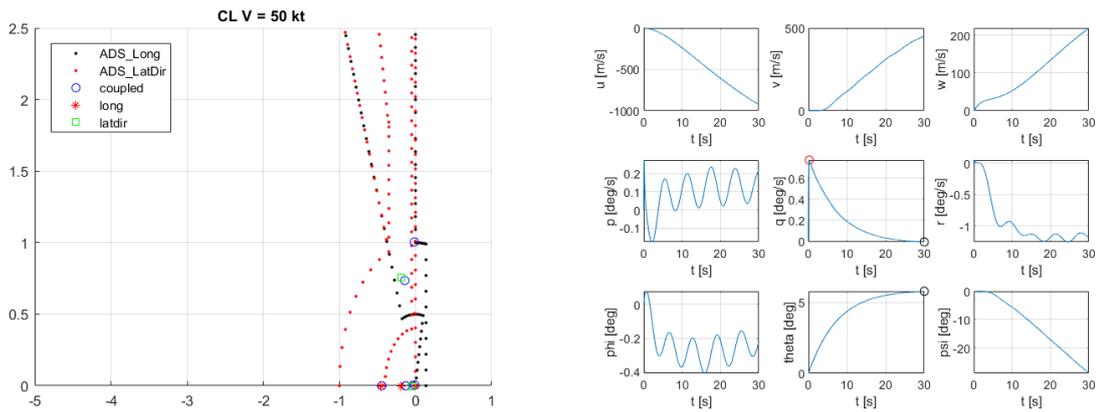


FIGURA 4.33 – Lugar geométrico das raízes e resposta ao degrau para a malha fechada na condição de 50kt. Resposta referente aos ganhos (K_2), em 4.20

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.6011 & 0 & 0 & -0.7408 & -0.0254 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6.2490 & 0 & 0 & 0 & 0.0188 & 1.0258 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0577 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0171 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Após uma grande quantidade de tentativas mal sucedidas, concluiu-se que um PI não é capaz de gerar uma resposta de rastreo adequada. O problema é significativamente mais difícil para condições de voo a baixa velocidade. Essa dificuldade é observada pelos elevados valores obtidos para os índices de desempenho (na ordem de 10^8), sendo assim é evidente que o processo de minimização do índice de desempenho não é eficiente. Por esse motivo, foram tentadas diferentes configurações de compensadores.

4.2.5 Uso de Compensadores

Como um dos problemas para resposta do sistema são os polos perto do eixo $i\omega$. Foi tentado, no lugar de um integrador, um compensador com polos no SPE na forma $\frac{1}{s+a}$. As melhores resposta foram obtidas para valores $a = 5$ e $b = 10$, no entanto, por mais que, para condições em alta velocidade fosse possível obter respostas ao degrau adequadas, não foi possível fazer o mesmo para as condições à baixa velocidade.

Por fim, também foi tentado o uso de compensadores de avanço de fase. Da mesma forma ao observado no caso anterior, não se conseguiu obter resultados adequados para todas as condições de voo. Soma-se ainda o fato de ser necessário uma grande quantidade de tentativas para obtenção dos valores constantes do compensador.

4.3 Simulação com pilotos

Devido a limitações de tempo dos pilotos, só foram realizados testes com o SCAS do tipo RATE com ganhos proporcionais obtidos pelo fechamento sequencial de malhas (SAS). O nível previsto de QDV para esse sistema foi igual a 1. O uso de manutenção de atitude em ψ é desativado com a entrada de comando direcional do piloto. No teste com os pilotos esse sistema não foi implementado, a fim de se avaliar se apenas o uso de manutenção de atitude em ϕ e em θ é suficiente, uma vez que, para a norma ADS, um sistema RATE+RCDH possui um nível de estabilidade maior do que o necessário para obtenção de QDV atribuída de 1.

As simulações foram realizadas com dois pilotos, aqui denominados A e B. Os resultados para as tarefas definidas estão apresentados na tabela 4.11. O modelo base é considerado aquele sem nenhum sistema de aumento de estabilidade e controle (SCAS).

TABELA 4.11 – Tabela com as classificações atribuídas pelo piloto em cada tarefa segundo diagrama de Cooper-Harper, figura 2.4.

Piloto	Nivelado 80 kt		Nivelado 40 kt		Pairado FES		REVOH	
	Base	SCAS	Base	SCAS	Base	SCAS	Base	SCAS
Piloto A	4	2	5	3	4,5	2	Não obteve adequado PIO=4	
Piloto B	4	2	5	3	4	3	Não obteve adequado PIO=4	

No voo nivelado, o modelo base necessitou de uma maior frequência de ajustes no comando cíclico para a realização da tarefa. Essa maior quantidade de ajuste indica que o sistema implementado é adequado para a redução da carga de trabalho observada, pois a realimentação é majoritariamente em comando cíclico. De fato, nas duas condições de voo nivelado, há melhoras nas classificações do sistema pela escala Cooper-Harper: 2 para a condição de 80 kt (4 para o modelo base) e 3 para condição de 40 kt (5 para o modelo base). Esse fato também é observado, pois, segundo um dos pilotos, é possível passar mais tempo com a visada para fora dos instrumentos de voo. Assim, o desempenho obtido com a aplicação do SCAS é desejável e não é necessário realizar melhoramentos na resposta da aeronave a fim de reduzir a carga de trabalho. Portanto, para o sistema, o nível atribuído de QDV é igual a 1 nas duas tarefas de voo nivelado.

A inserção do sistema de controle também deixa a resposta da aeronave mais uniforme com o aumento da velocidade a frente. Usando o modelo base, foi observado por um dos pilotos a mudança de comportamento em malha aberta observado entre as condições de 40 kt e 50 kt mostrada na análise do sistema em malha aberta, Figuras 4.7 e 4.8. Essa

mudança acentuada no LGR também é brusca na simulação, sendo observado aumento acentuado nas amplitudes dos movimentos da aeronave de maneira repentina. Esse efeito é observado na atitude de arfagem. Esse resultado é condizente com a mudanças nas derivadas de estabilidade em momento de arfagem (M_w e M_u) mostradas na Figura 4.4, sendo desejável um ajuste, o que é obtido com o SCAS implementado.

Os pilotos visualizaram um acoplamento acentuado entre comando coletivo e a taxa de guinada. Essa foi uma das dificuldades apresentadas para entrar no voo nivelado. O SCAS utilizado não possui fechamento de malha em coletivo, nem um *feedforward* entre coletivo e pedal. Tais sistemas podem ser implementado para reduzir ainda mais a carga de trabalho observada.

Para a condição de voo pairado, também foram observadas diminuições na carga de trabalho da planta com o SCAS em comparação com o modelo base. Novamente, o sistema deixa a resposta da aeronave com desempenho desejável, sem necessidade de melhoramentos, recebendo assim nível 1 atribuído de QDV.

Para simulação do REVOH realizado em torno da condição de voo de 130 kt, um dos pilotos observou que o modelo apresentava uma resposta muito oscilatória, em concordância com o resultado obtido para a malha fechada na qual o período curto apresenta a maior frequência entre as condição de voo. Como a norma estabelece apenas requisitos mínimos para um tipo de aplicação, esse caso demonstrou que ajustes podem ser necessário para tornar a resposta mais adequada.

Nessa condição, a melhora em comparação com o sistema base foi mais expressiva, uma vez que não foi possível realizar a tarefa com o modelo base, sendo o mesmo classificado em 4 na escala de PIO, Figura 3.3, ou seja, é necessário diminuir os ganhos ou sair da tarefa para controlar os movimentos oscilatórios da aeronave.

A frequência dos modos oscilatórios da aeronave, *dutch-roll* e curto período, aumentam com a velocidade a frente tanto no modelo base como no caso com o uso do SCAS. Isso justifica o valor atribuído no caso da aplicação do sistema de controle, pois, apesar da melhora observada na redução da carga de trabalho, a classificação do desempenho, na escala Cooper-Harper, ficou em 4 para ambos os pilotos. Assim, o desempenho é desejável para o modelo com SCAS, mas melhoramentos são necessários a fim de diminuir o esforço de pilotagem. Dessa forma, para a tarefa do REVO, o sistema recebe nível 2 atribuído de QDV. Essa classificação é justificada tanto pelo tipo de tarefa, aquisição de alvo (tarefa de alto ganho), como pela resposta oscilatória da aeronave que se diferenciaram das outras tarefas em outras condições de voo. Em tarefas de alto ganho, há a tendência de saturação do sistema de controle o que gera perdas na redução da carga de trabalho. Esse fato adicionado à um dinâmica mais oscilatória indicam a necessidade de um sistema de aumento de estabilidade com maior grau de estabilidade, como um ACAH, ou o uso de

filtros para diferentes frequências de comando do piloto, como abordado em [Hoh 2003].

5 Discussão dos Resultados

O estudo das condições em malha aberta mostrou as peculiaridades e as potenciais dificuldades na síntese de controladores para a planta de uma aeronave de asa rotativa. A existência de zeros de fase não-mínima foi considerada a principal causa da dificuldade encontrada na obtenção de resultados adequados para o problema de rastreamento. Sistemas com esse tipo de característica apresentam acoplamentos ou dinâmicas conflitantes, características que descrevem a dinâmica de voo de um helicóptero.

O uso de misturador no comando cíclico melhora a resposta inicial da aeronave a um comando puro seja longitudinal ou lateral, eliminando um par de zeros de fases não mínimas. No entanto para intervalos de tempos maiores a resposta continua acoplada devido ao efeito das derivas L_u e M_v que não dependem dos comandos, logo não são influenciadas pelo misturador implementado.

Outro efeito conflitante é a dinâmica instável em ângulo de ataque caracterizada por M_w e estável em velocidade M_u . Por exemplo, para cabrar a aeronave é necessário puxar cíclico longitudinal para trás a fim de bascular o rotor principal e, assim, criar uma componente de empuxo na direção traseira. Com o aumento da atitude, os estados u e w diminuem (deslocamento para trás). Como $M_w > 0$ e $M_u > 0$ é criado um momento negativo tendendo baixar o nariz da aeronave, conflitando com a atitude inicial comandada pelo sistema. Como a velocidade se mantém constante ao longo do tempo, surge um momento constante criado pela dinâmica da aeronave que contrabalança o comando em cíclico, deixando a atitude quase nula. Esse efeito é observado nos sistemas do tipo ACAH implementados em baixa velocidade (Exemplo: Figura 4.26). Esse comportamento só muda para as condições de voo a partir de 50kt, quando se observa a mudança de comportamento do modelo devido a troca de sinal das derivadas M_w e M_u .

No problema de rastreamento foi necessário o uso do critério mais geral da norma ADS para que o SCAS fosse classificado como adequado. O tipo de resposta observado é condizente com a dinâmica do helicóptero descrita acima. Esse tipo de resposta em baixas velocidades se mostrou desafiador para técnicas como o LQR. O fato da norma aceitar que a manutenção de atitude não se sustente é um indicativo de que esse comportamento não é facilmente obtido. Além do mais, condições em que o erro não decresce com o

tempo de forma apreciável levantam questionamentos sobre a aplicabilidade de métodos desenvolvidos com base em uma resposta ao degrau adequada. Essa última consideração leva em conta os elevados valores observados nos índices de desempenhos que, não sendo minimizados, indicam que o processo LQR não está sendo efetivo.

Esse tipo de comportamento dinâmico da aeronave indica que um sistema com realimentação em velocidade pode ser útil para melhorar a resposta em velocidades mais baixas. Pois um entrada degrau em cíclico apresenta um resultado em velocidade translacional. No entanto, sistemas do tipo TRC são desativáveis pela norma, o que sugere a necessidade de um sistema de base como o ACAH, quando o primeiro não estiver sendo utilizado.

Com relação a concepção dos sistemas de controle, a arquitetura mais simples foi a que apresentou resultado mais satisfatório. Pela norma um controlador do tipo RATE (no caso SAS) é suficiente para atingir as qualidades de voo nível 1. Dessa forma esse sistema foi implementado e testado por pilotos. Verificando resultados condizentes com os previstos.

Na síntese de controladores para a resposta do tipo ACAH, o uso de compensadores melhorou os resultados obtidos, mas não foi o suficiente para as condições de voo a baixa velocidade. O melhor caso observado foi com o uso de um compensador de avanço de fase, mas a escolha de suas constantes características se mostrou um trabalho não trivial, recaindo eventualmente em tentativa e erro. Os métodos normalmente usados para a definição de compensadores, não se aplicam muito bem para um sistema com um número elevados de polos como é o caso em questão. De qualquer forma, esse tipo de arquitetura merece maior escrutínio com outros formatos de compensadores ou outros processos de síntese para os ganhos.

Apesar das dificuldades encontradas para obtenção de sistemas com características de resposta e estabilidade do tipo ACAH, o sistema do tipo RATE implementado, que atende as condições de visibilidades observadas no simulador ($UCE=1$) e aos tipos de tarefas testadas (MTE), mostrou resultados relevantes de redução da carga de trabalho para as realizações das tarefas designadas. Para as tarefas de voo nivelado e pairado, o sistema recebeu nível 1 de QDV atribuída pelos pilotos. Na tarefa de REVO, apesar de não ser obtido o nível 2 de QDV atribuída, o sistema passou de uma condição de classificação 4 em PIO para um sistema com desempenho desejável (Cooper-Harper 4), possibilitando o uso do modelo para simulações e treinamentos no Simulador de Ensaio em Voo do IPEV.

6 Conclusão

6.1 Conclusão

O trabalho se destinou a obtenção de um ou mais sistemas de aumento de estabilidade e controle para um modelo de simulação de aeronave de asas rotativas que possibilitassem a simulação de diferentes características de estabilidade e qualidade de voo. Para definição de requisitos, de níveis de estabilidade e QDV foi utilizado a norma ADS-33E-PRF e considerações sobre a mesma em [Key *et al.* 2015]. A partir dos tipos de respostas definidas pela norma, sistemas de controles foram propostos e testados, inicialmente, com base nos requisitos da norma (nível de QDV previsto) e, posteriormente, em simulador de voo com pilotos de prova (nível atribuído).

Um estudo das características dinâmicas do modelo em malha aberta foi necessário para compreensão dos comportamentos observados da aeronave e para uma síntese de controladores mais efetiva. Nesse sentido, foram identificados todos os modos dinâmicos da aeronave em cada condição de voo e foram avaliadas as influências predominantes em comando. O projeto de sistema de controle se baseou majoritariamente em critérios de lugar geométrico das raízes, portanto o conhecimento da influência dos comandos sobre cada modo no plano complexo foi de fundamental interesse para o projeto.

O simulador (ambiente onde o sistema é empregado) foi considerado com condições de visibilidade de $UCE = 1$. Isso em conjunto com as tarefas realizadas (MTE's) indicam a necessidade de um sistema do tipo RATE para a obtenção de nível 1 de QDV segundo a norma ADS. Dessa forma, foi obtido um controlador de saída descentralizado estático com realimentação em taxas (p , q e r) e em atitudes (ϕ e θ). Inicialmente, o sistema foi projetado para um nível 1 de QDV previsto. Posteriormente, sendo testado na realização de quatro tarefas: manutenção de voo nivelado estabilizado à 40 e 80 kt, manutenção de voo pairado estabilizado e entrada e manutenção na posição de pré-contato em REVO à 130 kt. Se observou uma redução da carga de trabalho na realização das quatro tarefas. Nas três primeiras tarefas, o sistema recebeu nível 1 de QDV atribuída pelos pilotos de prova com base na classificação da escala Cooper-Harper. Na tarefa de REVO, o nível QDV atribuído foi de 2, mas o modelo base saiu de uma condição de classificação quatro

na escala de PIO, para um desempenho desejável na escala Cooper-Harper (classificação 4).

A melhora na qualidade de voo do modelo possibilitou o uso do sistema para treinamentos e instruções na condição de reabastecimento. O modelo com o SCAS já está sendo utilizado para esse fim no Simulador do IPEV. Além do sistema de controle acima, foram obtidos ganhos para a manutenção de atitude em ψ e um sistema com resposta do tipo ACAH com realimentação proporcional, utilizando-se o critério mais geral da norma ADS para manutenção de atitude.

Para o problema de rastreamento, foram tentados também outros artifícios e compensadores além do controle proporcional, foram eles: Uso de mixer, uso de filtro washout, compensador integral, proporcional integral e compensador de avanço de fase. Não se obtiveram resultados adequados para a manutenção de atitude para baixas velocidades. Como o processo de minimização do índice de desempenho no problema LQR, da forma como foi utilizado, não tem aderência com o critério mais genérico da norma, considerou-se que ele não foi adequado para obtenção do controlador. Por outro lado, o uso de fechamento sequencial de malhas apresentou resultado satisfatório tanto para obtenção de um controlador tipo RATE (SAS) como para o ACAH+RCDH (Rastreador proporcional), sendo ele utilizado para a obtenção do controlador final.

6.2 Sugestões para trabalhos posteriores

Observou-se que os métodos normalmente utilizados para modelos de aeronaves de asa fixa não se adequaram muito bem ao problema em questão. Logo devem ser procurados outros métodos de síntese de controladores ou estabelecido outro formato de índice de desempenho.

A não aplicabilidade de critérios de QDV em alta frequência indicam que o modelo utilizado carece de dinâmicas características de uma aeronave real. A importância da caracterização da resposta transitória e aplicação de critérios de QDV associados à essa faixa de frequência em aeronaves de asas rotativas é uma característica intimamente associada à percepção de QDV pelos pilotos. Logo a caracterização desse tipo de dinâmica apresenta importância na obtenção de um modelo mais representativo e deve ser considerada em trabalhos futuros.

Devido à limitação de horas dos pilotos, poucos testes foram realizados no modelo, mas pode-se observar que o *feedback* fornecido por eles é representativo do comportamento teórico esperado da aeronave no Lugar geométrico das raízes. Sendo assim, é desejável fazer mais interações entre projetos e testes. Esse tipo de abordagem deve tornar o sistema ainda mais representativo ou com melhor classificação de QDV.

Com a exceção da referência [Hoh 2003] e a planta encontrada em [Padfield 2011], os outros trabalhos pesquisados utilizam sistemas de controle e aumento de estabilidade mais complexos do que um os modelos utilizados nesse trabalho. Em trabalhos posteriores o uso de uma arquitetura mais acoplada como no caso da Figura 6.1 deve ser analisado.

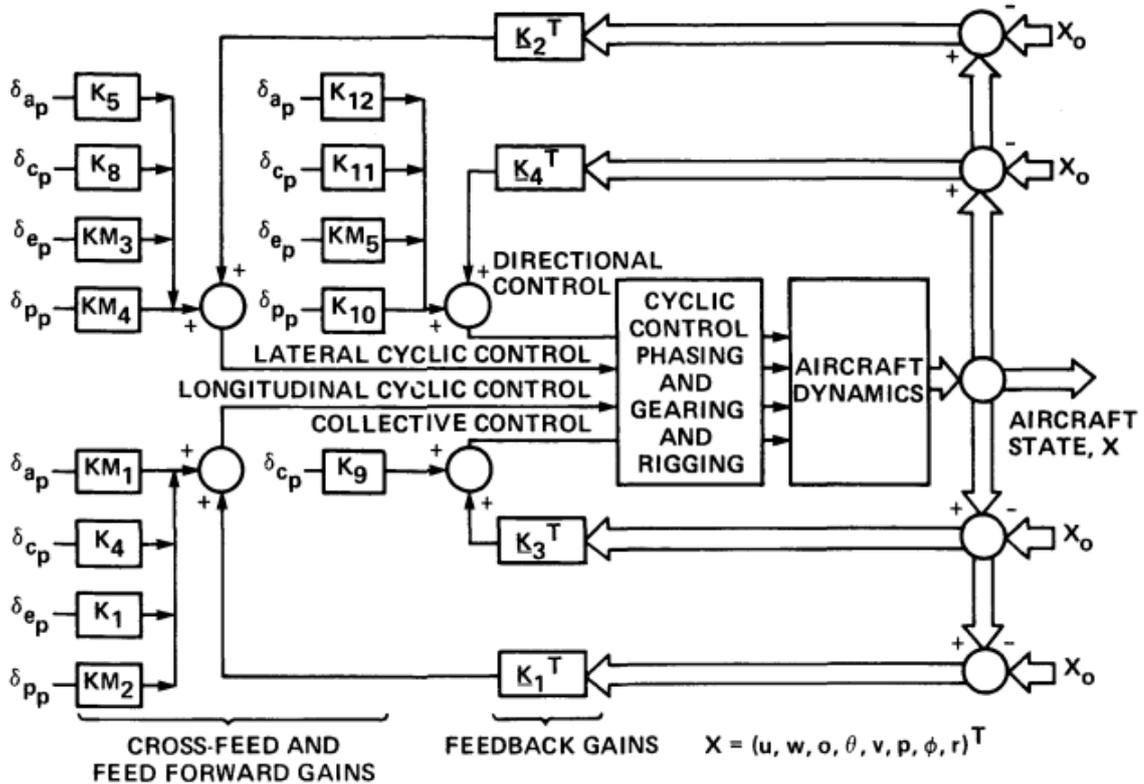


FIGURA 6.1 – Estrutura de um sistema de controle para uma aeronave de asa rotativa [Talbot *et al.* 1982].

Esse tipo de estrutura deve lidar melhor com os acoplamentos característicos da planta e, ao mesmo tempo, reduzir os ganhos do sistema, pois o controlador está mais próximo de um caso ótimo (realimentação de estado), tornando o esforço de controle menor o que facilitaria a implementação de um SCAS que respondesse a limitação de 10% em autoridade.

Outra estrutura que pode ser testada e é muito encontrada em uma série de artigos (referências [Harding *et al.* 2006], [Harding *et al.* 2019] e [Tischler *et al.* 2008]) é o uso de um modelo de planta inversa conjugado com *model following design*. Apesar de serem conhecidas as dificuldades inerentes da aplicação de um controlador com planta inversa devido às imprecisões na modelagem do sistema, é dito que uma realimentação na malha interna é capaz de corrigir os desvios devido ao erro do modelo. O segundo método, *model following design*, apresenta interesse uma vez que é definido o comportamento ideal da planta pelo manual [Key *et al.* 2015]. A aplicação desses dois modelos em conjunto é representada na Figura 6.2.

Referências

- BRYSON, A. E.; HO, Y. C. **Applied Optimal Control**. New York: Hemisphere, 1975. 65
- CRUZ, R. V. **Fundamentos da Engenharia de Helicópteros e Aeronaves de Asas Rotativas**. São José dos Campos, SP - Brasil: [s.n.], 2005. 110, 111
- FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION. **Rotorcraft Flying Handbook: Faa-h-8083-21**. United States of America, 2000. 17
- FIGUEIRA, J. M. P. **The use of offline simulation tools to estimate Ship-Helicopter Operating Limitations**. tese de doutorado. 44
- GAHINET, P.; TUREVSKIY, A. **Control System Tuning in Simulink Made Easy**. [S.l.], 2014. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/company/newsletters/articles/control-system-tuning-in-simulink-made-easy.html>>. Acesso em 31/10/2019.>. 61, 144, 155
- HARDING, J.; MANSUR, M. H.; TISCHLER, M.; MOODY, S. J.; MCCANN, R. C. Optimization and piloted simulation results of the ah-64d modern control laws. 05 2019. 14, 61, 154, 155
- HARDING, J.; MOODY, S. J.; JERAM, G. J.; MANSUR, M. H.; TISCHLER, M. Development of modern control laws for the ah-64d in hover/low speed flight. 01 2006. 13, 14, 23, 61, 154
- HOH, R. H. Evaluation of limited authority attitude command architectures for rotorcraft. 02 2003. vii, viii, 14, 16, 58, 60, 61, 87, 149, 154
- HOH, R. H.; MITCHELL, D. G. Proposed revisions to mil-f-83300 v/stol flying qualities specification. 01 1986. 48
- HU, J.; GU, H. Survey on flight control technology for large-scale helicopter. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2017/5309403>>. 14
- KEY, D. L.; BLANKEN, C. L.; HOH, R. H.; MITCHELL, D. G.; APONSO, B. L. **Background Information and User's Guide (BIUG) for Handling Qualities Requirements for Military Rotorcraft**. [S.l.], 2015. Disponível em: <<https://apps.dtic.mil/docs/citations/AD1000418>>. Acesso em 5/08/2019.>. 48, 49, 58, 152, 154

- KUMAR, M. V.; SAMPATH, P.; SURESH, S.; OMKAR, S.; GANGULI, R. Neural network based feedback error controller for helicopter. **Aircraft Engineering and Aerospace Technology**, v. 83, n. 5, p. 283–295, 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1108/00022661111159898>>. 14
- MOERDER, D. D.; CALISE, A. J. Convergence of a numerical algorithm for calculating optimal output feedback gains. *AC-30*, n. 9, p. 900–903, 09 1985. 64
- NETO, A. B. G. **AB-266 - Assignment 4**. [S.l.], 2019. 38
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 4.ed.. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003. 62, 79
- PADFIELD, G. D. **Helicopter Flight Dynamics**. 2rd. ed. England: Wiley, 2011. 23, 30, 35, 41, 42, 43, 58, 59, 75, 88, 91, 100, 101, 119, 154
- PAVEL, M. D.; MASARATI, P.; GENNARETTI, M.; JUMP, M.; ZAICHIK, L.; DANG-VU, B.; LU, L.; YILMAZ, D.; QUARANTA, G.; IONITA, A.; SERAFINI, J. Practices to identify and preclude adverse aircraft-and-rotorcraft-pilot couplings – a design perspective. Elsevier, 07 2015. 94
- PROUTY, R. **Helicopter Performance, Stability and Control**. New York: PWS Publishers, 1986. 33, 91
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. Multivariable feedback control: Analysis and design. In: _____. [S.l.: s.n.], 2005. v. 2. 61, 123, 155
- STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L. **Aircraft Control and Simulation**. 2rd. ed. United States of America: Wiley, 2013. vii, viii, 31, 41, 58, 62, 63, 64, 65, 68, 87, 113, 144
- TALBOT, P.; TINLING, B. E.; DECKER, W. A.; CHEN, R. T. N. Technical Report, **A mathematical model of a single main rotor helicopter for piloted simulation**. September 1982. Disponível em: <<https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19830001781>>. 61, 154
- TISCHLER, M.; IVLER, C.; MANSUR, H. M.; CHEUNG, K. K.; BERGER, T.; BERRIOS, M. Handling-qualities optimization and trade-offs in rotorcraft flight control design. In: . [S.l.: s.n.], 2008. 14, 61, 154
- UNITED STATES ARMY AVIATION AND MISSILE COMMAND. **Aeronautical Design Standard Performance Specification, Handling Qualities Requirements for Military Rotorcraft**.: Ads-33e-prf. Redstone Arsenal, Alabama, 2000. 46, 47, 50, 53, 54, 57, 58, 126
- UNITED STATES OS AMERICA DEPARTMENT OF DEFENSE. **Flying qualities of piloted aircraft**.: Department of defense interface handbook, mil-hdbk-1797a. [S.l.], 1997. Disponível em: <Disponível em: http://www.mechanics.iei.liu.se/edu_ug/tmme50/MIL-HDBK-1797.PDF. Acesso em 20/11/2019.>. 94

Anexo A - Exemplos de Manobras básicas de um Helicóptero

A.1 Manobras básicas de voo

A.1.1 Decolagem vertical para o pairado

Essa manobra é realizada com a elevação do helicóptero verticalmente até a altitude do pairado, em torno de 2 a 5 pés (1ft = 0.3048 m, 0.6096 m a 1.5024 m) com mínimo movimento lateral ou longitudinal.

A.1.1.1 Técnica

Aproar o helicóptero na direção do vento, se possível.

Colocar o cíclico na posição neutra e o coletivo totalmente abaixado. Aumentar a manete suavemente até obter e manter a r.p.m. apropriada, então puxar o coletivo. Usar movimentos suaves, contínuos, coordenando com a manete para manter a r.p.m. apropriada. Enquanto vai sendo aumentado o coletivo, o helicóptero começa a diminuir a pressão nos skis, e o torque tende a fazer o nariz derrapar ou guinar para a direita, pedal esquerdo deve ser usado para compensar e manter o helicóptero com a proa fixa.

Com o helicóptero com menos pressão nos skis, é necessário usar o comando cíclico para manter o voo nivelado. Quando o helicóptero começa a voar, usar os pedais para manter a proa e o coletivo para garantir uma contínua subida vertical para a altitude normal de voo pairado. Usar os pedais para manter a proa fixa. Quando um pairado estabilizado é atingido, checar os instrumentos e tomar nota da potência requerida para manter em pairado. Tomar nota também da posição do cíclico. A posição do cíclico varia com o vento e com a quantidade e distribuição de carga.

Qualquer comando excessivo requererá mudança nos outros controles. Por exemplo, durante o pairado, o helicóptero começar a se deslocar lateralmente (drift), o comando cíclico vai ser movido para sentido contrário. Quando isso é feito, parte da tração é

desviada, resultando em perda de altitude. Para manter altitude, é necessário puxar o comando coletivo. Fazendo isso, aumenta-se o arrasto gerado pelas pás e a rotação começa a diminuir. Para manter a rotação, deve-se apertar mais a manete. Aumentando a manete, mais torque é gerado e é necessário pisar mais no pedal para manter o helicóptero aproado. A grande quantidade de comandos pode facilmente levar há um piloto inexperiente a um excesso de comandos (overcontrolling).

A.1.2 Pairado

O voo pairado é a manobra que o helicóptero é mantido praticamente parado em cima de um ponto de referência a altitude constante e proa constante. A manobra requer um alto nível de concentração e coordenação.

A.1.2.1 Técnica

Para manter o helicóptero em voo pairado é necessário observar pequenas variações na altitude e atitude. Quando observadas variações, fazer pequenas mudança necessárias nos comandos antes que o helicóptero saia do ponto fixo. Para detectar pequenas variações em altitude e posição, a área principal de visualização deve ter alguma distância da aeronave, usando vários pontos do helicóptero ou do plano de ponta de pá como referência. Olhar muito perto ou olhar para baixo pode causar excesso de comandos pelo piloto. Obviamente, para se manter sobre um determinado ponto, você deve saber onde ele está, mas atenção do piloto não deve se concentrar nesse local.

Após ganhar experiência, o piloto irá desenvolver um sentimento pelo helicóptero. Sentindo pequenos desvios, de forma a fazer correções antes que o helicóptero se mova. Um comando mais relaxado se desenvolve e controlar o helicóptero se torna automático, não mais uma resposta mecânica.

A.1.3 Giro no Pairado

O giro no pairado é uma manobra realizada numa altitude de pairado na qual o nariz do helicóptero gira para a direita ou para a esquerda, mantendo a posição sobre um ponto de referência na superfície. A manobra requer a coordenação de todos os comandos de voo e demanda comandos precisos próximo à superfície, mantendo constante altitude, razão de rotação e rpm.

A.1.3.1 Técnica

Iniciar o movimento na direção desejada pela aplicação dos pedais. Deve ser notado que o movimento para a esquerda necessita de mais potência, pois a aplicação de pedal para esquerda causa um aumento no ângulo de passo no rotor de cauda, necessitando de mais potência do motor para vencer o aumento de pressão nas pás do rotor de cauda. Por outro lado, uma rotação para a direita requer menos potência (Helicóptero com rotor principal em sentido anti-horário).

No início do movimento, usar o comando cíclico como desejado de forma a manter a aeronave sobre o ponto desejado. Para continuar o giro, é necessário adicionar mais pressão no pedal enquanto o helicóptero passa para a posição com vento de través, isso acontece pois com o vento atingindo a cauda e seu rotor, dificulta para a mesma se mover contra o vento. Com o aumento de pedal, é necessário aumentar o cíclico na direção do vento para manter a posição estabelecida. Além do mais, o uso do coletivo é necessário para manter a altitude e rpm constantes.

Após a posição de vento de través, é necessário diminuir a pressão nos pedais levemente de forma a manter a mesma taxa de guinada. Próximo da posição de 180 graus, ou com vento a ré, é necessário antecipar a pressão contrária de pedal devido ao movimento da cauda de uma posição com o vento de frente para um vento de popa. Nesse ponto, a taxa de rotação tem uma tendência a aumentar devido ao efeito de alinhamento com o vento das superfícies da cauda. Por causa da condição do vento na cauda, é necessário manter o comando cíclico para trás para manter o helicóptero na mesma posição.

Devido a tendência de alinhamento com o vento, é necessário aumentar a pressão no pedal na direção contrária a rotação da manobra. Se não for aplicado pedal na direção contrária, o helicóptero tende a girar numa elevada taxa de giro. A quantidade de pressão no pedal depende da velocidade do vento.

Ao finalizar o giro, aplicar pedal na direção contrária, de forma a parar o movimento. Gradualmente, use o comando de cíclico para a diante de forma a evitar que o helicóptero deslize (drifting).

Giros podem ser feitos em ambas as direções. No entanto, numa situação de vento pela direita, o rotor de cauda pode não produzir empuxo suficiente, o que significa que não será possível realizar o giro para direita num helicóptero com rotor principal no sentido anti-horário.

A.1.4 Pairado - Voo à frente

É a manobra usada para mover o helicóptero até um ponto, mantendo velocidade, altitude e proa constantes. Normalmente começa de uma condição de voo pairado.

A.1.4.1 Técnica

Para realizar a manobra, o piloto deve obter duas referências na direção do movimento, deixando-as alinhadas durante o percurso.

Para iniciar o movimento, o comando cíclico deve ser pressionado a frente levemente até que o movimento se inicie. Depois o comando cíclico deve retornar a posição inicial, de forma a manter um movimento lento. A velocidade a frente é mantida com o comando cíclico, a proa com os pedais, a altitude o coletivo e a rpm com a manete. Para parar o helicóptero, puxa-se o cíclico até que o movimento pare. O comando pode ser usado apenas para nivelar a aeronave, de forma que o movimento pare aos poucos.

A.1.5 Pairado - Voo lateral

Similar ao voo à frente da condição do voo pairado, mas o movimento é feito na direção lateral. Da mesma forma, velocidade, proa e altitude devem ser mantidos constantes.

A.1.5.1 Técnica

O movimento é iniciado do voo pairado com um deslocamento do cíclico na direção desejada. Após o início do movimento o comando deve ser retornado a posição inicial para que o deslocamento seja mantido. Ao longo do trajeto, altitude, proa, velocidade e rpm devem ser mantidas da mesma forma usada no voo à frente.

A.1.6 Pairado - Voo à ré

O movimento é realizado de forma idêntica ao voo à frente e lateral, levando-se puxando-se o comando cíclico para iniciar o movimento. A referência visual deve ser usada a frente e, devido a dificuldade de visualização, especial atenção deve ser dada a região por onde o movimento vai ocorrer.

Anexo B - Características comparativas dos Modos do Modelo Utilizado

B.1 Lugar Geométrico das Raízes - Todos os Modos

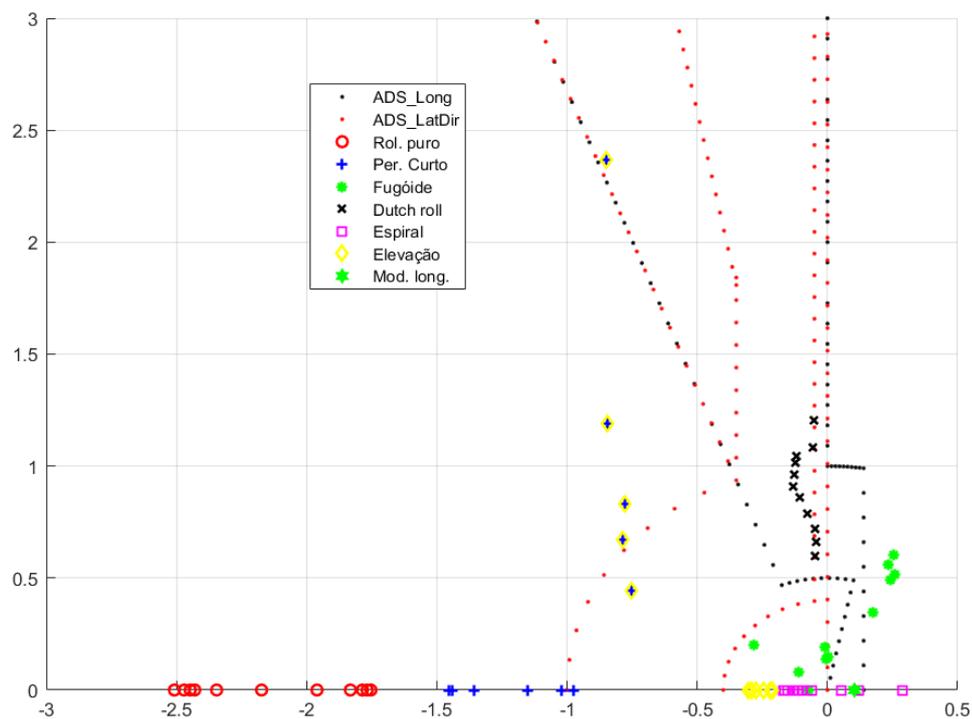


FIGURA B.1 – Lugar geométrico das raízes com os modos separados.

B.2 Predominância de Cada Estado e Controle nos Modos do Modelo por Condição de Voo

B.2.1 Rolamento Puro

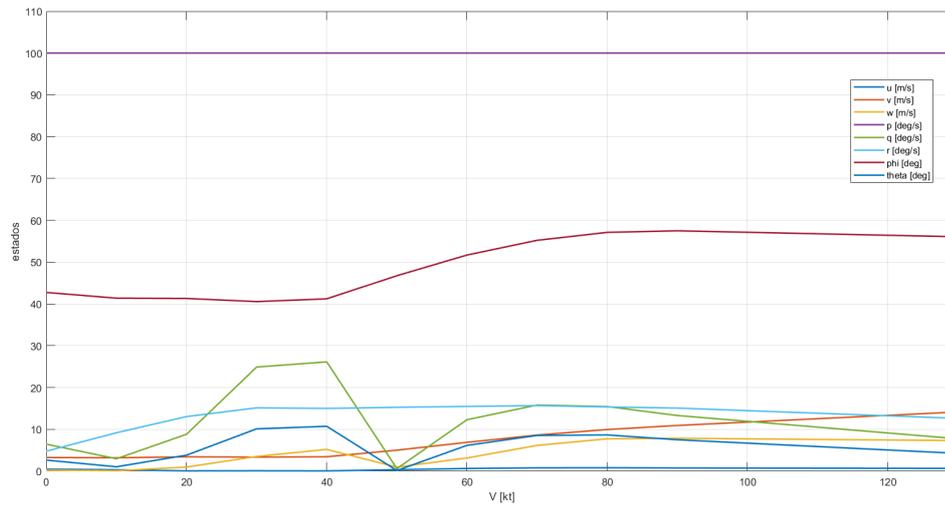


FIGURA B.2 – Comparação entre as contribuições dos estados nos autovetores de cada modo em cada condição de voo.

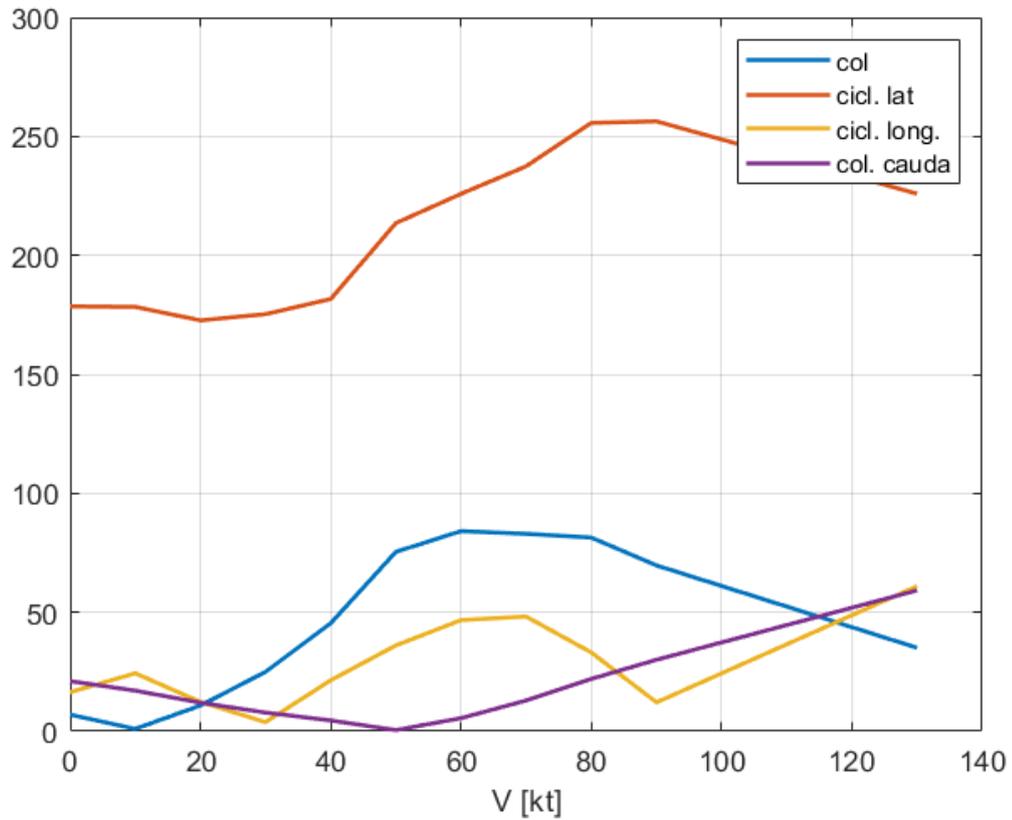


FIGURA B.3 – Comparação entre às sensibilidades aos controles em cada condições de voo.

B.2.2 Período Curto

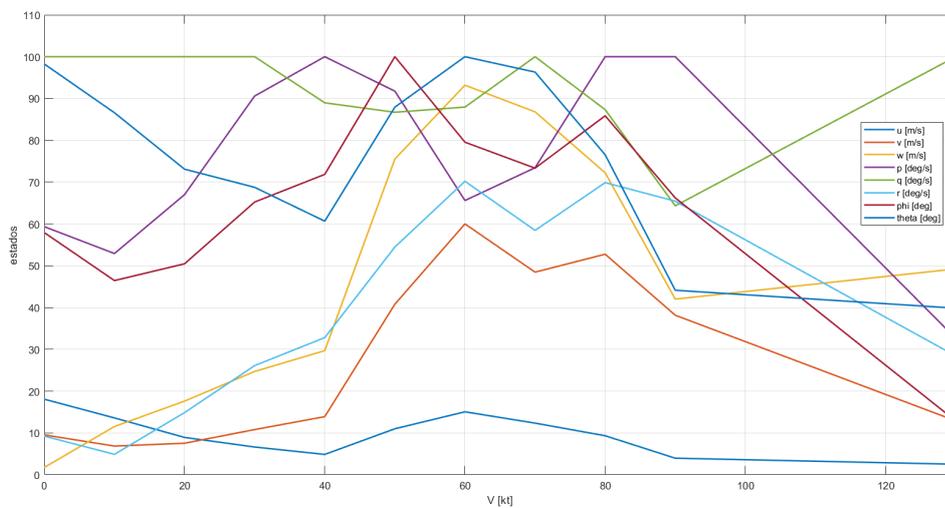


FIGURA B.4 – Comparação entre as contribuições dos estados nos autovetores de cada modo em cada condição de voo.

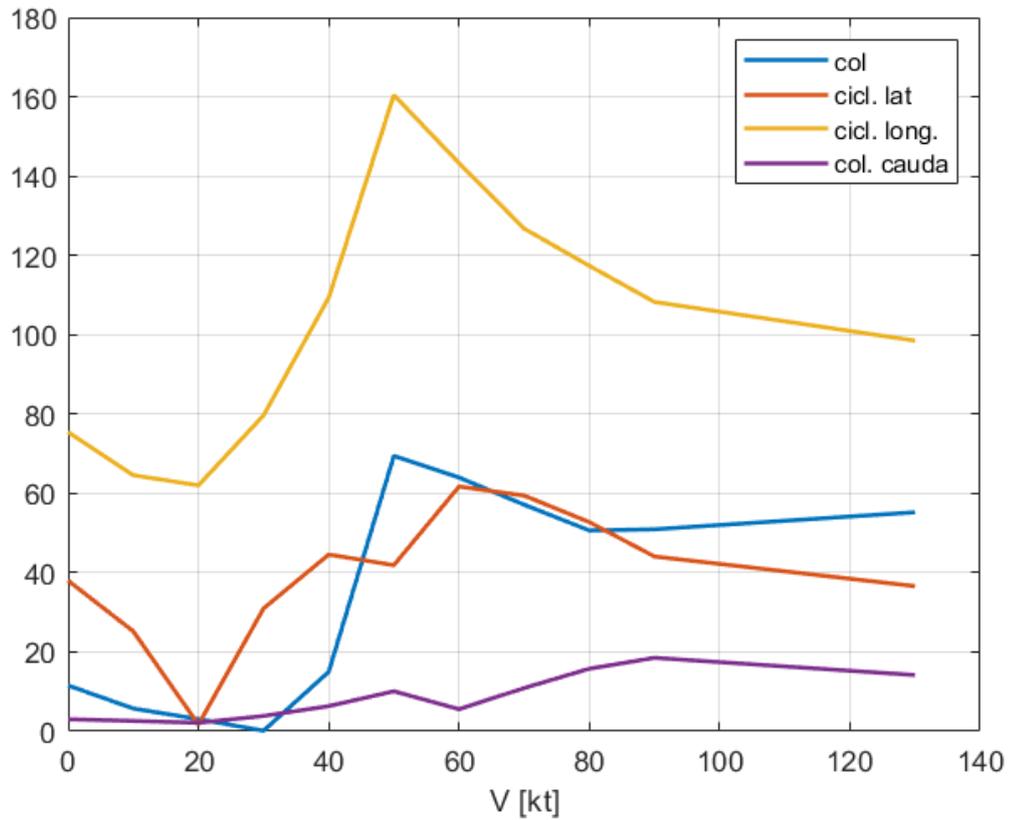


FIGURA B.5 – Comparação entre às sensibilidades aos controles em cada condições de voo.

B.2.3 Fugóide

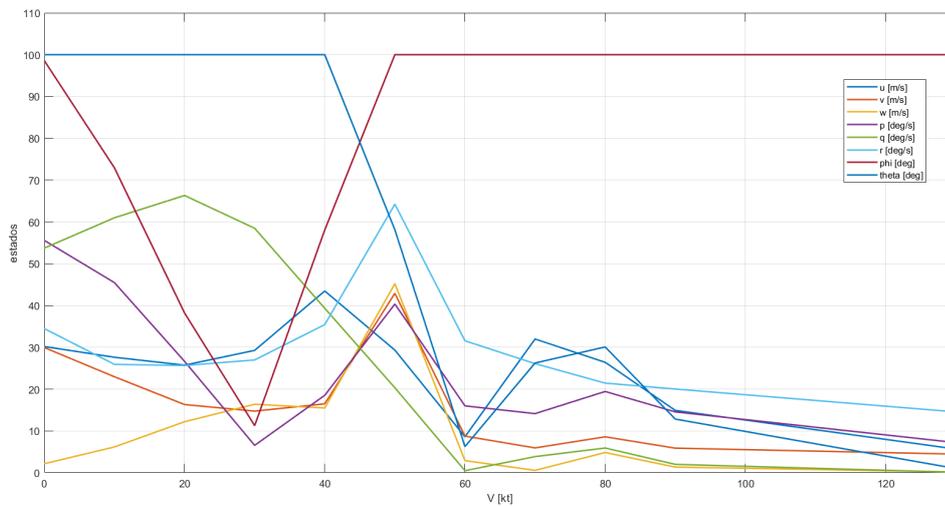


FIGURA B.6 – Comparação entre as contribuições dos estados nos autovetores de cada modo em cada condição de voo.

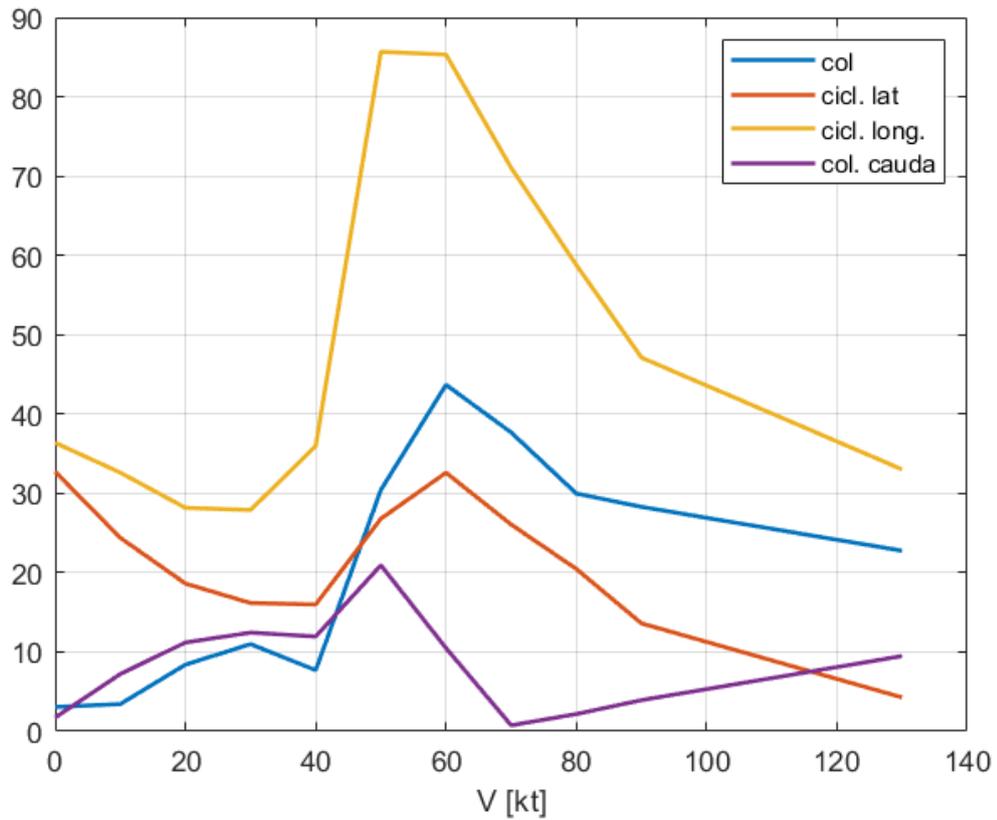


FIGURA B.7 – Comparação entre às sensibilidades aos controles em cada condições de voo.

B.2.4 Dutch Roll

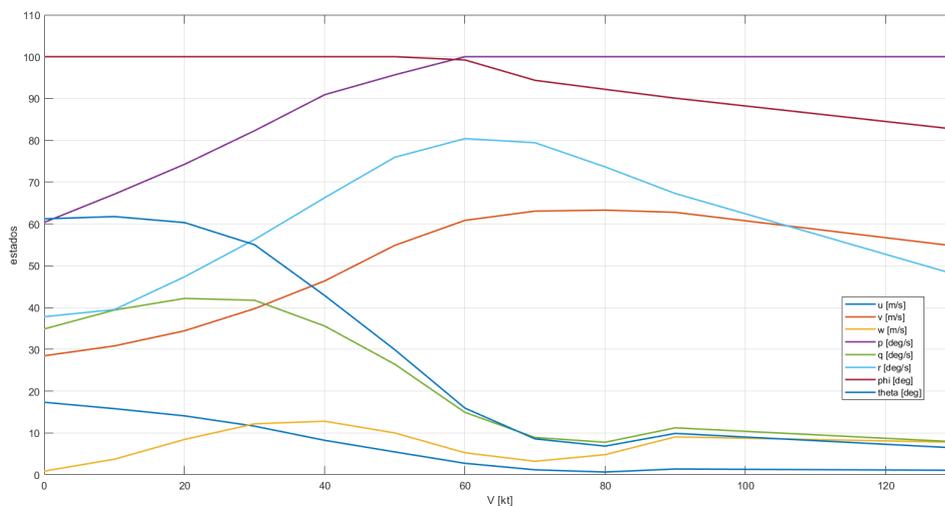


FIGURA B.8 – Comparação entre as contribuições dos estados nos autovetores de cada modo em cada condição de voo.

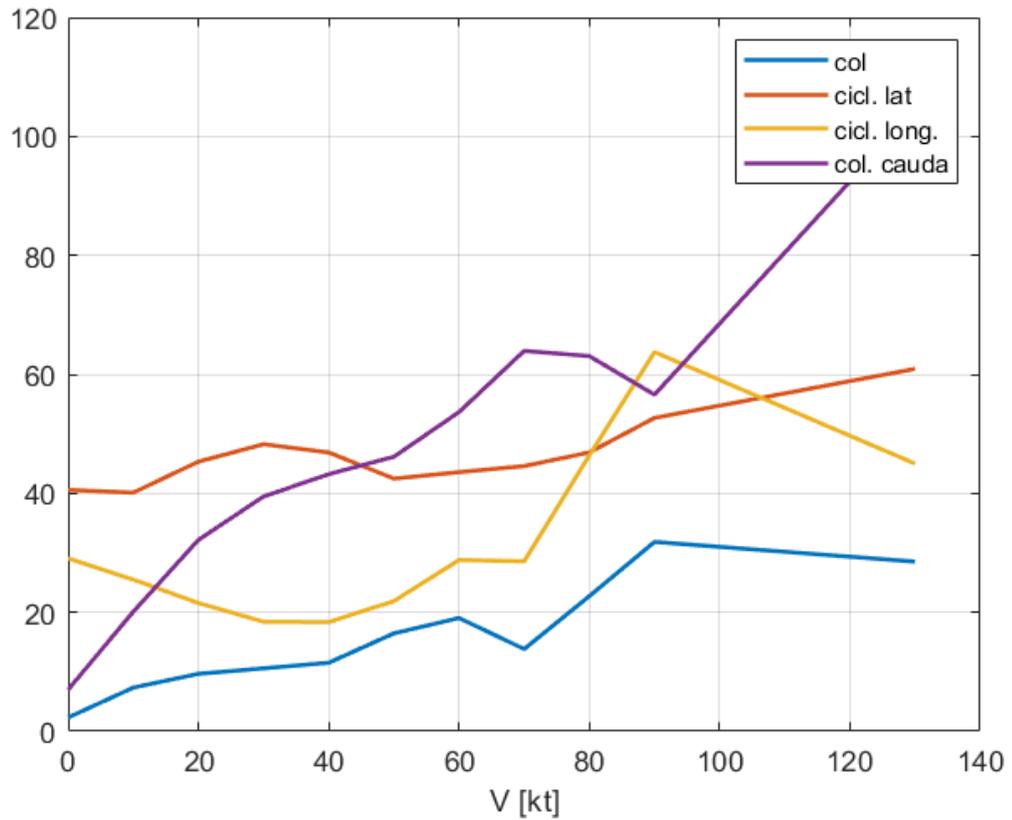


FIGURA B.9 – Comparação entre às sensibilidades aos controles em cada condições de voo.

B.2.5 Espiral

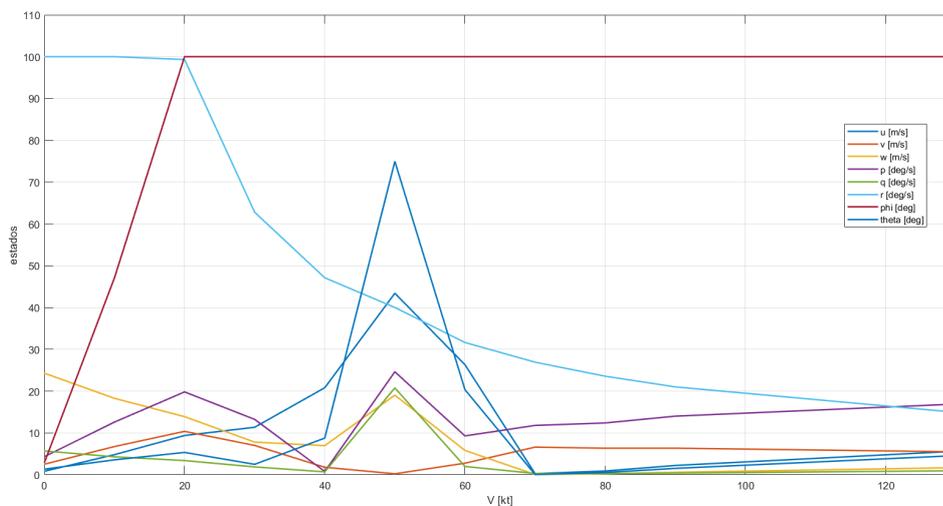


FIGURA B.10 – Comparação entre as contribuições dos estados nos autovetores de cada modo em cada condição de voo.

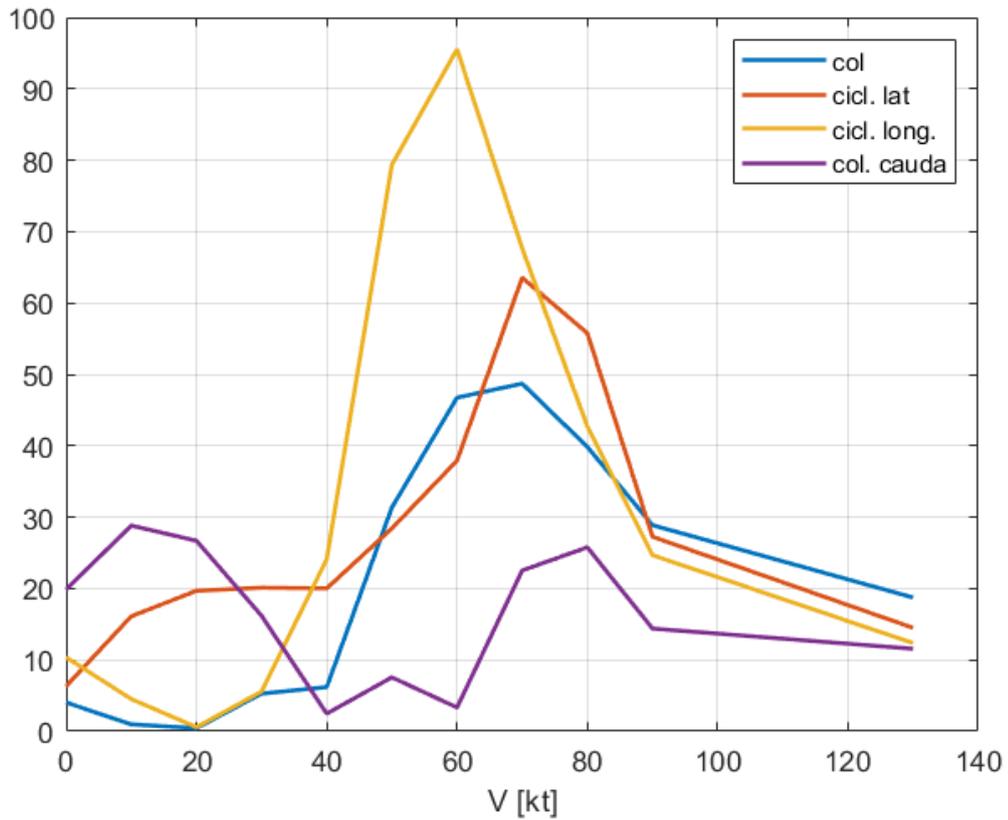


FIGURA B.11 – Comparação entre às sensibilidades aos controles em cada condições de voo.

B.2.6 Modo em Elevação

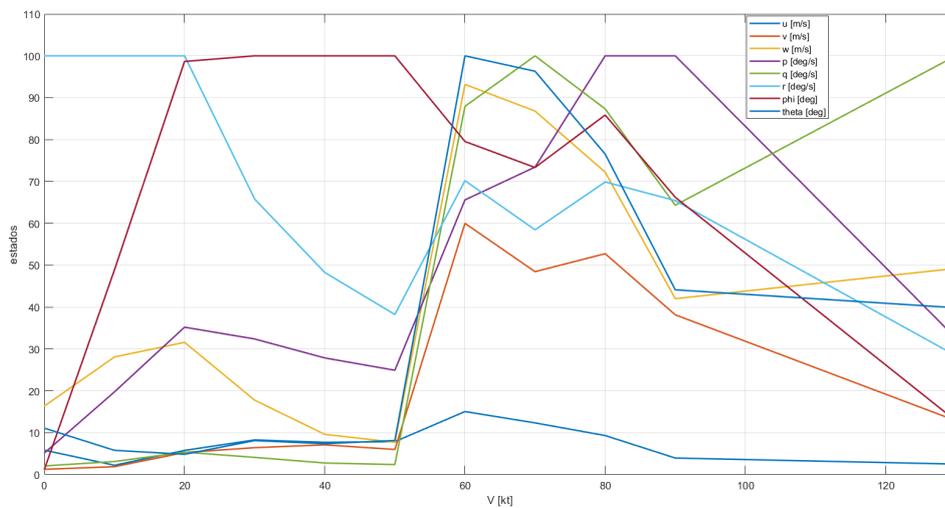


FIGURA B.12 – Comparação entre as contribuições dos estados nos autovetores de cada modo em cada condição de voo.

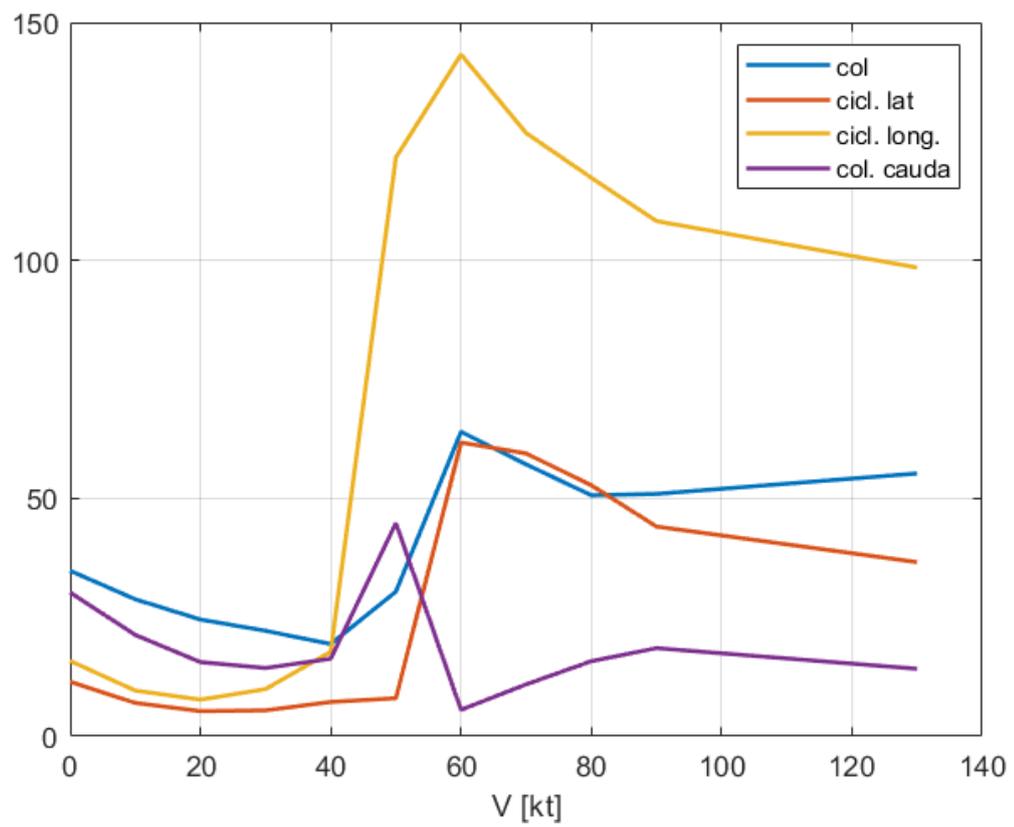


FIGURA B.13 – Comparação entre às sensibilidades aos controles em cada condições de voo.

B.2.7 Período dos Modos Oscilatórios

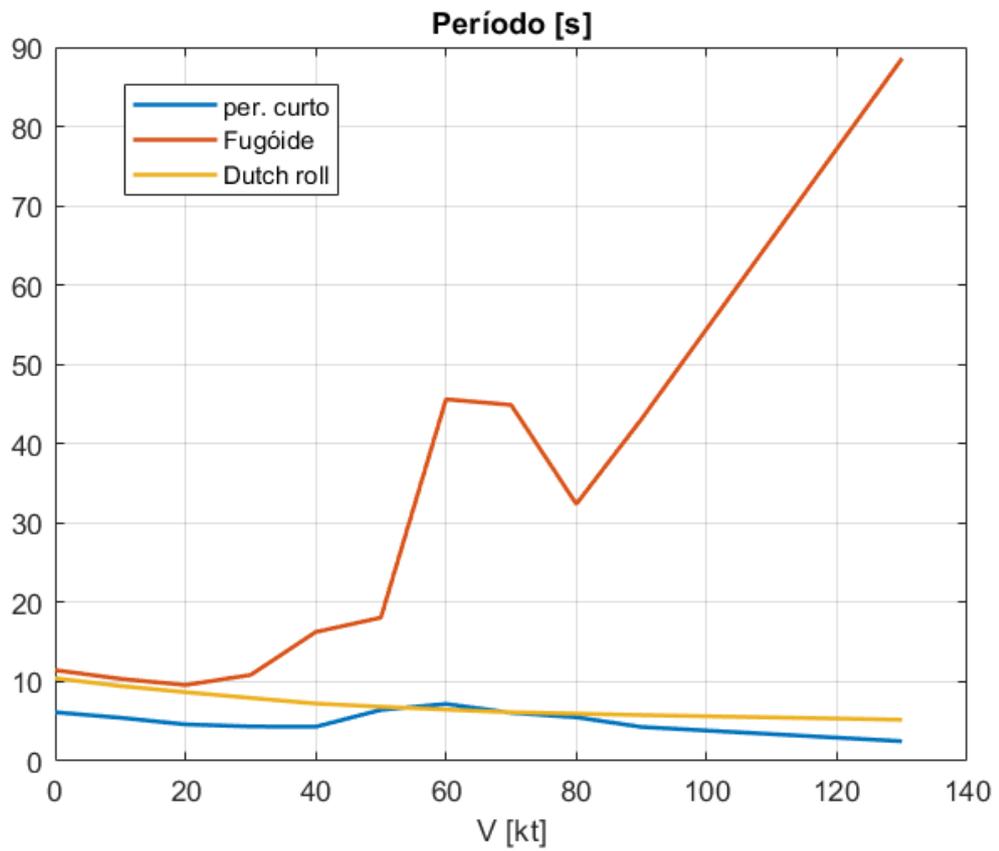


FIGURA B.14 – Período dos modos oscilatórios.

B.2.8 Tempo para Dobrar de Amplitude

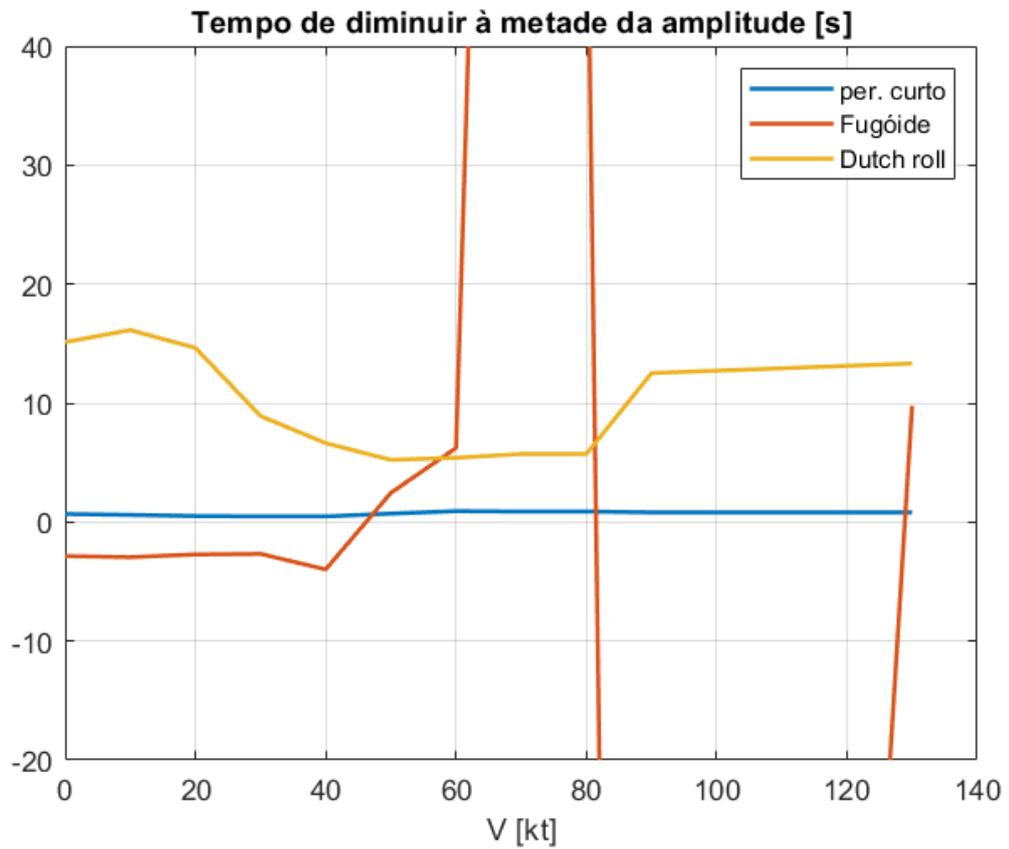


FIGURA B.15 – Tempo para dobrar de amplitude dos modos oscilatórios e da espiral.

Anexo C - Resposta em Malha Aberta à Entrada Degrau Unitário em Cíclico Lateral.

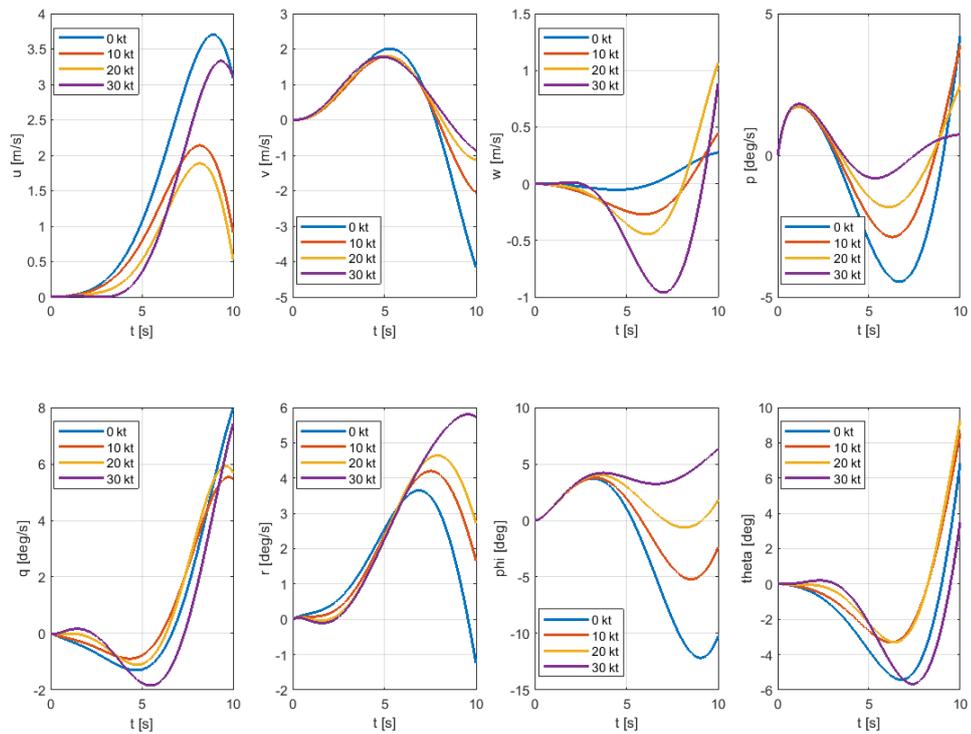


FIGURA C.1 – Resposta ao degrau unitário em cíclico lateral para todos os estados do modelo. Condições de voo de 0 kt à 30kt.

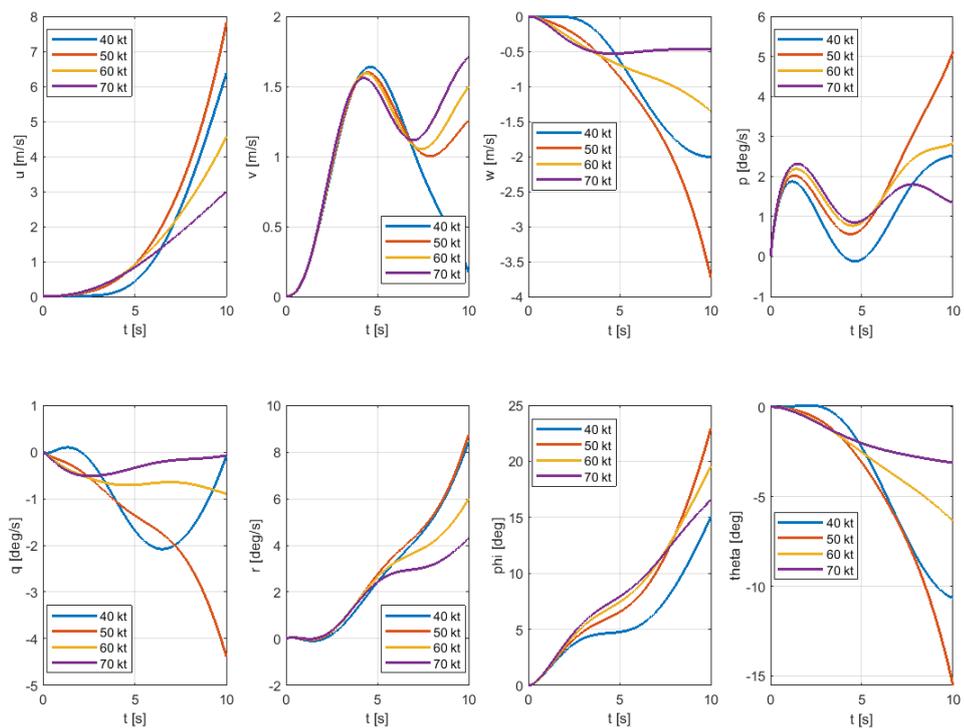


FIGURA C.2 – Resposta ao degrau unitário em cíclico lateral para todos os estados do modelo. Condições de voo de 40 kt à 70 kt.

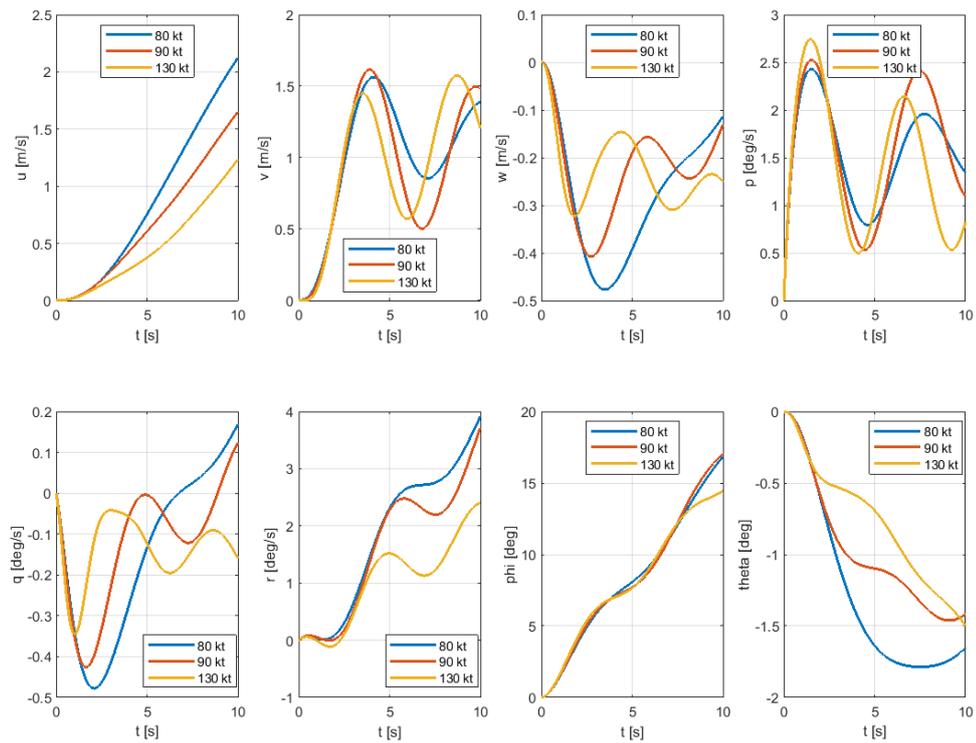


FIGURA C.3 – Resposta ao degrau unitário em cíclico lateral para todos os estados do modelo. Condições de voo de 80 kt, 90 kt e 130 kt.

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

¹ . CLASSIFICAÇÃO/TIPO <p style="text-align: center;">TC</p>	² . DATA <p style="text-align: center;">11 de novembro de 2019</p>	³ . REGISTRO N° <p style="text-align: center;">DCTA/ITA/TC-050/2019</p>	⁴ . N° DE PÁGINAS <p style="text-align: center;">174</p>			
⁵ . TÍTULO E SUBTÍTULO: Desenvolvimento de sistemas de aumento de estabilidade e controle para modelos de simulação de uma aeronave de asa rotativa.						
⁶ . AUTOR: Cássio Bezerra de Oliveira						
⁷ . INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA						
⁸ . PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: SAS, SCAS, Dinâmica de voo, Estabilidade e controle, LGR, LQR, Helicóptero, Aeronave de asas rotativas, Simulação de voo, Norma ADS-33E-PRF, QDV.						
⁹ . PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Aeronaves de asas rotativas; Estabilidade de aeronaves; Regulador linear quadrático; Dinâmica de voo; Controle; Engenharia aeronáutica.						
¹⁰ . APRESENTAÇÃO: <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 60%;"></td> <td style="text-align: center;">X Nacional</td> <td style="text-align: center;">Internacional</td> </tr> </table> ITA, São José dos Campos. Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica. Orientador: Prof. Dr. Maurício Andrés Varela Morales; coorientadores: Maj. Eng. José Márcio Pereira Figueira (IPEV); Maj. Eng. Alan Fonseca Uehara (IPEV); Prof. Dr. Ronaldo Vieira Cruz (ITA). Publicado em 2019.					X Nacional	Internacional
	X Nacional	Internacional				
¹¹ . RESUMO: Este trabalho apresenta a concepção de sistemas de aumento de estabilidade e controle (SCAS - <i>Stability and Control Augmentation System</i>), suas implementações e teste em simulador de voo para um modelo linear de corpo rígido com 6 graus de liberdade de uma aeronave de asas rotativas. Esses sistemas têm o objetivo de simular diferentes características de estabilidade e qualidade de voo (QDV). Inicialmente, a estrutura do controlador é proposta descentralizada e proporcional, utilizando realimentação estática de saída similar ao proposto em [Hoh 2003]. Para a síntese dos controladores foram usados os métodos de posicionamento sequencial de polos no lugar geométrico das raízes (LGR) e regulador linear quadrático (LQR) na forma apresentada em [Stevens e Lewis 2013]. Inicialmente foram feitas uma revisão teórica sobre a dinâmica de voo e estabilidade de aeronaves de asas rotativas e uma análise do modelo linear utilizado. Para obtenção das qualidades de voo desejadas, foi utilizado o posicionamento dos polos no LGR, utilizando os requisitos de amortecimento e frequência dos modos oscilatórios do modelo conforme estabelecido pela norma ADS-33E-PRF. Após a obtenção do sistema de controle foi realizada a avaliação de qualidade de voo no Simulador de Ensaios em Voo do Instituto de Pesquisas e Ensaios em Voo (IPEV) por dois pilotos experientes. Além do sistema inicialmente proposto, foram avaliadas outras estruturas de controle propostas pela norma ADS e encontradas na literatura, como: ACAH (<i>Attitude Control Attitude Hold</i>), o uso de filtro <i>washout</i> , de <i>mixer</i> e de compensadores. Também foram analisados o uso de atuadores e a síntese por desigualdades Matriciais Lineares (<i>LMI's</i>) para obtenção de controladores de estado e de saída.						
¹² . GRAU DE SIGILO: <p style="text-align: center;"> (X) OSTENSIVO () RESERVADO () SECRETO </p>						